Math. P. 742 s
3921

Christophus Otto Comes
et Dñs in Schallenberg &c.
Præpositus Constantien-
-sis ab aº 1693. Canonicus
Augustanus ab aº 1672
eiusdemq; Ecclesiæ De-
-canus ab aº 1721. natus
aº 1655, 6ª Junii, horâ
8ª matutª in Hagen
propè Linzium Austriæ
Superioris, Patre Comi-
-te Christophº Ernesto &c
Matre Christinâ natâ
Baronissâ Schifferin
denatus aº 17 . . .

Einleitung
Zu der
Höhern
MATHESI
darinn der Grund
Zu der
Buchſtaben-Rechnung,
GEOMETRIA CURVARUM, ANALYSI
endlicher und unendlicher Gröſſen/ TRIGONOMETRIA
SPHÆRICA und ASTRONOMIſchen
Rechnung
Vor Anfänger
Auf das deutlichſte geleget
von

Joh. Bernhard Wiedeburg.
Der Mathematiſchen Wiſſenſchafften
PROF. PUBL. ORD.
und der
Hochfürſtl. ALUMNORUM INSPECTOR
Auf der Univerſität Jena.

Mit Königl. Pohln. und Chur-Fürſtl. Sächſ. allergnädigſten
PRIVILEGIO.

JENA,
Verlegts Joh. Meyers ſeel. Wittwe 1726.

BLANCANVS

IN DISSERTATIONE

DE NATVRA DISCIPLINARVM MATHEMATICARVM

Capite IV.

Quam mirabile eſt illud veluti ſcientiarum monſtrum ac portentum quod algebram vocant? nihil fortaſſe in tota peritiæ encyclopædia ſubtilius, nihil profundius. Non humano ingenio par eſt, ſed qui cælitus revelatum dixeris; Numeros illos quos ſurdos vocant, & qui nullo modo exprimi poſſunt, addit, ſubtrahit, multiplicat, dividit, perinde ac ſi numeri communes eſſent. Illis vero, quos minores quam nihil confingit, quid abſtruſius? quibus tamen utrisque admirandas adeo diſſolvit quæſtiones & ænigmata, ut hi, qui hanc callent eruditionem, nihil in numerorum infinita ditione obſcurum, nihil arduum timeant, ut propterea eos non homines, ſed vel intelligentias quasdam ſeparatas, aut præſtigiatores quosdam eſſe exiſtimes.

Bayerische Staatsbibliothek München

Bayerische Staatsbibliothek

Vorrede.

Geneigter Leſer!

MAn pfleget zwar hin und wieder die höhere Matheſin von der gemeinen zu unterſcheiden/ wie denn auch auf verſchiedenen Univerſitäten beſondere Profeſſores derſelben beſtellet werden; doch geſchiehet dieſe Eintheilung nicht aller Orten in einerley Abſicht. Vor Alters beſtand die gantze matheſis aus der arithmetic, geometrie, muſic und aſtronomie, welche Theile man nach dem objecto, in deſſen Betrachtung ſie beſchäfftiget waren/ von einander zu unterſcheiden pflegte/ da denn die aſtronomie die höhere mathematic genannt wurde/ weil die Sterne des Himmels/ deren Erſcheinungen darinn betrach-

betrachtet werden/ weit über der Erden und alle irrdiſche Dinge erhöhet ſind. Mit grőſſern Fug aber verdienet dieienige Betrachtung der ietzt-belobten Wiſſenſchafften den Nahmen einer höhern Matheſis, welche eine höhere Einſicht erfordert/ indem ſie einen niedrigen oder gemeinen Verſtand weit überſteiget. In ſolcher Abſicht iſt zu allen Zeiten ins beſondere die höhere geometrie benennet worden die Betrachtnng der krummen Linien/ und derer Cörper/ welche aus der Bewegung derſelben/ ſo auf mancherley Weiſe geſchehen kan/entſpringen. Gleicherweiſe wird ſich in allen übrigen Theilen der mathematic dergleichen obiectum finden/ deſſen gründliche Einſicht mehr als gemeines Nachdencken haben will/und daher mit Fug zur höhern matheſi mag gezehlet werden. In der arithmetic z. E. gehören hieher die potenzen der Zahlen/ inſonderheit die höheren/ welche das quadrat und den cubum überſteigen; ingleichen irrational-Zahlen/ (numeri ſurdi) und unendliche Reihen Zahlen/ (ſeries infinitæ) wie auch überhaupt die gantze Buchſtaben-Rechnung/ darinn man an ſtatt der Zahlen ſich der Buchſtaben im Rechnen bedienet/

net/ und mit denſelben allerhand Gröſſen benennet.

Wie nun die gemeine arithmetic und geometrie verſchiedenen cörperlichen Dingen in der gemeinen vermiſchten matheſi appliciret werden; ſo wird ſich auch nicht weniger bey ſolcher Betrachtung cörperlicher Dinge und Erforſchung derſelben Eigenſchafften/ als der Schwere/ der Bewegung/ der Geſchwindigkeit und was dergleichen mehr dasienige mit Nutzen gebrauchen laſſen/ was in der höhern arithmetic und geometrie erwieſen worden/ daraus ebenfals die vermiſchte matheſis ſublimior entſpringet: zugeſchweigen/ daß auch in allen Theilen der vermiſchten mathematiſchen Wiſſenſchafften ſich gar vieles findet/ deſſen Betrachtung ein reifferes Nachſinnen erfordert/ als man ſonſt in der gemeinen matheſi anzuwenden nöthig hat. Von ſolcher Art ſind z. E. in der aſtronomie die theoriæ der Planeten/ das iſt die Figuren dadurch die Sternkundige die Bewegung der Planeten zu erklähren geſucht/ wie auch nicht weniger die gantze aſtronomiſche Rechnung/ welche ſich auf ſolche theorias gründet/ſamt der ſphæriſchen trigonomie hieher zu referiren.

Am allermeiſten gehöret in die höhere matheſin die ſo genannte algeber, welche einen bequemen Weg zeiget / die Aufgaben ſowohl in der gemeinen/ als höhern/ in der einfachen / (pura) als vermiſchten matheſi durch Gleichungen aufzulöſen, dabey eine beſondere Aufmerckſamkeit nöthig iſt/ weil die ietzt-erwehnten Gleichungen / durch bloſſes Nachſinnen aus denen gegebenen Umſtänden, nach denen vorhin-bekannten generalen Grundſätzen der mathematic müſſen gefunden werden. Man pfleget auch wol die algeber noch weiter zu extendiren/ daß ſie zugleich die analyſin infinitorum in ſich begreiffet/ dadurch ſowohl der calculus differentialis als integralis verſtanden wird / deren erſterer durch reſolvirung in unendlich kleine Theile/ der andere / durch ſummirung ſolcher Theile eine unbekannte Gröſſe erfinden lehret. Man braucht hiebey deſto höheres und reifferes Nachdencken/ ie ſchwerer es iſt / die Eigenſchafften desienigen obiecti zu erkennen / deſſen Betrachtung dieſe Rechnung appliciret wird. Wie denn die neuern und berühmteſten Mathematici als CARTESIVS, NEVTON, LEIBNITZ, BERNOVLLI und andere / ſich in ſolcher

Rechnung nicht mit bloſſen Zahlen aufge-halten / wie vor Zeiten von DIOPHANTO, SCIPIONE FERREO, LUDOVICO FERRARENSI und anderen geſchehen/ſondern ſie haben mit gröſten Nutzen dieſelbe ſowohl in der gemeinen als höhern geometrie, ja auch bey Erfindung der verborgenſten Wahrheiten der Natur gebrauchet.

Alle dieſe jetzt-erwehnte Wiſſenſchafften gehören demnach zu der höhern matheſi; woraus erhellet / daß dieſelbe eben ſo weitläufftig / ja noch faſt weitläufftiger ſey/ als die gemeine iſt. In ſolcher Abſicht iſt denn auch / wie vor gemeldet / auf verſchiedenen Academien nicht ohne Urſach ein beſonderer Lehrer verordnet / welcher dieſe höhere matheſin öffentlich profitiren ſoll. Ja es iſt ein ieder Theil dieſer vortrefflichen Wiſſenſchafften heutiges Tages / nachdem die höhere mathematic beſſer excoliret worden / dermaſſen erweitert / daß er wohl einen beſondern Lehrer gebrauchte; indem eines Menſchen Lebens-Zeit nicht hinlänglich dieſelben alle zu ergründen / wie man denn nicht leicht ein Exempel haben wird/ daß ein mathematicus zugleich in der algeber, aſtronomie, mechanic, Krieges-

und Civil-Bau-Kunſt excelliret; Allein/ wenn wir den heutigen Zuſtand unſerer teutſchen Academien anſehen/ da von wenigen eine ſolide Wiſſenſchafft in der mathematic geſucht wird/ und die meiſten ſich mit denen erſten Anfangs-Gründen begnügen/ ſo würde derjenige/ welcher nur allein altiora zu proponiren hätte/ öffters ein leeres auditorium vor ſich finden.

Solche Verachtung unſerer herrlichen Künſte entſtehet guten Theils aus dem falſchen Wahn/ welchen viele von denenſelben hegen/ als beſtünden ſie in einer bloſſen Grillenfängerey/ und dieneten zu nichts/ als den Kopff mit eiteln Ideen anzufüllen. Nun iſt zwar nicht zu leugnen/ daß dieſe höhere Wiſſenſchafften zur Zeit noch keinen ſo weitläufftigen Nutzen haben/ als die gemeine matheſis; aber dennoch irren diejenigen gar ſehr/ welche ihnen allen Vortheil abſchneiden wollen/ und ſie nur vor unnützen Zeitvertreib unnützer Grillenfänger ausſchreyen. Es würde mir leicht fallen/ alle dergleichen Einwürffe/ mit welchen die Feinde gründlicher Wiſſenſchafften unſere mehr-belobte matheſin verhaſſet machen wollen/ zu wiederlegen/ wenn der-

dergleichen Arbeit nicht bereits von vielen mit groſſen Eyffer und Nachdruck rühmlichſt übernommen wäre. Man ſchlage nur nach des Grafen von HERBERSTEIN FERDINANDI ERNESTI Schutzſchrifften ſo zu Alt-Prage Anno 1709 und 1712 herauskommen / darinn er inſonderheit die höhere mathematic wider die unbeſonnenen Anſchuldigungen ſowohl des PETRI POIRET als vieler anderer unvernünfftigen Tadler ſattſam vertheidiget. Eben dieſes hat ſich auch der Herr von ROHR rühmlichſt angelegen ſeyn laſſen in dem ſchediaſmate, welches er Anno 1713 in Halle ediret / darinn er die Beſchaffenheit und den Nutzen der mathematiſchen Wiſſenſchafften in der Theologie, jurisprudenz, medicin, philoſophie, auf Reiſen und in dem gantzen menſchlichen Leben deutlich gezeiget. Darneben auch diejenigen Einwürffe gründlich beantwortet / welche wider dieſe edle Künſte hin und wieder vorgebracht werden. Und was braucht es vieler Worte? da klahr am Tage lieget / was die höhere matheſis und zumahl die algeber, nachdem dieſelbe ſowohl der gemeinen mathematic, als auſſer derſelben

denen Wiſſenſchafften/ welche zu denen ſo genannten obern und untern Facultäten gehören/ iſt appliciret worden/ für ungemeinen Nutzen geſchaffet. Haben nicht faſt alle dieſe freye Künſte dadurch eine gantz andere Geſtalt gewonnen? ſind nicht dadurch ſo viele höchſtnützliche Wahrheiten/ welche unſern Vorfahren verborgen geweſen/ an das Licht hervor gezogen? Es wird ein ieder dieſes geſtehen müſſen/ der iemahls der hochberühmten mathematicorum in England ISAAC NEVTONS principia philoſophiæ naturalis mathematica, DAVID GREGORI Elementa aſtronomiæ, phyſicæ und geometriæ, IO. KEILS introduction ad phyſicam & aſtronomiam veram, ISAACI BORELLI Lectiones opticas eingeſehen; auch mit Verſtand geleſen/ was IO. ALPHONSVS BORELLVS in Piſa de vi percuſſionis, und CHRISTIAN HVGENIVS de Horologiis ſowohl/ als de lumine geſchrieben. Sind nicht in dieſen ſehr gelehrten Schrifften und vielen andern von ſolcher Art hin und wieder verſchiedene algebraiſche demonſtrationes anzutreffen? Sind nicht durch dieſelbe der gantze Bau dieſer Welt/ und derſel-

ſelben eigentlicher Zuſammenhang/die Geſetze der Bewegung ſowohl überhaupt/als ins beſondere der Sterne am Himmel/auch derer perpendicul an denen Uhren/die Eigenſchafften unſer Lufft/ und was dergleichen herrliche Dinge mehr von neuen entdecket/ und auf das deutlichſte vor Augen geleget? Wer nun nicht zuſtehen will/daß die höhere matheſis nützlich ſey/ der muß leugnen/ daß eine genaue Erforſchung der Natur/ eine wahre Betrachtung des Himmels und derer daran funckelden Sterne/ eine rechtſchaffene Erkänntniß derer ſowol flüßigen als dichten Cörper/ eine richtige conſtruction der Uhren/ in der Schiffart/ in der Medicin, ja im gantzen menſchlichen Leben einigen Vortheil geben könne. So unſtrittig derowegen hieraus der allgemeine Nutzen unſerer nur belobten Wiſſenſchafften erhellet/ ſo unwiderſprechlich iſt derſelbe auch ins beſondere in der heilſamen Kunſt denen vielfältigen Gebrechen des menſchlichen Leibes abzuhelffen. Hievon zeugen die gelehrten Bücher der fürtrefflichen Helden in der Medicin, welche von iederman der gründliche Wiſſenſchafften liebet/ hoch und werth gehalten werden.

Wer

Wer weiß nicht wie gründlich IO. ALPH. BORELLUS in ſeinen Buch de motu animalium die Kräffte der Glieder des Leibes unterſuchet / und erweiſen? Hieher gehören auch des PITTCARNII, FREINDII, SCARAMUZZI, STROEMII, GUILIELMINI, MICHELOTTI, BELLINI, BERNOULLI diſſertationes von der Bewegung der muſculn und des Geblüts von den Pulsſchlägen / Aderlaſſen / von der Abſonderung der flüßigen Materie in einen lebhabten Cörper / und was dergleichen mehr / in welchen allen der menſchliche Leib als eine Machine betrachtet iſt / deren Bewegung ſowohl in Anſehung derer dichten als flüßigen Theile aus der höhern matheſi nicht ſonder groſſen Nutzen erkläh-ret worden.

Will iemand weiter in Zweiffel ziehen / ob ietzt-gedachte Wiſſenſchafften auch mit einigen Vortheil in der Moral und Juriſprudenz können gebraucht werden? der erinnere ſich / was der groſſe LEIBNITZ bereits im Jahr 1683 im October denen Leipziger actis von dem Rabat einverleiben laſſen / da er nemlich durch die ſeries infinitas die

wahre proportion finden lehret/ nach welcher dergleichen Zahlung ohne eines von beyden Contrahenten Nachtheil oder Verkürtzung geschehen müſſe/ welches ſonſt ohne ſolche Rechnung aus der höhern mathematic nicht kan ausgemachet werden. Nicht weniger wird man klährlich überzeiget werden/ daß dieſe edle Kunſt einen herrlichen Einfluß in das Juſtitz-Weſen haben könne/ wenn man nachlieſet was FERMATIVS, HVGENIVS, RATMVNDVS de MONMORT, und ins beſondere IACOBVS BERNOVLLI in ſeinen opere poſthumo de arte conjectandi, wie auch ein Vetter deſſelben NICOLAVS BERNOVLLI in ſeiner gelehrten diſputation de uſu artis conjectandi in jure geſchrieben von dem Gebrauch der algebraiſchen Rechnung/ die mancherley Fälle ſo bey allerhand Glücks-Spielen vorkommen können/zu erforſchen/damit man erfahre/auf weſſen Seite unter zweyen Spielern der gröſte Anſchein zu dem Gewinn ſey; oder überhaupt in einer ieden zweiffelhafften Sache den Grad der Wahrſcheinlichkeit zu finden; welches/wie niemand leugnen wird/ viel ſchwerer iſt/ als eine Wahrheit / die ſich gründlich erforſchen läſſet / zu demonſtriren.

ren. Nun gründen ſich die meiſten Sachen die vor denen Gerichten ausgemachet werden auf eine probabilität/ wie aus der diſtinction inter probationem plenam und minus plenam, ſemiplenam majorem und minorem, ingleichen aus der Lehre de præſumtionibus ſattſam zu erſehen; in ſolchen Fällen iſt alſo der Grad der probabilität fürnemlich zu determiniren / dabey dergleichen Rechnung ſtatt findet/ welche wie vor gedacht in denen Spielen gebraucht wird/ die mancherley Glücks-Fälle auszufinden/ wie der ietztbelobte IACOB BERNOVLLI in dem IVten Theil des Buchs de arte conjectandi einigermaſſen gelehret / und noch deutlicher würde gezeigt haben/wenn er nicht durch den frühzeitigen Tode/ ehe noch dieſes herrliche Werck fertig / und zum Druck befördert worden/ übereilet wäre.

Wenn aber über das alles die höhere matheſis gleich keiner andern diſciplin könte appliciret werden / ſo würde dennoch niemand ſeine Zeit übel anwenden / wer in derſelben einigen Grund zu legen weder Fleiß noch Mühe ſpahret/ ſintemahl ein ieder dieſer herrlichen Kunſt den Ruhm

wird laſſen müſſen / daß durch die tiefſſinnigen demonſtrationes ſo darinnen vorkommen / der Verſtand dermaſſen geſchärffet wird / daß er nachmahls deſto leichter was wahr oder falſch iſt / unterſuchen / und alle Wahrheiten ſowohl in als auſſer der matheſi einzuſehen vermögend ſey. Denn wie die Glieder unſeres Leibes durch beſtändige Ubungen in ritterlichen Spielen eine ungemeine Fähigkeit erlangen / ſo hat es auch mit denen Kräfften unſers Verſtandes / gleiche Bewandniß / je fleißiger ſich dieſelbe in Erforſchung und gründlicher Erkänntniß tieff verborgener Warheiten üben / deſtomehr wird das ingenium aufgemuntert / und das judicium deſto vollkommener werden eine jede Sache nach ihrer wahrhafftigen Beſchaffenheit zu beurtheilen. Da wird man ſich niemahls durch ſeine euſerliche Sinne / durch einen irrigen Wahn / durch fälſchliche Vorurtheile / durch das Anſehen berühmter Leute verführen laſſen / ſondern das wahrſcheinliche von dem wahrhafften / einen unvollkomnenen von einen vollkommenen / einen confuſen von einen deutlichen Begriff wohl unterſcheiden. Eben deswegen recommendiret der weiſe LOOK in dem

gelehr-

gelehrten Werck de dirigendo intellectu in cognoſcenda veritate, welches in ſeinen operibus poſthumis zu finden / einem iedweden der ſeinen Verſtand recht zu excoliren trachtet / inſonderheit das ſtudium algebraicum, und meinet / daß man dadurch am aller leichteſten zu einer gründlichen Einſicht der aller ſchwereſten Sachen / ſo in ieder diſciplin vorkommen / gelangen könne.

Ich habe demnach verhoffentlich zur Gnüge erwieſen / daß dieienigen einen irrigen Wahn hegen / welche ſich einbilden / die höhere matheſis habe keinen Nutzen / und werde die Zeit vergeblich zugebracht / welche man zu Erlernung derſelben anwendet. Es bleibet aber noch ein anderer Zweifel übrig / dadurch ſich ihrer viele von der application auf dieſe nöthige Wiſſenſchaften abſchrecken laſſen / indem ſie meinen / die höhere matheſis ſey über die Maſſen ſchwer / daß niemand / der nicht mit einen beſondern Verſtande von der gütigen Natur begabet / viel darinn profitiren könne. Ich will allhie nicht in Abrede ſeyn / daß man in der mehr gedachten matheſi mehr Fleiß und Aufmerckſamkeit anzuwenden habe / als in der

der gemeinen; wie es mit allen köſtlichen Sachen zu gehen pfleget / nach dem gemeinen Sprüchwort difficilia quæ pulchra; aber daraus folget bey weiten nicht / daß man dieſe ſtudia gantz und gar negligiren müſſe. Kan gleich nicht iederman ſeine Erkänntniß darinn zu gleichen Grad der Vollkommenheit bringen / ſo thut er doch wohl / daß er ſich bemühet / ſo weit zu kommen / als ſein ſchwacher Verſtand verſtattet; und wenn er durch ſolchen Fleiß nichts weiter erlanget / ſo lernet er doch dadurch ſich ſelbſt und die Kräffte ſeines Verſtandes erforſchen / welche recht zu kennen / einem ieden höchſt nöthig iſt. Man kan auch zugeben / daß die höhere matheſis ſich nicht vor iedes ingenium ſchicke / aber was wird ſie dadurch geringer als andere Künſte und Wiſſenſchafften? Finden ſich doch auch verſchiedene Köpffe / welche entweder nicht in der Theologie oder nicht in der Juriſprudenz, medicin oder metaphyſic fortkommen können. Wer wolte ſich aber einbilden / alle die diſciplinen wären zu ſchwer / und aus ſolcher Furcht dieſelben gantz und gar liegen laſſen? Gewiß ſo iemand einen ſo

fähigen Verſtand beſitzet / daß er die ſchweren Fragen / welche in dieſen höhern Wiſſenſchafften hin und wieder vorkommen / gründlich erforſchen mag / der darf keine Sorge tragen / daß er nicht auch in der höhern mathematic, wenn er gebührenden Fleiß anwendet / zu einer guten Erkänntniß gelangen werde; Zumahl da / wie ſchon vorhin erwehnet / eben dieſes ſtudium gleichſam der Wetz-Stein iſt / dadurch die Krafft des Verſtandes immer mehr und mehr geſchärffet wird / daß / je länger man dieſen ſpeculationibus nachhänget / deſto fähiger daß ingenium wird / auch die aller ſchwereſten Sachen eigentlich zu erkennen.

Ubrigens iſt auch allhie ſehr viel an einer guten methode gelegen / daß man dieſes Werck recht ordentlich angreiffe. Wie ſolches am füglichſten geſchehen könne / hat der ſeel. Herr von TSCHIRNHAVSEN in ſeiner gründlichen Anweiſung zur matheſi und phyſic gelehret; nach deſſen Vorſchlag zuvorderſt in der gemeinen matheſi als der arithmetic und geometrie auch denen vermiſchten Theilen guter Grund muß geleget werden. Nachmahls finden ſich ebenfals

fals in der höhern matheſi ſelber gewiſſe Anfangs-Gründe darnach Anfänger können angeführet werden; indem man ihnen z. E. anfangs die Buchſtaben-Rechnung nur durch Zahlen erklähret / bald darauf aber dieſelbe auf die geometrie, mechanic, chronologie u. ſ. f. appliciret / damit ſie lernen / ſich einen Begriff von denen quantitatibus abſtractis zu machen / und den Nutzen einer ſolchen Rechnung deſto beſſer einſehen. Auf gleiche Weiſe läſſet ſich auch die geometria curvarum tractiren / daß man Anfangs nur die erſten affectiones derer Kegelſchnitte / nachmahls auch die übrigen krummen Linien / durch die Buchſtaben-Rechnung erklähre / und auf ſolche Weiſe von denen leichten demonſtrationibus allgemählich zu denen / welche mehrere Aufmerckſamkeit gebrauchen / fortſchreite. Und eben ſo kan es auch mit der analyſi finitorum und infinitorum gehalten werden / da man den Anfang machet von der algebra numeroſa, nachmahls in der ſpecioſa erſt die conſtructiones der æquationum ſimplicium, den der quadraticarum, affectarum und altiorum hinzuſetzet. Alle dieſe ſowohl ietzt-benannte ſpecies als

die differential-und integral Rechnung müſſen mit vielen Exempeln erklähret werden / weil die principia in ſehr wenigen beſtehen / die application aber am leichteſten durch dergleichen Exempel geſchehen kan; dabey das vornehmſte iſt / daß dieſelbe denen Zuhörern aufgegeben werden / daß ſie durch eigenes Nachſinnen die reſolution oder demonſtration derſelben finden müſſen. Wenn man alſo mit leichten Exempeln anfänget / und allgemählich andere vornimmt / welche etwas tiefferes Nachſinnen brauchen / wird man auf ſolche Weiſe denen trägeſten ingeniis mit der Zeit ſowohl die theorie als praxin beybringen können.

Es iſt dieſes auch in gegenwärtigen Werckchen meine vornehmſte Bemühung geweſen / daß ich Anfängern / weil man doch heutiges Tages auf Univerſitäten dergleichen nur allein vor ſich hat / einen leichten Weg zu der höhern matheſi zeigen möchte. Man findet alſo darinn (1) eine kurtze Anleitung zu der Buchſtaben-Rechnung / in welcher ich nicht nur die ſo genannte ſpecies arithmeticas, ſondern auch

den

den Urſprung der höhern dignitäten ſowohl als der irrational-Gröſſen und derſelben Eigenſchafften / auch wie die letzteren können in ſeries infinitas reſolviret werden/ durch kurtze Reguln und Exempeln erklähret. (2) Sind in der geometria curvarum ſowohl die geneſes der krummen Linien als derſelben Eigenſchafften und Verzeichnung durch die Buchſtaben-Rechnung deutlich demonſtriret. (3) Iſt in der algeber ein kurtze Anweiſung zu der analyſi welcher ſich die alten mathematici hauptſächlich bey Erfindung neuer Wahrheiten bedienet / præmittiret / damit auch dieſe methode etwas unbekanntes zu entdecken nicht gäntzlich in Vergeſſenheit komme / zumahl da verſchiedene nützliche Wahrheiten dadurch leichter als durch die jetzo übliche analyſin ſowohl gefunden als erwieſen werden. (4) In der Algebra ſelber ſind die einfachen und quadratiſchen Gleichungen zuerſt mit leichten arithmetiſchen / nachmahls ſowohl dieſe als die höhere / wie auch die analyſis infinitorum mit geometriſchen Exempeln illuſtriret. (5) Iſt aus der höhern ver-

miſchten matheſi nur allein die aſtronomiſchen Rechnung nebſt der darinn nöthigen ſphæriſchen trigonometrie kurtz/doch ſo viel es möglich geweſen/auf das deutlichſte abgehandelt; indem/wie vorgemeldet/ mein Vorſatz nicht weiter gehet/als Anfängern die erſten principia der höhern matheſis beyzubringen/ damit ſie nachmahls ſelber im Stande ſeyn mögen/ weiter zu gehen/ und anderer mathematicorum Schrifften/darinn die höhere matheſis appliciret iſt/verſtehen können. Dieſerwegen habe ich mich auch der Kürtze befleißigen und alle Weitläufftigkeit vermeiden müſſen / damit ich in meinen collegiis privatis alle dieſe Theile in einen Jahre abſolviren könne.

Wie ich denn in Zukunfft meine prælectiones academicas auf ſolche Weiſe mit GOttes Beyſtand einzurichten gewillet bin; daß ich den ſo genannten curſum mathematicum alle halbe Jahr von neuen anfange/ und in einen halben Jahre nach meiner im vorigen Jahr edirten Einleitung die erſten Theile/ als die arithmetic, geometrie, trigonometrie, mechanic, und civil-Bau-Kunſt; im andern die militair-

litair-Bau-Kunſt/ Optic, Aſtronomie, Geographie, Chronologie und Horographie zu Ende bringe damit ein iedweder/ wie es ihm beliebig/ und ſeine Umſtände es leiden wollen/ entweder in einen halben oder gantzen Jahre vorerwehnte diſciplinen mit Nutzen hören könne. Darneben werde ich den Sommer über in der höhern matheſi mich beſtändig mit der Buchſtaben-Rechnung/ geometria curvarum und analyſi aufhalten; den Winter aber/ weil alsdenn die langen und dunckeln Nächte zum obſerviren am bequemſten ſind/ meine Auditores zur aſtronomiſchen Rechnung und richtigen obſervationen anweiſen/ damit ſie nachmals/ wenn ſie Gelegenheit haben/ wohl beſtellete obſervatoria zu beſuchen/ auch daſelbſt ihren Fleiß mit Nutzen ausüben können. In denen lectionibus publicis hingegen werde ich nach meiner bisherigen Gewohnheit entweder beſondere Materien aus denen nützlichſten Theilen der mathematic erklähren/ oder den Nutzen derſelben in denen obern Facultäten zeigen/ wie bishero darinnen ſowohl die matheſis biblica, als die mechaniſche ſtructur des menſch-

menſchlichen Leibes nicht ſonder allen Nutzen ausgeführet worden. Solte mir auch auſſer denen collegiis privatiſſimis, dadurch ich zeither bin diſtrahiret worden/ einige Neben-Stunden übrig bleiben/ werde nicht unterlaſſen/ dieſelbe zu ausführlicher Erklährung einiger beſondern Theile aus der vermiſchten matheſi nach dem Verlangen und ſcopo meiner Zuhörer anzuwenden. GOtt gebe nur daß meine Arbeit nicht vergebens ſey/ ſondern meine gute intention, ſo ich hierinnen hege/ ihren vorgeſetzten Entzweck glücklich erreichen möge.

Einlei-

Einleitung
Zu der
Buchſtaben-Rechnung.

Das I. Capitel.

Von Benennung derer Gröſſen durch Buchſtaben.

§. 1.

Gleichwie in der gemeinen arithmetic beſondere Zeichen angenommen werden, dadurch man iedwede Zahl bedeutet, (§. 4 arithm.) alſo haben auch die Mathematici für nöthig befunden, beſondere Zeichen zu erwehlen, damit ſie allerhand Gröſſen, es mögen Zahlen, Figuren, Gewichte, Zeiten oder dergleichen ſeyn, auf das bequemeſte bedeuten, und von einander unterſcheiden können. Und ob es wohl einen iedweden frey ſtehet, was er hierzu vor Zeichen gebrauchen wolle, ſo ſchicken ſich doch am bequemſten dazu die kleinen Buchſtaben des lateiniſchen Alphabets, welche auch heutiges Tages faſt durchgehends von allen Mathematicis dazu angenommen werden.

§. 2. Jch kan demnach durch a eine Zahl, oder eine Lienie, oder einen Cörper, oder einen gewiſſen Grad der Geſchwindigkeit, oder eine gewiſſe Bewegung verſtehen; oder auch dieſelbe Gröſſe durch einen andern Buchſtaben

ſtaben als c, d, oder f u. ſ. f. andeuten; ſolches dependiret von eigener Willkühr, und dienet zu nicht geringen Vortheil, weil ſo wohl die demonſtrationes als operationes, welche in der Mathematic vorkommen, dadurch ungemein kürtzer und leichter gemacht werden.

§. 3. Wie aber die Gröſſen ſelber untereinander können addiret, ſubtrahiret, und ſonſt auf unterſchiedene Weiſe verglichen werden, (§. 1 Vorb.) ſo werden ſich auch ihre Zeichen auf gleiche Art tractiren laſſen, daher eine neue Art der Rechnung entſtehet, welche man die **Buchſtaben Rechnung** (arithmetica ſpecioſa) zu nennen pfleget; und die **Buchſtaben als gemeine Zahlen zu tractiren** lehret. *Def. 1.*

§. 4. Es beſtehet dieſelbe aus eben denen Theilen welche in der gemeinen arithmetic vorkommen. Den wir betrachten die Addition, die Subtraction, die Multiplication, die Diviſion der Buchſtaben, ſie mögen gantze Gröſſen oder nur Theile derſelben vorſtellen. Auch werden die Buchſtaben zu höhern Dignitäten erhoben, und wenn dergleichen Dignitäten oder Potentzen vorkommen, die Wurtzeln aus denſelben gezogen, welche nachmahls ebenfals wie die gemeinen Zahlen tractiret werden.

§. 5. Man braucht bey dieſer Rechnung vielfältig die Zeichen der Addition †, und Subtraction —, welche vor die Buchſtaben geſetzet werden, daher dieſelbe in würckliche (poſitivæ)

und fehlende (negativæ) getheilet werden. Poſitivas nennet man, für welchen das Zeichen †, oder gar kein Zeichen ſtehet, Z. E. † a oder b; weil vor dieſen letzteren allzeit daſſelbe Zeichen † ſupponiret wird, und in beyden wird etwas geſetzet, daher derienige welcher dergleichen Gröſſe bekömmt, würcklich etwas beſitzet. Negativæ oder privativæ hingegen werden genandt, für welchen das Zeichen — ſtehet; dieſe entſtehen, wenn eine gröſſere von einer kleinern Gröſſe ſoll ſubtrahiret werden. Sie können daher am füglichſten mit einer Schuld verglichen werden, welche derienige, ſo damit behafftet iſt, tilgen muß, daher ſeinen übrigen Gütern ſo viel abgehet. Z. E. es mag a 20 Th. gelten, ſo wird derienige der — a hat, 20 Th. bezahlen müſſen, und wenn er alſo 100 Th. hätte, behält er nur 80 Th. hat er aber nichts gehabt, ſo bekömmt er durch — a weniger als nichts, indem er erſt 20 Th. bezahlen muß, ehe er nichts hat und nichts ſchuldig bleibet.

Def. 1.

Def. 2.

Ax. 1. §. 6. Hieraus erhellet, daß die quantitates negativæ keine wahre Gröſſen ſind, ſintemahl ich dasjenige, was noch weniger als nichts iſt, keine wahre Gröſſe nennen kan, und
Ax. 2. folglich haben ſie keine Verhältniß zu denen wahren Gröſſen; indem ſich dergleichen nur zwiſchen ähnlichen gröſſen findet. (§. 6 Vorb.)
Ax. 3. jedoch können ſie wohl ein untereinander verglichen werden, indem eine Schuld gröſſer oder kleiner als die andere ſeyn kan.

§. 7.

§. 7. Wenn man ferner nicht weiß ob eine gröſſe Poſitiva oder Negativa ſey, pfleget man beyde Zeichen † und — untereinander davor zu ſetzen, als $\pm$ b, in welchen Fall man ſelbige eine zweiffelhaffte (dubia) Gröſſe nennet. *Def. 1.*

§. 8. Letzlich ſind die Gröſſen welche durch Buchſtaben angedeutet werden, entweder einzelen (ſimplices) oder zuſammen geſetzte, (compoſitæ) vor iene kömt nur ein Zeichen zu ſtehen, als † a, oder — bb, ingleichen † bc; in dieſen aber werden die Buchſtaben, welche die einzelen Gröſſen bedeuten, durch die Zeichen † und — zuſammen geſetzet, als a † b, oder c † d — b. u. ſ. f. *Def. 1.* *Def. 2.*

Das II. Capitel.

Von der Addition, Subtraction, Multiplication und Diviſion der Buchſtaben.

§. 9. Bey der Addition der Buchſtaben kommen viererley Caſus vor, der erſte iſt, wenn die quantitates ſimplices durch einerley Buchſtaben verzeichnet, und die Zeichen derſelben einerley ſind. Der andere, wenn die Zeichen verſchieden. Der dritte, wenn ſo wohl die Buchſtaben als Zeichen verſchieden. Der vierdte, wenn die Gröſſen die da ſollen addi-

ret werden compoſitæ ſind. Hieraus entſtehen alſo folgende Aufgaben.

Pro- bl. 1. Einzelne Gröſſen, welche durch einerley Buchſtaben bedeutet werden, und einerley Zeichen haben, addiren.

Zehlet die Buchſtaben/ ſo addiret werden ſollen/ zuſamen/ ſo giebt die Summe derſelben die geſuchte/ vor welche das jenige Zeichen/ ſo vor denen Buchſtaben ſtehet/ muß geſetzet werden.

Z. E.	† a	3b	— 5b
	† a	2b	— 2b
f.	† 2a	f. 5b	f. — 7b

Beweiß.

Das Zeichen † bedeutet eine Gröſſe ſo iemand hat (§. 5) wer alſo hat †a und †a der hat †2a, (probl. 3 §. 7 arith.) gleichfalls bedeutet — eine Schuld, (§. 5) wer alſo hat — 5b und — 2b der iſt 7b ſchuldig (probl. 3. §. 7 arithm.) W. Z. B.

Pro- bl. 2. Einzelne Gröſſen, welche durch einerley Buchſtaben bedeutet werden, aber verſchiedene Zeichen haben addiren.

Ziehet die Gröſſe vor welcher die kleineſte Zahl ſtehet von der andern ab/ und ſchreibet vor den Reſt das Zeichen der gröſten Zahl.

Z. E.	— 3a	† 5b	† 2c
	† 2a	— 2b	— 4c
	f. — a	f. 3b	f. — 2c

Beweiß.

Gleichwie eine Schuld durch eine wahre Gröſſe, alſo wird auch eine wahre Gröſſe durch eine

eine Schuld vermindert, daher muß an beyden Oertern das kleinere von dem gröſſern ſubtrahiret werden, damit man erkenne, wie weit ſich beyde Gröſſen gegen einander auffheben. Weil aber weder ein gröſſerer Vorath durch eine geringere Schuld kan gäntzlich erſchöpffet, noch eine gröſſere Schuld durch einen kleinern Vorath getilget werden, ſo muß das Zeichen der gröſſern quantität beybehalten werden. Auff ſolche Weiſe bleibt derienige, der 3a ſchuldig iſt, und 2a zu bezahlen hat, noch 1a ſchuldig; gleichergeſtalt behält derienige der 5b hat, 2b ſchuldig iſt, nach geſchehener Zahlung nur noch 3b u. ſ. f. W. Z. B.

Einzelne Gröſſen welche mit verſchiedenen Buchſtaben verzeichnet ſind, für welchen auch verſchiedene Zeichen ſtehen, addiren. *Probl. 3.*

Schreibet die Gröſſen neben einander, und ſetzet vor iedwede ihr Zeichen vor, da denn an ſich einerley iſt, welche zuerſt oder zuletzt geſchrieben werde, doch pfleget man wohl die poſitivas voran, die negativas zuletzt zu ſchreiben.

Z. E. $$\begin{array}{r} 2a \\ -3b \\ +c \\ \hline \end{array}$$

ſ. $2a + c - 3b$

Beweiß.

Es mögen 2a 2 Th. gelten, 3b 3 Gr. c 1 Pf. ſo iſt die Summe 2 Th. — 3 Gr. † 1 Pf.

Pro-bl. 4. **Zuſammengeſetzte Gröſſen addiren.**

1) Wo einerley Buchſtaben ſind/ die addiret (probl. 1/ 2.)

2) Wo verſchiedene ſich finden/ dieſe ſchreibet mit ihren Zeichen neben einander (probl. 3)

Z. E. a † 3b   2a — b
a † 2b   3a † 4b

f. 2a † 5b   f. 5a; † 3b

2a † b † c
3d—2f—4c

f. 2a † b † 3d — 2f — 3c

§. 10. Bey der Subtraction der Buchſtaben kommen eben dieſelben Caſus wieder vor, welche folgende Auffgaben erläutern werden.

Pro-bl. 1. **Einzelne Zahlen welche mit einerley Buchſtaben bedeutet werden, auch einerley Zeichen haben, von einander ſubtrahiren.**

1) Wenn die Gröſſe ſo ſubtrahiret werden ſoll kleiner iſt/ ſubtrahiret dieſelbe von der Gröſſern/ und ſetzet vor den Reſt das gemeine Zeichen.

2) Wenn aber der Subtrahendus gröſſer iſt/ ziehet die obere kleinere Gröſſe von demſelben ab/ und ſetzet vor den Reſt das contraire Zeichen.

Z. E. 3a   —5c   —8b
2a   —2c   —12b

f. a   f. —3c   f. † 4 b.

Beweiß.

Durch die Subtraction wird etwas weggenommen, wenn ihr, alſo von 3a Z. E.

(ſo

ſo Th. gelten mögen) 2a (oder 2 Th.) wegnehmet; behaltet ihr 1a (1 Th.). Wird aber eine Schuld weggenommen, ſo wird in der That etwas geſetzet. (dadurch nehmlich die Schuld kan getilget werden.) Alſo wenn ihr die Schuld von 5b (oder 5 Th.) auf 2b (oder 2 Th.) vermindert, bleibet die Schuld nur 3b (oder 3 Th.). Gleicherweiſe wenn ihr 8 Th. ſchuldig ſeyd, und eine Schuld von 12 Th. vor euch gehoben wird, behaltet ihr noch 4 Th. übrig. W. Z. B.

Einzelne Gröſſen welche mit einerley Buchſtaben benennet, aber ungleiche Zeichen haben, von einander ſubtrahiren. Probl. 2.

Addiret die Gröſſen zuſammen / und ſchreibet vor die Summe das Zeichen derer davon ihr ſubtrahiren ſoltet.

Z. E.	$3c$	$-d$
	$-5c$	$+4d$
	f. $+8c$	f. $-5d$

Beweiß.

Wenn eine Schuld gehoben wird, ſo wird in der That ſo viel geſetzet, daß die Schuld dadurch könne getilget werden. Wenn alſo iemand 3 Th. hat, und noch ſo viel dazu bekömmt, dadurch eine Schuld von 5 Th. kan gehoben werden, ſo hat er in allen 8 Th. fehlet ihm aber 1 Th. ehe er nichts hat, und nichts ſchuldig iſt, und krieget noch 4 Th. weniger, ſo wird er 5 Th. weniger als nichts haben. W. Z. B.

Einzelne Gröſſen welche mit verſchiedenen Probl. 3.

denen Buchſtaben verzeichnet ſind, von einander ſubtrahiren.

Schreibet die gegebenen Buchſtaben neben einander/ und ſetzet vor diejenige/ die ſubtrahiret werden ſoll/ wenn ſie poſitiva iſt — / iſt ſie negativa †.

Z. E.	†a	4c
	†b	—3b
	f. a — b	f. 4c † 3b.

Beweiß.

Habet ihr einen Thaler und verliehret einen 1 Gr. ſo behaltet ihr 1 Th. — 1 Gr. habet ihr aber 4 Pf. und euch wird über das noch ein Mangel erſetzet von 3 Loth, ſo habt ihr 4 Pf. † 3 Loth.

Probl. 5. **Zuſammen geſetzte Gröſſen von einander ſubtrahiren.**

1) Wenn die gegebenen Gröſſen einerley Buchſtaben haben ſubtrahiret ſie (probl. 1/2.)

2) Sind aber die Buchſtaben verſchieden ſo ſubtrahiret ſie (probl. 3.)

Z. E.	3a † 4b — 2c	2a — 3c † 4b
	a — 3b — 4c	2d † 5c — 3e
	f. 2a † 7b † 2c	f. 2a † 4b † 3e — 2d — 8c.

§. 11. Gleicherweiſe können auch bey der Multiplication der Buchſtaben viererley Caſus vorkommen, als (1) daß vor denen Buchſtaben keine Zahlen und einerley Zeichen ſtehen, (2) daß die Zeichen verſchieden, (3) daß Zahlen vor denen Buchſtaben ſich finden, (4) daß zuſammen geſetzte Gröſſen multipliciret werden ſollen. Wir haben demnach folgende Auffgaben zu reſolviren.

Ein-

Einzelne Gröſſen vor, welchen keine Zahlen und einerley Zeichen ſtehen in einander multipliciren. *Probl. 1.*

Schreibet die Factores zuſammen und ſetzet vor dieſes product das Zeichen †.

Z. E.

$$\begin{array}{ll} a & -c \\ b & -d \\ \hline f.\ ab & f.\ \dagger cd. \end{array}$$

Beweiß.

1) Wenn a = 3, b = 2 ſo wird 3 · 2 ſeyn = a · b, welches man in der Buchſtaben Rechnung ab gleich gelten läſſet.

2) Wird in der Multiplication der Multiplicandus ſo vielmahl genommen, als der multiplicans groß iſt, (Def. 3 §. 12 arithm.) wenn ihr nun 3 Th. Z. E. habet und dieſe 2 mahl nehmet, ſo bekommt ihr eine quantitatem poſitivam; gleicherweiſe wenn ihr eine Schuld hättet etwa von 3 Th. und dieſelbe mit 1 multipliciret, ſo bliebe dieſelbe Schuld 3 Th. würde ſie aber mit 0 multipliciret, das iſt kein mahl genommen, ſo fiele ſie gar weg; wenn ſie daher mit —1 multipliciret wird, fällt ſie nicht nur weg, ſondern es wird in der That ſo viel geſetzet, als demjenigen fehlete, welcher mit der Schuld behafftet war; wenn ſie alſo mit —2 multipliciret wird, wird 2 mahl ſo viel geſetzet, als die Schuld austräget, u. ſ. f. Weshalben durch die Multiplication gleicher Zeichen, allezeit das Zeichen † entſtehet. W. Z. B.

Schol. Wenn die Buchſtaben welche in einander multipliciret werden einerley ſind, ſchreibet man nur eine an ſtatt des producti hin, und ſetzet bey dieſelbe zur Rechten die Zahl aller Buchſtaben welche in dem factore enthalten.

Z. E.	a	bb	cd
	a	b	c
	f. a^2	f. b^3	f. c^2d

Pro-
bl. 2. Einzelne Gröſſen vor welchen keine Zahlen aber ungleiche Zeichen ſtehen in ſich multipliciren.

Schreibet das product wie probl. 1/ ſetzet aber vor daſſelbe das Zeichen —.

Z. E.	a	—c	cc
	—b	† d	—f
	f. —ab	f. —cd	f. —c^2f.

Beweiß.

Wenn a = 4, und b = 1, ſo wäre das factum = 4/ wäre aber b = 0, da wäre das factum = 0, folglich wenn b weniger als nichts, etwa = —1, ſo wird auch 4 noch einmahl weniger als keinmahl genommen, daher wird es eine quantitas negativa. Gleicherweiſe wenn —c mit † d multipliciret wird, wird die Schuld, ſo durch —c angedeutet wird, etzliche mahl genommen, daher bleibet es eine Schuld, (das iſt eine quantitas negativa) wird aber deſto gröſſer. W. Z. B.

Pro-
bl. 3. Einzelne Gröſſen vor welchen Zahlen ſtehen in einander multipliciren.

1) Mul·

1) Multipliciret die Zahlen beſonders in ſich (probl. 8 §. 13 arith.)

2) Jngleichen die Buchſtaben beſonders (probl. 1)

3) Setzet das product der Zahlen vor das product der Buchſtaben/ und vor beyde das gehörige Zeichen (probl. 1. 2)

Z. E.

3a	2c	— 4d
2b	— 5b	† 2c
f. 6ab	f. — 10cb	f. — 8 dc.

Der Beweiß iſt mit vorhergehenden und (probl. 8 §. 13 arith.) einerley.

Zuſammen geſetzte Gröſſen in einander multipliciren. Probl. 4.

1) Multipliciret von der Rechten zur Lincken die einzeln Gröſſen durch die einzeln (probl. 1/ 2/ 3.)

2) Addiret dieſe producte, (§. 9) ſo giebt die Summe das gantze geſuchte product wie (probl. 8 §. 13 arithm.) erwieſen.

Z. E.

a † b	a — b
c — d	c — d
— ad — bd	— ad † bd
ac † cb	ac — cb
f. ac † cb — ad — bd	f. ac † bd — ad — cb

Schol. Man pfleget auch wohl nur beyde Factores beſonders in parentheſibus einzuſchlieſſen, und beyde neben einander zu ſetzen, zwiſchen dieſelben aber das Zeichen der multiplication (§. 12 arithm.) zu zeichnen; wie GUIDO GRANDUS, ein Italiäner zuerſt in Ubung bracht, welchen LEIBNIZ und andere gefolget ſind.

Z. E.

Z. E. a † c a † b — c
d † f d † c — b

f. (a † c)·(d † f) f. (a † b — c)·(d † c — b)

§. 12. Was endlich die diviſion der Buchſtaben anbelanget, iſt dieſelbe aus der multiplication gar leicht zu erklähren, in dem der diviſor und das geſuchte quotum allzeit die factores ſind aus deren multiplication der dividendus entſtehet (probl. 10 §. 19 arith.) wir ſehen dabey auff folgende Caſus.

Probl. I. **Einzelne Gröſſen durch einander dividiren, wenn vor denenſelben keine Zahlen ſtehen, und die Buchſtaben des Diviſoris in denen Buchſtaben des Dividendi enthalten ſind.**

Nehmet die Buchſtaben des Diviſoris aus denen Buchſtaben des Dividendi heraus/ ſo geben die übrigen Buchſtaben des dividendi das quotum, vor welches † kömmt/ wenn die Zeichen des Dividendi und Diviſoris gleich/ — aber wenn ſie ungleich ſind

Z. E. ab f. † b — cdb f. † b † ad f. — a
a — cd — d

Beweiß.

1) ab bedeutet das b mit a multipliciret ſey, (probl. 1 §. 11) wenn alſo ab mit a wieder dividiret wird, muß b allein kommen. (probl. 10 §. 19 arithm.)

2) Gleicherweiſe entſtehet — cdb wen † b mit — cd multipliciret wird (probl. 2 §. 11) Daher muß abermahl † b allein kommen, wenn — cdb mit cd dividiret wird. (arith. l. c.)

3) Nicht

3) Nicht weniger entſtehet ad aus denen Factoribus a und d, weil aber vor d — ſtehet, ſo muß auch vor a — ſtehen wenn †ad kommen ſoll. (probl. 1 §. 11) W. Z. B.

Einzelne Gröſſen vor welchen Zahlen ſtehen durch einander dividiren, wenn die Buchſtaben des Diviſoris in denen Buchſtaben des Dividendi enthalten ſind. Probl. 2.

1) Dividiret die Zahlen durch einander (probl. 8 §. 16 arithm.) beſonders.

2) Jngleichen die Buchſtaben beſonders. (probl. 1)

3) Setzet das quotum der Zahlen vor das quotum derer Buchſtaben / ſo habt ihr das geſuchte quotum.

Z. E. $\frac{6ab}{2a}$ f. $3b$ $\frac{2cd}{-5\ \ d}$ f. $-\frac{2}{5}c$

$\frac{-3a^2b}{-2ab}$ f. $1\frac{1}{2}a$

Der Beweiß hievon iſt allbereit (probl. 1 und probl. 8 §. 16 arith.) gegeben werden.

Einzelne Gröſſen durch einander dividiren, wenn die Buchſtaben des diviſoris in denen Buchſtaben des Dividendi nicht enthalten ſind. Probl. 3.

Setzet entweder den Diviſor unter den Dividendum in Form eines Bruchs; oder ſchreibet beyde neben einander / und ſetzet das Zeichen der diviſion (§. 16 arith.) davor / weil auf beyderley Weiſe nur angedeutet wird / daß die Diviſion geſchehen ſoll.

Z. E. $\frac{cb}{d}$ f. $\frac{cb}{d}$; oder $cb : d$.

$\frac{3ab}{2f}$ f. $\frac{3ab}{2f}$; oder $1\frac{1}{2}\frac{ab}{2f}$; oder $3ab : 2f$.

Zu-

Pro-bl. 4. **Zuſammen geſetzte Gröſſen durch einander dividiren.**

1) Läſſet ſich der dividendus accurat durch den Diviſor auffheben / (probl. 1/ 2)/ ſo dividiret (probl. 8 §. 16 arithm.)

2) Läſſet er ſich aber nicht auffheben (probl. 3) ſo ſetzet den Diviſor darunter in Form eines Bruchs/ oder ſchlieſſet ſowohl den Dividendum als Diviſorem jeden beſonders in parentheſibus ein/ ſchreibet ſie neben einander / und ſetzet das Zeichen der Diviſion darzwiſchen.

Z. E. aab † abb — acd — cdb
a † b   f. ab — cd
aab † abb
———————————
— acd — cdb
a † b
— acd — cdb

$\frac{ab \dagger cd}{f \dagger c}$ f. $\frac{ab \dagger cd}{f \dagger c}$ oder (ab † cd): (f † c)

§. 13. Die Brüche welche in der Buchſtaben Rechnung vorkommen, werden nicht anders als in der gemeinen arithmetic addiret, ſubtrahiret, multipliciret und dividiret. Sie werden auch ſonſt wie die gemeinen Zahlen zu gleicher Benennung gebracht, oder auch kleiner gemacht; welche Operationes allhier noch leichter ſind, als bey denen Zahlen, indem man gleich ſehen kan, ob ein Bruch könne kleiner gemacht werden oder nicht; ſintemahl ſolches allzeit angehet, wenn in dem Nenner und Zehler ſich einerley Buchſtaben finden, denn wenn man dieſe an beyden Orten auffhebet, ſo wird mit einer Zahl

divi-

dividiret (probl. 1 §. 12) und dadurch wird der Bruch kleiner (probl. 15 §. 21 arith.)

Z. E. $\frac{abc}{cbd} = \frac{a}{d}$; $\frac{dcf}{deb} = \frac{cf}{eb}$

§. 14. Gleicherweiſe wird allhie eine iede Gröſſe zu einem Bruch von gegebener Benennung gebracht, wenn derſelbe Nenner zu der gegebenen Gröſſe geſchrieben wird, (probl. 12 §. 21 arith.) wie Z. E. $a = \frac{ab}{b}$; $cd = \frac{cdf}{f}$ (§. 13)

Wollet ihr gantze mit unter den Bruch bringen, ſo etwa darneben ſtehet, ſo ſchreibet den Nenner des Bruchs zu der gegebenen Gröſſe, und addiret dieſes product zu den Zehler des Bruchs, ſo bleibet derſelbe Nenner (probl. 13 §. 21 arith.)

Z. E. $a\frac{c}{b} = \frac{ab+c}{b}$. Daher den auch folgende Exempel der Addition, Subtraction, Multiplication und Diviſion gar leicht zu verſtehen ſind, welche keiner weitern Erklährung bedürffen, weil ſie alle nach dem probl. 16 ſeq. §. 21 arith. ſolviret ſind.

Exempla Additionis.

1) $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ 2) $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad+cb}{cd}$

$$3)\quad 3c + \frac{a}{d} + 4d + \frac{b}{c} + 2a + \frac{3d}{a} = 3c + 4d + 2a + \frac{a^2c + bda + 3d^2c}{adc}$$

Exempla Subtractionis.

$$1)\quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c} \qquad 2)\quad \frac{d}{b} - \frac{c}{a} = \frac{da - cb}{ab}$$

$$3)\quad a + \frac{b}{c} - 2c - \frac{b}{d} = a - 2c + \frac{bd - bc}{cd}$$

Exempla Multiplicationis.

$$1)\quad \frac{a}{d} \cdot \frac{c}{b} = \frac{ac}{bd} \qquad 2)\quad 2c + \frac{a}{b} \cdot 3d - \frac{e}{c} = \frac{6c^2bd + 3dca - 2cbe - ea}{bc}$$

$$3)\quad 2d \cdot \frac{3b}{c} = \frac{6db}{c}$$

Exempla Diviſionis.

$$1)\quad \frac{4c}{d} : \frac{2a}{b} = \frac{4cb}{2ad} \qquad 2)\quad a + \frac{b}{c} : \frac{d-e}{a} = \frac{a^2c + ab}{dc - ec}$$

$$3)\quad 3d : \frac{e}{f} = \frac{3df}{e} \qquad 4)\quad \frac{4d}{c} : a = \frac{4d}{ac}$$

Das III. Capitel.

Von denen POTENZEN oder DIGNItäten derer Gröſſen ſo durch Buchſtaben bedeutet werden.

§. 15. Jede Buchſtabe kan in ſich ſelbſt unendlich vielemahl multipliciret werden, daher die Dignitäten derer Gröſſen entſtehen, welche durch die Buchſtaben angedeutet werden; (§. 32 arith.) in deren Anſehung diejenige Gröſſe ſo in ſich multipliciret worden die Wurtzel oder erſte potenz genandt wird. Die folgenden Dignitäten werden mit verſchiedenen Nahmen benennet. Die Alten nandten das Factum welches aus der Multiplication einer Gröſſe in ſich ſelber entſtehet, das *quadrat* oder cenſum derſelben Gröſſe, und wenn das quadrat mit der Wurtzel nochmahl multipliciret wurde, nandten ſie das product den *cubum*; würde dieſer noch weiter in die Wurtzel multipliciret, entſtand daher ein *quadrato quadratum* oder biquadratum, welches auch wohl cenſi cenſus genandt wurde; und ſo folgeten weiter, wenn die Multiplication der vorhergehenden Dignität durch die Wurtzel continuiret wurde, das *Surdeſolidum*, oder *cenſi cubus*, das *ſurdeſolidum* 2dum, der *cenſi cenſi cenſus*, der *cubi cubus*, das *cenſurdeſolidum*, das *ſurdeſolidum 3tium* u. ſ. f. andere behalten die Benennung des DIOPHANTI nach welcher die einfache Gröſſe die Wurtzel oder Seiten-Zahl heiſſet; aus deren

Def. 1.

Def. 2.

Def. 3.

Def. 4.

Def. 5.

multiplication in ſich entſtehet das quadrat, den der cubus, das quadrato quadratum, der quadrato cubus, der cubo cubus, der quadrato quadrato cubus, der quadrato cubo cubus, u. ſ. f. Die neuern Mathematici entſchlagen ſich aller dieſer Nahmen, und diſtingviren nur die potenzen wie ſie auff einander folgen durch Zahlen; wie den iede einfache Gröſſe die erſte Dignität genandt wird, das quadrat die andere, der cubus die dritte, und ſo folget weiter die 4te, 5te, 6te, u. ſ. f.

§. 16. Wie die Nahmen der potenzen bey denen alten und neuen Mathematicis variiren, alſo haben ſie auch dieſelben durch verſchiedene Zeichen angedeutet. Die Alten zeichneten die Wurtzel und die daraus entſpringenden potenzen folgender maaſſen (1) R oder ꝶ. (2) ℨ. (3) C (4) ℨ ℨ. (5) ß. (6) ℨ C. (7) B ß. (8) ℨℨℨ. (9) CC ℨ ß, u. ſ. w. CARTESIVS aber welchen die Neuern heutiges Tages alle folgen, deutet iede Dignität viel leichter an, durch die gemeinen kleinern Zahlen, welche hinter die einfache Gröſſe zur Rechten, doch etwas höher geſchrieben werden; ſintemahl die einfache Gröſſe z. E. a durch a^1 bedeutet wird, das quadrat durch a^2, der cubus durch a^3, und ſo folget weiter a^4, a^5, a^6, u. ſ. f.

Def. I. §. 17. Dieſe Zahlen, welche den grad der Dignität andeuten, werden Exponenten genandt, dieweil ſie erklähren und zeigen wie vielmahl die Wurtzel in der Dignität enthalten ſey. Z. E. in

in a^3 iſt die Wurtzel a 3mahl enthalten. Und auf ſolche Weiſe iſt demnach leicht eine iedwede Gröſſe zu einer ieden Dignität, ſie mag determiniret oder indeterminiret ſeyn, zu erheben. Iſt ſie determiniret, daß iſt, wenn ein gewiſſer Grad der Dignität gegeben, ſo ſchreibet die Zahl ſo dieſen Grad ausdrücket, hinter die Gröſſe: Z. E. ſoll b zur 5ten Dignität erhoben werden, ſo ſchreibet den Exponenten 5 zur Rechten, nehml. b^5. Indeterminirte Dignitäten werden genandt, wenn kein gewiſſer Grad derſelben gegeben iſt, daher ein iedweder darunter kan verſtanden werden. Dieſer ihre Exponenten nennet man insgemein m, n, r, s, t, welche Buchſtaben foglich wie die Zahlen bey die Wurtzeln geſchrieben werden. Z. E. a^m, b^n, u. ſ. w. Def. 2. Def. 3.

§. 18. Nun kan die Wurtzel einer Dignität entweder eine einfachen Gröſſe ſeyn, oder ſie iſt aus 2, 3, 4 oder mehr einfachen zuſammen geſetzet, daher der unterſchied entſtehet, daß man die Wurtzel nennet radicem ſimplicem wenn ſie eine einfache Gröſſe iſt, Z. E. a, oder binomiam wenn ſie aus 2 Gröſſen zuſammen geſetzet Z. E. a † b, oder c — d; trinomiam wenn ſie aus 3 Gröſſen beſtehet, als a † c — b, multinomiam, wenn ſie aus mehr als 3 Gröſſen zuſammen geſetzet, Z. E. a † c — d † f. Def. 1. Def. 2. Def. 3. Def. 4.

§. 19. Iſt der radix ſimplex ſo finden ſich in der Dignität keine andere Buchſtaben als die Wurtzel ſelber, daher dieſelbe gar leicht aus einer

chen Dignität zu extrahiren iſt; Z. E. von a^3 oder aaa iſt die cubic Wurtzel a; iſt aber der radix binomia Z. E. a † b, ſo iſt das quadrat, a^2 † 2 ab † b^2, (probl. 4 §. 11) und beſtehet demnach aus denen quadratis der Theile des radicis, nebſt dem duplo des products beyder Theile in einander. Gleicherweiſe beſtehet eines radicis trinomiæ Z. E. a † b — c quadrat a^2 † 2ab † b^2 — 2ac — 2bc † c^2, aus denen quadratis der Theile und denen doppelten productis derſelben Theile in einander. Und gleiche Bewandniß hat es auch mit denen quadratis deren radices multinomiæ ſind. Wollet ihr demnach den radicem eines ſolchen quadrats finden, dürffet ihr nur die radices der eintzelen quadratorum, ſo darin vorkommen zuſammen ſetzen, und vor iedweden dasienige Zeichen ſchreiben, welches vor dem producto ſtehet, in welchen er durch die übrigen Theile multipliciret iſt; ſo iſt Z. E. von aa — 2ab † bb der radix a — b, weil vor 2ab das Zeichen — ſtehet.

§. 20. Aus dieſen Fundament ſind auch die reguln in der arithmetic (probl. 30 §. 32) nach welchen die quadrat-Wurtzel aus iedweder Zahl gezogen wird/ erfunden worden. Denn weil (1) wenn der radix Z. E. binomia iſt, als a † b oder 32, das quadrat aus 3 oder 4 Theilen oder Zahlen als a^2 † 2ab † b^2, oder 1024 beſtehet/ ſo theilet man daſſelbe von der Rechten zur Lincken in Claſſen, und rechnet vor iede Claſſe 2 Zahlen, daß man finde aus wie vielen Zahlen die Wur-

tzel

tzel beſtehet, (2) weil der erſte Theil des quadrats a^2 das quadrat des erſten Theils der Wurtzel iſt, ſo nimmt man zuerſt deſſen Wurtzel, und ſubtrahiret derſelben quadrat von der erſtern Claſſe. Weil in der anderen Claſſe des gegebenen quadrats der andere Theil der Wurtzel b in das duplum des erſtern Theils der Wurtzel 2a multipliciret iſt, ſo giebt dieſes duplum des erſtern Theiles der Wurtzel den neuen diviſor; (4) weil aber in der 2ten Claſſe nicht nur das product 2ab ſondern zugleich auch das quadrat dieſes andern Theiles der Wurtzel bb vorhanden, ſo muß dieſer andere Theil der Wurtzel nicht nur in den diviſor 2a, ſondern auch in ſich ſelbſt multipliciret, und die producta von der quadrat-Zahl ſubtrahiret werden, wenn nichts übrig bleiben ſoll.

§. 21. Gleicherweiſe wird der cubus oder die dritte Dignität eines radicis binomiæ Z. E. a—b ſeyn: $a^3 - 3a^2 b + 3ab^2 - b^3$; und beſtehet demnach aus denen cubis derer Theile des radicis a^3 und b^3, nebſt denen productis aus denen quadraten derer Theile in das triplum eines ieden Theiles $3a^2 b$ und $3ab^2$. Folglich iſt die Wurtzel einer ſolchen cubic Gröſſe leicht zu finden, weil die radices derer einzelen cuborum, ſo ſich darin befinden, die Theile derſelben ausmachen, welche dieſelbe Zeichen behalten, ſo vor denen cubis ſtehen.

§. 22. Hierauff gründen ſich abermahl die Reguln in der Arithmetic nach welchen (§. 32

probl. 31) die Cubic Wurtzel aus denen Zahlen extrahiret wird. Denn da (1) der cubus eines radicis binomiæ z. E. a†b oder 64 aus 4 bis 6 Theilen oder Zahlen beſtehet, ſo muß derſelbe in Claſſes getheilet, und eine Claſſe aus 3 Theilen oder Zahlen beſtehen, wenn die Anzahl der Claſſen ſoll der Anzahl der Theile des radicis gleich ſeyn. (2) Weil die Zahl in der fördern Claſſe den cubum hält des erſten Theils des radicis z. E. a^3, gibt derſelben Wurtzel den erſten Theil des geſuchten radicis. (3) Weil in dem erſtern Theile der andern Claſſe $3a^2b$ der andere Theil des geſuchten radicis b in das triplum des quadrats von dem erſten Theil 3aa multipliciret iſt, ſo gibt das product aus dem triplo des erſtern Theiles der Wurtzel in denſelben Theil den Diviſor. (4) Damit aber nach dieſer Diviſion nichts übrig bleibe, und die andere Claſſe $3a^2b + 3ab^2 + b^3$, nicht nur aus dem triplo quadrato des erſtern in den andern Theil, ſondern zugleich aus den quadrat des andern in das triplum des erſtern Theiles, und dem cubo des andern Theils der Wurtzel beſtehet, ſo müſſen ſtatt der Multiplication in der gemeinen Diviſion dieſe 3 Producta genommen, und von der Cubic Zahl abgezogen werden.

§. 23. Will man weiter gehen und einen radicem binomiam, z. E. a−b zu der 4ten Dignität erheben, wird dieſelbe gefunden werden $a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$, daß alſo dieſelbe beſtehet (1) aus denen biquadratis der Theile

des

des radicis binomiæ a^4 und b^4, (2) aus dem producto des gradupli cubi von ieden Theil in den andern $4a^3b$ und $4ab^3$ (3) aus dem product des ſextupli quadrati von dem einen Theil in das quadrat des andern $6a^2b^2$. Will man demnach den radicem aus einer ſolchen 4ten Dignität extrahiren, werden die Wurtzeln derer eintzeln quadratorum, ſo darinnen vorhanden die Theile deſſelben geben, da den der andere eben das Zeichen behält, welches vor denen Cubis der Theile ſich findet.

§. 24. Man könnte daher leicht neue Reguln erfinden, nach welchen in der arithmetic aus iedweder biquadrat Zahl der radix zu extrahiren. *Probl. I.*

1) Theilet die biquadrat-Zahl in Claſſen von der Rechten zur Lincken, und rechnet für eine Claſſe 4 Zahlen, ſo gibt die Anzahl der Claſſen aus wie viel Zahlen der radix beſtehet.

2) Von der Linckern Claſſe ziehet das nechſt kleineſte biquadrat ab, deſſen radix an ſtatt des quoti kan zur Seiten geſchrieben werden, ſelbiges gibt die erſte Zahl des geſuchten radicis.

3) Zu dem reſiduo in der erſten Claſſe (no. 2) ſchreibet die andere Claſſe.

4) Das quadruplum cubi des (no 2) gefundenen quoti gibt den neuen Diviſor, deſſen rechtere Zahl ſchreibet unter die erſte der herunter gezogenen Claſſe, und ſo die übrigen weiter von der Rechten zur Lincken.

5) Dencket weiter nach, wie vielmahl dieſer neue Diviſor in denen überſtehenden Zahlen enthalten, ſo giebt das quotum die andere Zahl des radicis, doch muß dieſelbe nicht zu groß genommen werden, damit ſich die nechſt folgenden producta von dem gantzen dividendo ſubtrahiren laſſen.

 6) Mul-

6) Multipliciret (1) den diviſor mit dem neuen quoto (2) das Sextuplum des quadrats des vorigen durch das quadrat des neuen quoti, ingleichen (3) den cubum des neuen quoti durch das quadruplum des erſten. (4) nehmet auch das biquadrat des neuen quoti. Schreibet dieſe 4 producte unter einander, das folgende allzeit eine Zahl weiter heraus zur Rechten als daß vorhergehende, und addiret ſie.

7) Die Summe ſubtrahiret von dem Dividendo.

8) Zum reſiduo ſchreibet die folgende Claſſe und continuiret die vorige operation. (no. 4 ſeqv.)

Z. E. Es ſey die biquadrat-Zahl 33 | 1776 (24
Das nechſte biquadrat - - 16 . . . .

Der Reſt - - 17 1776

Das 4plum cubi quoti - - 32

Das product des diviſoris in quotum - - 128

Das Sextuplum des products der quadrate der Theile - - - 384

Das Product des cubi des neuen quoti in das quadrat des erſten 512

Das biquadrat des neuen quoti 256

Die Summe 171776

Der Reſt - - 0

§. 25. Da nun ferner das quadrat eines radicis binomiæ Z. E. $a \dagger b$ iſt $a^2 \dagger 2ab \dagger b^2$ (§. 19) der cubus $a^3 \dagger 3a^2b \dagger 3ab^2 \dagger b^3$ (§. 21) ſo erkennen wir hieraus die general Regul, nach welcher ein radix binomia zu iedweder verlangten Dignität kan erhoben werden. Es beſtehet nehmlich iede Dignität aus einigen productis

derer

derer Buchſtaben für welchen gewiſſe Zahlen ſtehen. Die producte derer Buchſtaben werden durch eine doppelte geometriſche Progreſſion gefunden, welche beyde gerade unter einander geſchrieben werden. Die erſte fället, die andere wächſet. In der erſten iſt der erſte Terminus die Dignität des erſten Theils des radicis, ſo mit der geſuchten Dignität des gantzen radicis von gleichen grad iſt. Das nomen rationis iſt der erſte Theil des radicis ſelber, der letzte Terminus iſt 1; in der andern Progreſſion iſt der erſte Terminus 1, das nomen rationis der andere Theil des radicis, der letzte Terminus dieſelbe Dignität dieſes Theils, welche der geſuchten Dignität des gantzen radicis gleich iſt, daher entſtehen vor das biquadrat von a † b folgende Progreſſiones

$a^4 \quad a^3 \quad a^2 \quad a^1 \quad 1$

$1 \quad b \quad b^2 \quad b^3 \quad b^4$, aus dieſen progreſſionibus

findet ihr die producte der Buchſtaben daraus das geſuchte biquadrat beſtehet, wenn ihr die obern Terminos mit denen ſo darunter ſtehen multipliciret, folglich ſind dieſelben: a^4 † $a^3 b$ † $a^2 b^2$ † $a b^3$ † b^4; Weiter werden auch die Zahlen, ſo vor dieſe producte geſchrieben werden, durch 2 arithmetiſche Progreſſiones gefunden, die ebenfalls müſſen unter einander geſchrieben werden. In beyden iſt die Differenz 1, in der obern iſt der erſtere Terminus der Exponens der geſuchten Dignität, der letzte 1; in der unteren iſt der erſte Terminus 1, der letzte der Exponens der geſuchten Dignität, daher entſtehen vor das biquadrat folgen-

folgende Progreſſiones: $\begin{matrix} 4, & 3, & 2, & 1. \\ 1, & 2, & 3, & 4. \end{matrix}$ Da nun die Zahl vor den erſten Termino der geſuchten Dignität allzeit 1 iſt, ſo findet ihr die Zahl ſo vor dem andern Termino zu ſtehen kommt, wenn ihr dem erſten Terminum der obern Progreſſion durch den erſtern der unteren dividiret. Gleichfalls die Zahl vor dem 3ten Termino, wenn ihr das Product der beyden erſtern Zahlen in der obern Progreſſion durch das Product der beyden erſtern in der untern Progreſſion dividiret. Gleicherweiſe die Zahl vor dem 4ten Termino, wenn ihr das Product der 3 erſtern Terminorum in der obern durch das Product der 3 erſtern in der untern Progreſſion dividiret, u. ſ. f. Daher in gegenwärtigen Exempel dieſe Zahlen entſtehen, 4, 6, 4, 1; und folglich iſt das biquadrat von $a \dagger b = a^4 \dagger 4a^3b \dagger 6a^2b^2 \dagger 4ab^3 \dagger a^4$.

§. 26. Nach dieſer General-Regul werden die beyden erſtern Progreſſiones vor die 6te Dignität von $c \dagger d$ ſeyn

$$\begin{matrix} c^6, & c^5, & c^4, & c^3, & c^2, & c^1, & 1 \\ 1 & d & d^2 & d^3 & d^4 & d^5 & d^6 \end{matrix}$$

Die beyden andern $\begin{matrix} 6, & 5, & 4, & 3, & 2, & 1. \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6. \end{matrix}$

und folglich die 6te Dignität ſelber: $c^6 \dagger 6c^5d \dagger 15c^4d^2 \dagger 20c^3d^3 \dagger 15c^2d^4 \dagger 6cd^5 \dagger d^6$

gleicherweiſe wird der radix binomia $b \dagger c$ zu jeder indeterminirten Dignität, welche wir etwa m nennen

nennen wollen, können erhoben werden. Denn es ſind die beyden erſtern Progreſſiones $\frac{b^m}{1}$

$$\frac{b^{m-1}}{c} \quad \frac{b^{m-2}}{c^2} \quad \frac{b^{m-3}}{c^3} \quad \frac{b^{m-4}}{c^4} \quad \text{etc.}$$

Die beyden andern $\frac{m}{1} \quad \frac{m-1}{2} \quad \frac{m-2}{3} \quad \frac{m-3}{4}$

$$\frac{m-4}{5} \quad \text{etc.}$$

Folglich die Dignität m von $b+c$: $b^m +$

$$\frac{m}{1} b^{m-1} c + \frac{m \cdot m-1}{1 \cdot 2} b^{m-2} c^2$$

$$+ \frac{m \cdot m-1 \cdot m-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} b^{m-3} c^3$$

$$+ \frac{m \cdot m-1 \cdot m-2 \cdot m-3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} b^{m-4} c^4 \text{ etc.}$$

§. 27. Gilt demnach in dieſer General-Formul m Z. E. 4, ſo iſt $b^m = b^4$, $\frac{m}{1} b^{m-1}$

$$c = 4b^3c, \quad \frac{m \cdot m-1}{2} b^{m-2} c^2 = 6b^2c^2,$$

$$\frac{m \cdot m-1 \cdot m-2}{6} b^{m-3} c^3 = 4bc^3,$$

$$\frac{m \cdot m-1 \cdot m-2 \cdot m-3}{24} b^{m-4} c^4 = c^4,$$

daß alſo die 4te Dignität von $b+c$ iſt: $b^4 + 4b^3c + 6b^2c^2 + 4bc^3 + c^4$ wie (§. 23) ge-

gefunden werden. Ja man kan auch nach eben dieſer Regul gar leicht iede Dignität von einen radice trinomia Z. E. $a + b + c$ finden, wenn man 2 Theile deſſelben vor einen annimmt, und durch einen Buchſtaben andeutet, dadurch er nehmlich in radicem binomiam verwandelt wird; ſo ſey Z. E. $a + c = d$, ſo iſt das biquadrat von $b + a + c =$ dem biquadrat von $b + d$; welches nach der General-Formul $b^4 + 4b^3d$ ($= 4b^3a + 4b^3c$) $+ 6b^2d^2$ ($= 6b^2a^2 + 12b^2ac + 6b^2c^2$) $+ 4bd^3$ ($= 4ba^3 + 12ba^2c + 12bac^2 + 4bc^3$) $+ d^4$, ($= a^4 + 4a^3c + 6a^2c^2 + 4ac^3 + c^4$) daß alſo das biquadrat vor $b + a + c = b^4 + 4b^3a + 4b^3c + 6b^2a^2 + 12b^2ac + 6b^2c^2 + 4ba^3 + 12ba^2c + 12bac^2 + 4bc^3 + a^4 + 4a^3c + 6a^2c^2 + 4ac^3 + c^4$.

§. 28. Wie aber die Dignität einer ieden einfachen Gröſſe durch den Exponenten angedeutet wird (§. 17) ſo kan man auch der radicum compoſitarum ihre Dignitäten ebenfals am leichteſten und kürzeſten, zuweilen auch mit groſſen Vortheil, durch dieſelben Exponenten anzeigen, wenn man den gegebenen radicem compoſitam in einen parentheſin einſchlieſſet, und neben demſelben zur Rechten den exponenten ſchreibet. So iſt Z. E. der Cubus von $a + c + d = (a + c + d)^3$, und eine indeterminirte Dignität von $e + f + d - c = (e + f + d - c)^m$ u. ſ. f.

Probl. §. 29. Man kan auf dieſe Weiſe gar leicht 2 Dignitäten von Ungleichen Grad, welche

doch

doch beyde einen radicem haben, in einander multipliciren und dividiren.

Sollen ſie multipliciret werden, ſo addiret ihre Exponenten, Z. E. $(a+b)^3 . (a+b)^2 = (a+b)^5$; ingleichen $(c+d-e)^m (c+d-e)^n = (c+d-e)^{m+n}$

Sollen ſie aber dividiret werden, ſo ſubtrahiret ihre exponenten. Z. E. $(a+c)^4 : (a+c)^2 = (a+c)^2$; ingleichen $(d-g)^m : (d-g)^n = (d-g)^{m-n}$;

Beyderley Operationes gründen ſich auf die Multiplication und Diviſion der Buchſtaben (Schol. probl. 1 §. 11, und probl. 1 §. 12), denn a^3 Z. E. iſt = aaa und a^2 = aa, alſo iſt $a^3 \cdot a^2 = a^5$. Gleicherweiſe iſt b^4 = bbbb, und $b^2 = b^2$. W. Z. B.

Coroll. Hieraus iſt klahr, daß wenn der Exponens des Diviſoris gröſſer iſt als der Exponens des Dividendi, des quoti exponens negativus werde. Z. E. wenn a^2 mit a^3 dividiret wird, iſt das quotum $a^{2-3} = a^{-1}$. Man pfleget auch wohl zuweilen einen iedweden Bruch in Form eines Facti zuſchreiben, darin der Dividendus durch den Diviſorem multipliciret iſt, als denn aber muß der Exponens des Diviſoris ebenfalls negativus werden. Wie Z. E. $\frac{a^3}{a^2} = a^{3-2} = a^1$; gleicherweiſe iſt $\frac{b^3}{a^2} = b^3 a^{-2}$, und $\frac{c^m}{d^n} = c^m d^{-n}$ u. ſ. f. Sintemahl der Exponens negativus andeutet, daß durch die Dignität, bey welcher er ſtehet, müſſe dividiret werden.

§. 30.

Pro-
bl.

§. 30. Nicht weniger läſſet ſich eine iede Dignität zu einer iedweden andern erheben. Indem iene en regard dieſer, zu welcher ſie ſoll erhoben werden, für nichts anders als eine Wurtzel zu achten; Es wird aber eine Wurtzel zu einer Dignität erhoben, wenn ſie ſo vielmahl in ſich multipliciret wird als der Exponens unitäten hat, (Schol. probl. 1 §. 11)

Folglich dürffet ihr nur den Exponenten der gegebenen Dignität durch den Exponenten der andern/ zu welcher iene ſoll erhobeu werden/ multipliciren/ ſo gibt das Product den geſuchten Exponenten. (Def. 3 §. 12 arithm)

So iſt Z. E. von a^3 die 4te Diguität a^{12}, weil $a^3 = aaa$, werden aber dieſe 4mahl genommen, kommt in den product a 12mahl hinter einander zu ſtehen, welches $= a^{12}$ (Schol. probl. 1 §. 11) gleicherweiſe iſt von c^m die Dignität n, $c^{m\cdot n}$;

Pro-
bl.

§. 31. Auf gleiche Art könnet ihr aus einer ieden gegebenen Dignität die verlangte Wurtzel ziehen.

Wenn ihr den Exponenten der gegebenen Dignität durch den Exponenten der Dignität/ derer Wurtzel ihr finden wollet/ dividiret/)

Sintemahl das quotum den Exponenten der geſuchten Wurtzel gibt. Es ſoll Z. E. aus b^6 die quadrat-Wurtzel gezogen werden, ſo dividiret 6 (den Exponenten von b^6) mit 2, (den Exponenten des quadrats) ſo gibt das quotum 3 den Exponenten der Wurtzel, welche alſo b^3 ſeyn wird. Gleicherweiſe iſt von d^m die Wurtzel n, $d^{m:n}$, und vou y die cubic Wurtzel $y^{1:3}$

§. 3.

§. 32. Man pfleget auch wohl die radices derer Dignitäten durch das ſignum radicale $\sqrt{}$ anzudeuten, welches vor die Dignität geſchrieben wird, und wenn dieſelbe aus mehrerern Theilen beſtehet, ziehet man über dieſelben alle einen Strich welcher mit dem ſigno radicali connectiret wird. Uber das ſignum radicale aber ſchreibet man den Exponenten des verlangten radicis. So wird z. E. die cubic-Wurtzel von $a^3 + bca + 2c^3$ gezeichnet: $\sqrt[3]{a^3 + bca + 2c^3}$; die indeterminirte Wurtzel von $d^2c + c^3 + bbd$ wird ſeyn: $\sqrt[m]{d^2c + c^3 + bbd}$. Hieraus erhellet, daß man den radicem einer Dignität auf zerley Weiſe könne andeuten, nehmlich entweder durch das ſignum radicale, oder durch das quotum der Exponenten, (§. 31) wie denn z. E. die quadrat Wurtzel von b^3 bedeutet wird, durch $b^{3:2}$ oder $\sqrt[2]{b^3}$; und folglich iſt $b^{3:2} = \sqrt[2]{b^3}$, ingleichen $c^{m:n} = \sqrt[n]{c^m}$.

Das IV. Capitel.

Von denen Irrational-Gröſſen.

§. 33. Nicht alle Gröſſen entſtehen durch Multiplication einer Wurtzel in ſich ſelber, oder

in ihr quadrat, oder eine höhere Dignität, und daher kan auch nicht iedweder gegebenen Gröſſe ihre Wurtzel durch Zahlen oder Buchſtaben gantz vollkommen angedeutet werden; wie Z. E. keine Zahl in der Welt ſich findet, dadurch man die cubic-Wurtzel von 7 bedeuten könne: Eben ſo wenig läſſet ſich die quadrat-Wurtzel von bc durch einen Buchſtaben ausdrücken. Man
Def. nennet daher ſolche **Wurtzeln welche ſich durch keine Zahl oder Buchſtabe** exprimiren **laſſen** irrational **und taube Gröſſen,** (quantitates ſurdas) und bezeichnet ſie durch das ſignum radicale $\sqrt{\ }$ welches (§. 32) vor die gegebene Gröſſe geſchrieben wird, wie Z. E. die cubic-Wurtzel von 7 iſt $\sqrt[3]{7}$, die quadrat-Wurtzel von bc $\sqrt[2]{bc}$.

§. 34. Weil nun $\sqrt[3]{7} = 7^{1:3}$, ingleichen $\sqrt[2]{bc} = bc^{1:2}$, (§. 32) und $7^{1:3}$ ſowohl als $bc^{1:2}$ Dignitäten vorſtellen, deren Exponenten Brüche ſind, in welchen der Numerator der Exponens der Dignität, der Denominator der Exponens des radicis iſt, ſo läſſet ſich iede irrational-Gröſſe gar leicht in dergleichen Dignität verwandeln; daher den weiter folget, daß die irrational-Gröſſen ſich wie derſelben Dignitäten tractiren, in einander multipliciren und dividiren laſſen, wie folgende Auffgaben lehren:

Irra-

Irrational-Gröſſen zu gleicher Benennung bringen. *Probl. 1.*

1) Dividiret den Exponenten ieder Dignität durch die Zahl ſo über dem ſigno radicali ſtehet / ſo werden die Exponenten Brüche werden. (§. 32)

2) Bringet dieſe Brüche zu gleicher Benennung (probl. 14 §. 21 arithm.) und ſetzet ſie alsdenn an ſtatt des vorigen Exponenten hinter die gegebenen Gröſſen / ſo ſind dieſelben zu gleicher Benennung gebracht.

Z. E. $\sqrt[3]{ab}$ und $\sqrt[2]{b^3} = ab^{\frac{1}{3}}$ und $b^{\frac{2}{3}} = ab^{\frac{2}{6}}$ und $b^{\frac{9}{6}} = ab^{2:6}$ und $b^{9:6} = \sqrt[6]{ab^2}$ und $\sqrt[6]{b^9}$

Ingleichen $\sqrt[n]{x^r}$ und $\sqrt[m]{y^5} = x^{\frac{r}{n}}$ und $y^{\frac{5}{m}} = x^{\frac{rm}{nm}}$ und $y^{\frac{5n}{nm}} = x^{rm:nm}$ und $y^{5n:nm} = \sqrt[nm]{x^{rm}}$ und $\sqrt[nm]{y^{5n}}$

Irrational-Gröſſen ſo viel möglich kleiner machen, daß dennoch derſelben Wehrt nichts entgehe. *Probl. 2.*

1) Reſolvirt die gegebenen Gröſſen in ihre Factores (§. 12 arithm.)

2) Gebt acht ob aus einen von dieſen Factoribus die verlangte Wurtzel könne vollkommen extrahiret werden.

3) Iſt ſolches möglich / ſo nemet dieſelbe (probl. 30 §. 32 arith.) und ſchreibet ſie vor das ſignum radicale, und laſſet den andern Factorem allein hinter demſelben Zeichen ſtehen / ſo habt ihr die irrational-Gröſſen kleiner gemacht.

Z. E. $\sqrt[2]{45} = \sqrt[2]{9 \cdot 5}$; nun iſt die quadrat Wurtzel von 9 = 3, folglich iſt $3\sqrt[2]{5} = \sqrt[2]{45}$.

Ingleichen $\sqrt[m]{a^m b} = \sqrt[m]{m.b}$, von a^m iſt der radix $m = a$, daher $a\sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a^m b}$.

Beweiß.

Setzet $m = 2$, $a = 5$, daher $a^m = 25$, $b = 4$, folglig wird $\sqrt[m]{a^m b} = \sqrt[2]{25 \cdot 4}$, das iſt $\sqrt[2]{100} = 10$. Weil nun $\sqrt[2]{25} = 5$ iſt, und $\sqrt[2]{4} = 2$, ſo iſt auch $a\sqrt[m]{b}$, das iſt $5\sqrt[2]{4} = 10$. W. Z. B.

Probl. 3. **Eine rational-Gröſſe, ſo durch eine irrational-Gröſſe multipliciret iſt, mit unter das ſignum radicale bringen.**

1) Erhebet die rational-Gröſſe zu der Dignität deren Exponens dem Exponenten des radicis gleich iſt.

2) Multipliciret ſie durch die Gröſſe hinter dem ſigno radicali (§. 11)

3) Setzet vor das product das gegebene ſignum radicale.

Z. E. $3\sqrt[2]{5} = \sqrt{45}$ weil das quadrat von $3 = 9$, und $9 \cdot 5 = 45$. gleichfalls $a + b\sqrt[2]{d} = \sqrt[2]{a^2 + 2ab + b^2 \cdot d}$. Ingleichen $x\sqrt[m]{cd} = \sqrt[m]{x^m cd}$.

§. 35. Es dienen dergleichen reductiones hauptſächlich dazu, daß man deſto leichter die Proportion erkennen möge, welche dergleichen irrational-Gröſſen gegen einander haben, und die ſich öffters durch einerley Zahl auffheben und

klei-

kleiner machen läſſet, da den die irrational-Gröſſen commensurabiles oder communicantes genandt werden; dergleichen ſind demnach alle dieienige irrational-Gröſſen welche nach der reduction (probl. 2 §. 34) einander gleich ſind, denn dieſe verhalten ſich auff gleiche Weiſe gegen einander als die Gröſſen ſo vor dem ſigno radicali ſtehen. Z. E. weil $\sqrt[2]{45} = 3\sqrt[2]{5}$, und $\sqrt[2]{80} = 4\sqrt[2]{5}$ (probl. 1 §. 34) ſo verhält ſich $\sqrt[2]{45} : \sqrt[2]{80} = 3:4$. Gleicherweiſe weil $\sqrt[m]{a^m b} = a\sqrt[m]{b}$, und $\sqrt[m]{c^m b} = c\sqrt[m]{b}$, ſo verhält ſich $\sqrt[m]{a^m b} : \sqrt[m]{c^m b} = a:c$.

§. 36. Es können demnach dergleichen irrational Gröſſen, weil ſie homogeneæ ſind, und ſich mit einander in Vergleichung ſtellen laſſen, auch als gemeine Zahlen addiret, ſubtrahiret, multipliciret und dividiret werden; wie Z. E. $3\sqrt[2]{7} + 4\sqrt[2]{7} = 7\sqrt[2]{7}$. Ingleichen $4\sqrt[2]{7} - 3\sqrt[2]{7} = 1\sqrt[2]{7}$. Nichtweniger $4\sqrt[2]{7} \cdot 3\sqrt[2]{7} = 12\sqrt[2]{49} = 84$. So iſt auch $4\sqrt[2]{7} : 3\sqrt[2]{7} = 1\frac{1}{3}$. Denn ſetzet $\sqrt[2]{7} = x$, ſo iſt $4x + 3x = 7x$; $4x - 3x = 1x$; $4x \cdot 3x = 12xx$; $4x : 3x = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ (§. 8. ſeq.)

Das V. Capitel
Von denen Seriebus Infinitis.

§. 37. Ob nun gleich eine irrational-Gröſſe nur allein durch Zeichen kan angedeutet werden, weil man ſich dieſelbe allein in Gedancken vorſtellen muß, ſo läſſet ſich doch durch die approximation ziehmlich genau determiniten, daß ſie ohne mercklichen Irrthum gefunden wird. Es beſtehet die approximation darin, daß man die Extraction immer weiter continuiret, (probl. 30 n. 5 Schol. 1 §. 32. arithm.) den ſo wird daraus eine unzehlige reyhe Brüche entſtehen, welche zuſammen genommen mit dem erſtern quoto die irrational-Gröſſe auf das genaueſte ausdrücken; ſo iſt Z. E. $\sqrt{7} = 6\frac{6}{10} + \frac{4}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{7}{10000}$ u. ſ. f.

§. 38. Dergleichen approximation bedienet man ſich auch in der Geometrie zuweilen, wenn die verlangte Gröſſe nicht vollkommen kan gefunden und exprimiret werden, wie Z. E. LVDOLPHVS à CEVLEN (libr. de circulo et aſcriptis) die Proportion zwiſchen dem diameter und der Peripherie des Circkuls biß auf 33 Zahlen hinaus geführet, indem er dieſelbe ſetzet = 100000000000000000000000000000000: 314159265358979323846264338387951, und ie weiter dieſe Rechnung continuiret wird, ieſto näher kömmt man der wahren Verhältniß.

§. 39. Hieraus erhellet alſo daß eine iedwede irrational Gröſſe aus unendlich vielen Theilen beſtehe, welche zuſammen genommen der

derſelben gleich ſind (ax. 2 §. 10 Vorb.) und ie- mehr alſo derſelben Theile genommen werden, teſto näher kömmt die Summe derſelben der wahren Gröſſe. Haben dieſe unendlich vielen Theile eine gewiſſe Proportion gegen einander in welcher ſie ſteigen oder fallen, daß, wen nur einige derſelben gegeben, aus dieſen die übrigen ſo fort können gefunden werden, machen dieſelbe eine ſeriem infinitam. Es entſtehen dergleichen, wenn eine Gröſſe durch eine andere zuſammen geſetzte auf gemeine Art (probl. 8 §. 16 arithm.) dividiret wird, ohngeachtet ſie ſich durch dieſelbe nicht genau auffheben läſſet. Es ſey Z. E. der Dividendus a der Diviſor b † c. *Def.*

$$b+c \,\big|\, a \,\Big|\, \frac{a}{b} - \frac{ac}{bb} + \frac{ac^2}{b^3} - \frac{ac^3}{b^4}$$

$$a + \frac{ac}{b}$$

$$- \frac{ac}{b}$$

$$- \frac{ac}{b} - \frac{acc}{bb}$$

$$+ \frac{acc}{bb}$$

$$\frac{acc}{bb} + \frac{ac^3}{b^3}$$

$$- \frac{ac^3}{b^3}$$

Hie

Hie geben die erſten gefundenen Termini des quoti $\frac{a}{b} - \frac{ac}{bb} + \frac{ac^2}{b^3} - \frac{ac^3}{b^4}$ die Proportion, nach welcher dieſe ſeries kan continuiret werden, wir ſehen nehmlich, daß (1) die Zeichen + und — alterniren, (2) die numeratores der Brüche ſteigen in einer geometriſchen Proportion, deren nomen rationis b (der erſtere Theil des Diviſoris) iſt, daher werden die folgenden Termini in dieſer Serie ſeyn:

$$+\frac{ac^4}{b^5} - \frac{ac^5}{b^6} + \frac{ac^6}{b^7} - \frac{ac^7}{b^8} \text{ u. ſ. f.}$$

Probl. §. 40. Es giebt dieſes Exemplum vniverſale eine general Regul nach welcher ein ieder Bruch in eine ſeriem infinitam kan reſolviret werden; in dem der Denominator ſich leicht nach gefallen in 2 Theile läſſet eintheilen, ſo giebt nachmahls der numerator des gegebenen Bruchs den numerator des erſten Termini, und der kleinere Theil des Denominatoris das nomen rationis der Progreſſion, in welcher die Numeratores derer übrigen Terminorum fortgehen: der gröſſere Theil aber des Denominatoris des gegebenen Bruchs gibt ſowohl den denominatorem des erſten Termini, als das nomen rationis der Progreſſion in welcher die Denominatores derer übrigen Terminorum fortgehen.

So

So iſt z. E. $\frac{1}{4} = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27}$
$- \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$ u. ſ. f.

Man ſiehet hieraus daß die erſten 4 Termini in der gefundenen Serie dem gegebenen Bruche $\frac{1}{4}$ ſchon ſehr nahe kommen, indem der Unterſchied nicht über $\frac{1}{243}$ ausmachet, und ie weiter alſo dieſe Series continuiret wird, teſto kleiner wird die Differenz werden, ſo daß wenn es möglig wäre den letzten Terminum zu finden, dieſer für o zu achten, daher ſich denn auch a poſteriori erweiſen läſſet, daß die gantze Series der gegebenen Gröſſe gleich ſey, denn da der erſte Terminus $\frac{1}{3}$ iſt, der letzte o, ſo iſt die differenz derſelben $-\frac{1}{3}$; gleicherweiſe da der erſte Terminus $\frac{1}{3}$ iſt, der andere $-\frac{1}{9}$, ſo iſt das nomen rationis $-\frac{1}{3}$, wird aber von $-\frac{1}{3}$ eins $= \frac{3}{3}$ abgezogen, iſt das nomen rationis unitate minutum $-\frac{4}{3}$, wird nun hiedurch die differenz des erſten und letzten Termini $-\frac{1}{3}$ dividiret, und zu dem quoto $\frac{3}{12}$ der letzte, ſo o war, hinzu gethan, ſo gibt die Summe $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$, die Summe der gantzen Progreſſion, (probl. 29 §. 29 arithm.) welche demnach der gegebene Bruch iſt. W. Z. B.

§. 41. Auff gleiche Art wird ſich auch eine iede gantze Gröſſe in eine Seriem reſol- *Probl.*

 viren

viren laſſen, denn man kan ſie leicht in die Form eines Bruchs bringen, (probl. 12 §. 21 arithm.) und nachmahls den Nenner dieſes Bruchs in 2 Theile theilen, ſo wird als denn die ſeries infinita nach voriger general-Regul (§. 40) gefunden. Z, E. Ihr ſollet 4 in eine Seriem infinitam reſolviren, bringet Z. E. 4 in Form eines Bruches deſſen Denominator 3 iſt, ſo iſt $4 = \frac{12}{3} = \frac{12}{2+1}$, folglich wird 4 in folgende Seriem reſolviret,

$$\frac{12}{2} - \frac{12}{4} + \frac{12}{8} - \frac{12}{16} + \frac{12}{32} - \frac{12}{64} \text{ u. ſ. w.}$$

Das iſt: $6 - 3 + 1\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{3}{8} - \frac{3}{16}$ u. ſ. w.

Gleicherweiſe gilt $a = \frac{ac}{c} = \frac{ac}{d+1}$ (denn man kan ſetzen $c = d + 1$) $= \frac{ac}{d} - \frac{ac}{d^2} + \frac{ac}{d^3} - \frac{ac}{d^4} + \frac{ac}{d^5}$ u. ſ. w.

§. 42. Da nun eine iedwede Gröſſe in verſchiedene Brüche von verſchiedener Benennung kan verwandelt werden, ſo erhellet leicht daß ſich iede Gröſſe in mancherley Series reſolvi-

ren

ren laſſe. Wie den z. E. 4 auch $= \frac{20}{5} = \frac{20}{4+1}$

$= \frac{20}{4} - \frac{20}{16} + \frac{20}{64} - \frac{20}{256} + \frac{20}{1024}$ u. ſ. f.

Das iſt $5 \; \frac{-5}{4} + \frac{5}{16} + \frac{5}{64} \; \frac{-5}{256}$ u. ſ. f.

§. 43. Man hat auch über dieſes noch verſchiedene andere Arten nach welchen iedwede Gröſſe ſich in eine Seriem infinitam reſolviren läſſet, unter welchen folgende eine der leichteſten iſt. Probl.

1) Multipliciret die gegebene Gröſſe in ſich ſelbſt/ und ziehet von dem quadrat eines ab.

2) Der erſte Terminus iſt ein Bruch deſſen Denominator die gegebene Gröſſe/ der Numerator das Reſiduum (no. 1) iſt.

3) In denen folgenden Brüchen könnet ihr den Numerator des erſten behalten| die Denominatores aber derſelben ſteigen in einer geometriſchen Progreſſion deren nomen rationis der gemeine Numerator auf 1 vermehret iſt.

Schol. Wenn der Numerator der folgenden Brüche mit dem Numerator des erſten nicht einerley ſeyn ſoll, kan man eine iede andere Zahl dazu erwehlen.

So iſt z. E. von 3 das quadrat 9, und alſo der erſte Terminus in der Serie infinita $\frac{9-1}{3} = \frac{8}{3}$,

Die

die folgenden $\frac{8}{27} + \frac{8}{243} + \frac{8}{2187}$ u. ſ. f.

oder auch $\frac{8}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} + \frac{2}{81} + \frac{2}{243}$ u. ſ. w.

Gleicherweiſe iſt das quadrat von a = a^2, alſo der erſte Terminus in der Serie = $\frac{a^2 - 1}{a}$, in denen folgenden kan der gemeine Numerator ſeyn b—1, ſo ſind dieſelben $\frac{b-1}{ab} + \frac{b-1}{ab^2} + \frac{b-1}{ab^3}$ $+ \frac{b-1}{ab^4} + \frac{a-1}{ab^5}$ u. ſ. f.

Beweiß.

1) Weil die gantze Series eine progreſſio geometrica decreſcens iſt, ſo wird der letzte Terminus derſelben endlich ſo klein werden, daß er in Anſehung des gantzen vor o kan geachtet werden 2) die Differenz aber des erſten Termini und der gegebenen Gröſſe, gibt (vi operationis) ein Bruch deſſen Numerator eins der Denominator die gegebene Gröſſe iſt, als in angeführten Exempel $\frac{9}{3} - \frac{8}{3} = \frac{1}{3}$ daher muß (3) die Summe aller folgenden Terminorum dieſem Bruch gleich ſeyn.

(4)

(4) dieſelbe Summe aber iſt auch ſo groß als daß quotum wenn die Differenz des erſten und letzten Termini durch das nomen rationis, nachdem 1 davon ſubtrahiret, dividiret wird. (theor. 6 §. 28 arithm.) da nun (5) der letzte Terminus 0, ſo iſt die Differenz des erſten und letzten Termini der erſte Terminus ſelber, allhier z. E. $\frac{8}{3}$, (6) das nomen rationis aber iſt 1 gröſſer als der Numerator dieſes Termini, (vi operationis) wird alſo 1 davon abgezogen, ſo iſt es dem Numerator ſelber gleich, und folglich ein Bruch deſſen Denominator 1, der Numerator dem Denominator des erſten Termini gleich iſt, z. E. $\frac{8}{1}$, wird nun (7) der erſte Terminus dadurch dividiret, ſo wird der Numerator des quoti 1, der Denominator die gegebene Gröſſe nehmlich $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$ (probl. 19 §. 21 und ax. 6 §. 20 arithm.) folglich iſt die Summe aller Terminorum, ſo auf dem erſten folgen ſo groß, als die Differenz zwiſchen dem erſten und der gegebenen Gröſſe (no. 2, 3) W. Z. B.

§. 44. Auff gleiche Weiſe kan man auch einen iedweden Bruch in eine Seriem infinitam verwandeln. *Probl.*

1) Multipliciret ſowohl den Nenner als den Zehler des Bruchs durch den Zehler deſſelben / ſo gibt das Product einen Bruch der dem gegebenen gleich iſt (ax. 6 §. 10 arithm.)

2) Ziehet von dem numerator dieſes neuen Bruchs 1 ab / ſo habt ihr den erſten Terminum in der Serie.

3) In denen folgenden Bruchen behaltet den numerator des erſten; die Denominatores derſelben ſteigen in einer arithmetiſchen Progreſſion deren nomen rationis eines gröſſer iſt als der Numerator des erſten Termini.

So

So iſt z. E. $\frac{3}{4} = \frac{9-1}{12}\ (= \tfrac{8}{12}) + \frac{8}{108} + \frac{8}{972} + \frac{8}{8748}$ u. ſ. f.

gleicherweiſe iſt $\frac{a}{b} = \frac{a^2-1}{ab} + \frac{a^2-1}{a^3b} + \frac{a^2-1}{a^5b} + \frac{a^2-1}{a^7b}$ u. ſ. f.

Beweiß.

Die Gewißheit dieſer Operation kan auf gleiche Art erwieſen werden als die Reſolution gantzer Gröſſen in Serias infinitas, (§. 43) den weil der letzte Terminus vor 0 zu achten, ſo iſt die Differenz des erſten und letzten Termini dem erſten gleich, und alſo in ietzt gefundener Serie $\frac{8}{12}$; da nun das nomen rationis unitate minutum iſt (Pro-bl.) $\frac{8}{1}$, ſo iſt $\frac{8}{12} : \frac{8}{1} = \frac{8}{96} = \frac{1}{12}$; folglich wenn hiezu der gröſte Terminus addiret wird, die Summe der gantzen Progreſſion $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$. W. Z. B.

So auch in dem exemplo univerſali gleichet die Differenz des erſten und letzten Termini dem

dem erſten $\frac{a^2-1}{ab}$, das nomen rationis in der geometriſchen Progreſſion deren nomen rationis iſt a^2, unitate minutum $a^2-1 = \frac{a^2-1}{1}$, das quotum $\frac{a^2-1}{ab} : \frac{a^2-1}{1} = \frac{a^2-1}{a^3b-ab} = \frac{1}{ab}$, kommt dazu der gröſte Terminus $\frac{a^2-1}{ab}$, iſt die Summe $\frac{a^2}{ab} - \frac{a}{b}$ = dem gegebenen Bruch. W. Z. B.

§. 45. Nicht weniger laſſen ſich auch die irrational-Gröſſen in Series infinitas reſolviren, in dem man (§. 37) den Wehrt derſelben durch die approximation auf das genaueſte finden kan, wie z. E. auf ſolche Weiſe durch die Extraction der quadrat-Würtzel aus aa † xx gefunden wird, das $\sqrt[2]{aa+xx}$, oder $(aa+xx)^{1:2}$ ſey, $= a + \frac{x^2}{2a} - \frac{x^4}{8a^3} + \frac{x^6}{16a^5} - \frac{5x^8}{128a^7}$ u. ſ. f. Denn $\sqrt[2]{a^2}$ iſt = a, deſſen quadrat a^2, wird dieſes von aa † xx abgezogen, bleibet xx übrig. Ferner iſt das

duplum quoti 2a, wird xx damit dividiret, iſt das quotum $\frac{x^2}{2a}$, multipliciret ihr dieſes mit ſich ſelber und mit den Diviſor 2a, ſo iſt das product $x^2 + \frac{x^4}{4a^2}$, wird dieſes von x^2 abgezogen, bleibet $- \frac{x4}{4a^2}$ übrig, dividiret ihr dieſes mit dem duplo des vorigen quoti $2a + \frac{x^2}{a}$, ſo iſt das quotum $\frac{-x^4}{8a^3}$; wird dieſes wieder mit ſich ſelbſt und den Diviſor $(2a + \frac{x^2}{a})$ multipliciret, iſt das Product $-\frac{x^4}{4a^2} - \frac{x^6}{8a^4} + \frac{x^8}{64a^6}$, wird dieſes von $\frac{x^4}{4a^2}$ abgezogen, bleibet $+ \frac{x^6}{8a^4} - \frac{x^8}{64a^6}$, wird dieſes mit dem dnplo des vorigen quoti $2a + \frac{x_2}{a} - \frac{x^4}{6a^3}$ dividiret, iſt das quotum $\frac{x^6}{16a^5}$; multipliciret mul-

multipliciret ihr dieſes weiter in ſich ſelbſt und in den letztern Diviſor, $(2a + \frac{x^2}{a} - \frac{x^4}{4a^3})$ iſt das product $\frac{x^6}{8a^4} + \frac{x^8}{16a^6} - \frac{x^{10}}{64a^8} + \frac{x^{12}}{256a^{15}}$; wird dieſes abgezogen von $\frac{x^6}{8a^4} - \frac{x^8}{64a^6}$, bleibet $-\frac{5x^8}{64a^6} + \frac{x^{10}}{64a^8} - \frac{x^{12}}{256a^{15}}$. Dividiret ihr dieſes noch mahl durch das Duplum des gefundenen quoti $2a + \frac{x^2}{a} - \frac{x^4}{4a^3} + \frac{x^6}{8a^5}$, iſt das neue quotum $\frac{5x^8}{128a^7}$ u. ſ. f.

Auf gleiche Weiſe wird die cubic-Wurtzel von $abb + b^3$ durch die Extraction (probl. 21 §. 32 arithm.) folgender maſſen reſolviret:

$$\sqrt[3]{abb + b^3} \text{ oder } (abb + b^3)^{1:3} = a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{3} a^{-\frac{2}{3}} b^{\frac{5}{3}} - \frac{1}{9} a^{-\frac{5}{3}} b^{\frac{8}{3}} + \frac{5}{81} a^{-\frac{8}{3}} b^{\frac{11}{3}}$$

u. ſ. f. Denn es iſt (1) der radix cubica von $a = a^{1:3}$, von $b^2 = b^{2:3}$ (§. 31) alſo die cubic-Wurtzel von $ab^2 = a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{3}{2}}$ (2) ziehet ihr

den cubum dieſer Wurtzel $= ab^2$ von der gegebenen quantität $ab^2 + b^3$ ab, ſo bleibet b^3 übrig, (3) nun iſt das triplum des quoti ($a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{2}{3}}$, $= 3a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{2}{3}}$ (4) wird dieſes nochmahl multipliciret durch das quotum, iſt das product $3a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{4}{3}}$ (5) dividiret ihr hierdurch den Reſt b^3, wird das neue quotum ſeyn $b^3 : 3a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{4}{3}}$, das iſt (Coroll. §. 29) $\frac{1}{3} a^{-\frac{2}{3}} b^{\frac{5}{3}}$. (6) weiter iſt das product dieſes quoti in den diviſor $= b^3$; (7) das product des quadrats des neuen quoti $\frac{1}{9} a^{-\frac{4}{3}} b^{\frac{10}{3}}$ in das triplum des vorhergehenden ($3a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{2}{3}}$) $= \frac{1}{3} a^{-1} b^{\frac{12}{3}}$, (8) ingleichen der cubus des neuen quoti $\frac{1}{27} a^{-\frac{6}{3}} b^{\frac{15}{3}}$, (9) ſubtrahiret ihr alſo dieſe 3 producta von dem Dividendo b^3, bleibet Reſt $-\frac{1}{3} a^{-1} b^{\frac{12}{3}} - \frac{1}{27} a^{-\frac{6}{3}} b^{\frac{15}{3}}$. (10) tripliret ihr

ferner das gefundene quotum ($a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{3} a^{-\frac{2}{3}} b^{\frac{5}{3}}$) habt ihr $3a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{2}{3}} + a^{-\frac{2}{3}} b^{\frac{5}{3}}$; dieſes triplum wieder durch daſſelbe quotum multipliciret gibt den neuen Diviſor, $3a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{4}{3}} + a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{7}{3}} + \frac{1}{3} a^{-\frac{4}{3}} b^{\frac{10}{3}}$; (12) dividiret ihr alſo hiemit den letzteren Reſt ($-\frac{1}{3} a^{-1} b^{\frac{12}{3}} - \frac{1}{27} a^{-\frac{6}{3}} b^{\frac{15}{3}}$) ſo entſtehet das neue quotum $-\frac{1}{9} a^{-\frac{5}{3}} b^{\frac{8}{3}}$; und auf ſolche Art kan man mit extrahirung noch

noch weiter, ſo lang es beliebig iſt, fortfahren, ſo wird man der geſuchten Wurtzel allzeit näher kommen.

§. 46. Aus dergleichen allgemeinen Exempeln hat der ſcharffſinnige Herr NEVTON eine general Regul gefunden, nach welcher eine iede irrational-Gröſſe auf eine viel leichtere Art als durch die gemeine Extraction kan reſolviret werden. Die Regul ſelbſt wird durch folgende Buchſtaben ausgedrücket: $P + PQ^{\frac{m}{n}} = P^{\frac{m}{n}}$

$$+ \frac{m}{n}AQ + \frac{m-n}{2n}BQ + \frac{m-2n}{3n}CQ + \frac{m-3n}{4n}DQ$$

$$+ \frac{m-4n}{5n}EQ$$ u. ſ. f. Es bedeutet aber in dieſer Regul P den erſten Terminum der gegebenen irrational-Gröſſe, Q die übrigen Terminos derſelben durch den erſten dividiret, m den exponenten der Dignität, n den exponenten der Wurtzel; A den erſten Terminum der Progreſſion, B den andern, C den dritten, D den vierdten, E den fünfften. u. ſ. f. Soll alſo nach dieſer Regul die quadrat-Wurtzel von $aa + xx$ gefunden werden, ſo iſt $P = aa$, $Q = \frac{xx}{aa}$, $m = 1$, $n = 2$. Folglich wird A der erſte terminus ſeyn $P^{\frac{m}{n}} = aa^{1:2}$

daß iſt a, B der andere terminus $\frac{m}{n}$ AQ $= \frac{1}{2} a \cdot \frac{xx}{aa}$ das iſt $\frac{x^2}{2a}$; C der dritte Terminus $= \frac{m-n}{2n}$ BQ $= \frac{1-2}{4} \frac{x^2}{2a} \cdot \frac{xx}{aa}$ das iſt $\frac{-x^4}{8a^3}$, D der vierdte Terminus, $\frac{m-2n}{3n}$ CQ $= \frac{1-4}{6} - \frac{x^4}{8a^3} \cdot \frac{xx}{aa}$, das iſt $\frac{x^6}{16a^5}$, E der fünffte Terminus $\frac{m-3n}{4n}$ DQ $= \frac{1-6}{8} \frac{x^6}{16a^5} \cdot \frac{xx}{aa} = \frac{-5x^8}{128a^7}$ u. ſ. f. Daher alſo $\sqrt[2]{aa + xx}$

$$= a + \frac{x^2}{2a} - \frac{x^4}{8a^3} + \frac{x^6}{16a^5} - \frac{5x^8}{128a^7} \text{ u. ſ. w.}$$

Gleichwie in vorhergehenden §. gefunden worden. Soll auf gleiche Art die cubic-Wurtzel von $ab^2 + b^3$ gefunden werden, ſo gilt $P = ab^2$:

Q

$Q = b^3 : ab^2$, $n = 3$. Folglich iſt A der erſte Terminus $P^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{2}{3}}$, B der andere Terminus $\frac{m}{n} AQ = \frac{1}{3} a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{2}{3}} . \frac{b^3}{ab}$

$$= \frac{a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{11}{3}}}{3ab^2} = \frac{a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{11}{3}}}{3 a^{\frac{3}{3}} b^{\frac{6}{3}}} = \frac{1}{3} a^{-\frac{2}{3}} b^{\frac{5}{3}}.$$

C der dritte Terminus $\frac{m-n}{2n} BQ = \frac{1-3}{6}$

$$\frac{1}{3} a^{-\frac{2}{3}} b^{\frac{5}{3}} . \frac{b^3}{ab^2} = -\frac{1}{9} a^{-\frac{5}{3}} b^{\frac{8}{3}};$$

D der vierdte Terminus $\frac{m-2n}{3n} CQ$

$$= \frac{1-6}{9} - \frac{1}{9} a^{-\frac{5}{3}} b^{\frac{8}{3}} . \frac{b^3}{ab^2} =$$

$\frac{5}{81} a^{-\frac{8}{3}} b^{\frac{11}{3}}$; E der fünffte Terminus

$$\frac{m-3n}{4n}\,DQ = \frac{1-9}{12} \cdot \frac{5}{81}$$

$$\frac{a^{-\frac{8}{3}}\,b^{\frac{11}{3}} \cdot b^{3}}{ab^{2}} = -\frac{10}{243}\,a^{-\frac{11}{3}}\,b^{\frac{14}{3}}$$ u.

ſ. f.

Ende der Buchſtaben Rechnung.

Einleitung

Zu der

GEOMETRIA CVRVARVM.

Das iſt

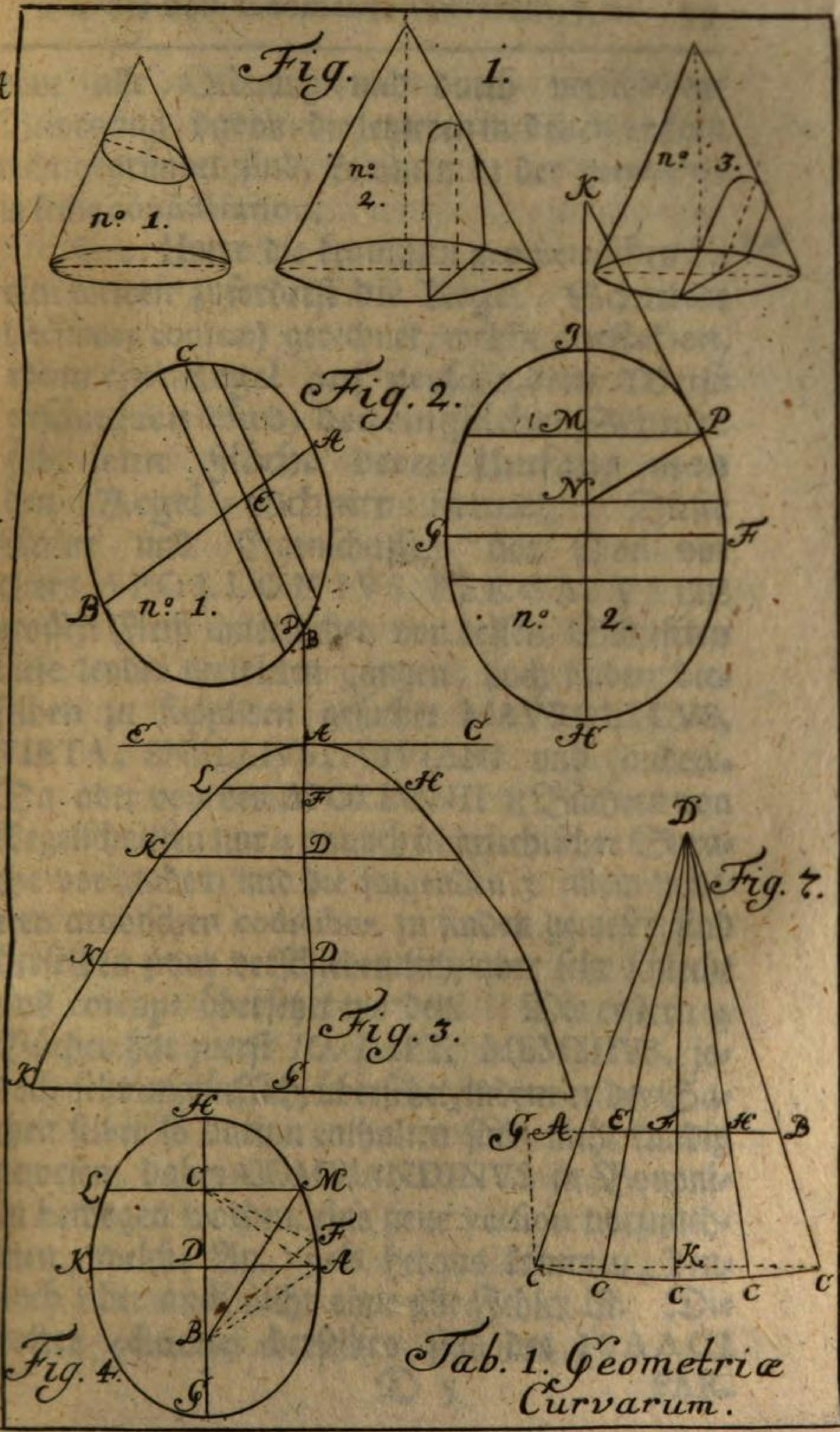
Zu denen Kegel-Schnitten und andern krummen Linien.

Das I. Capitel.

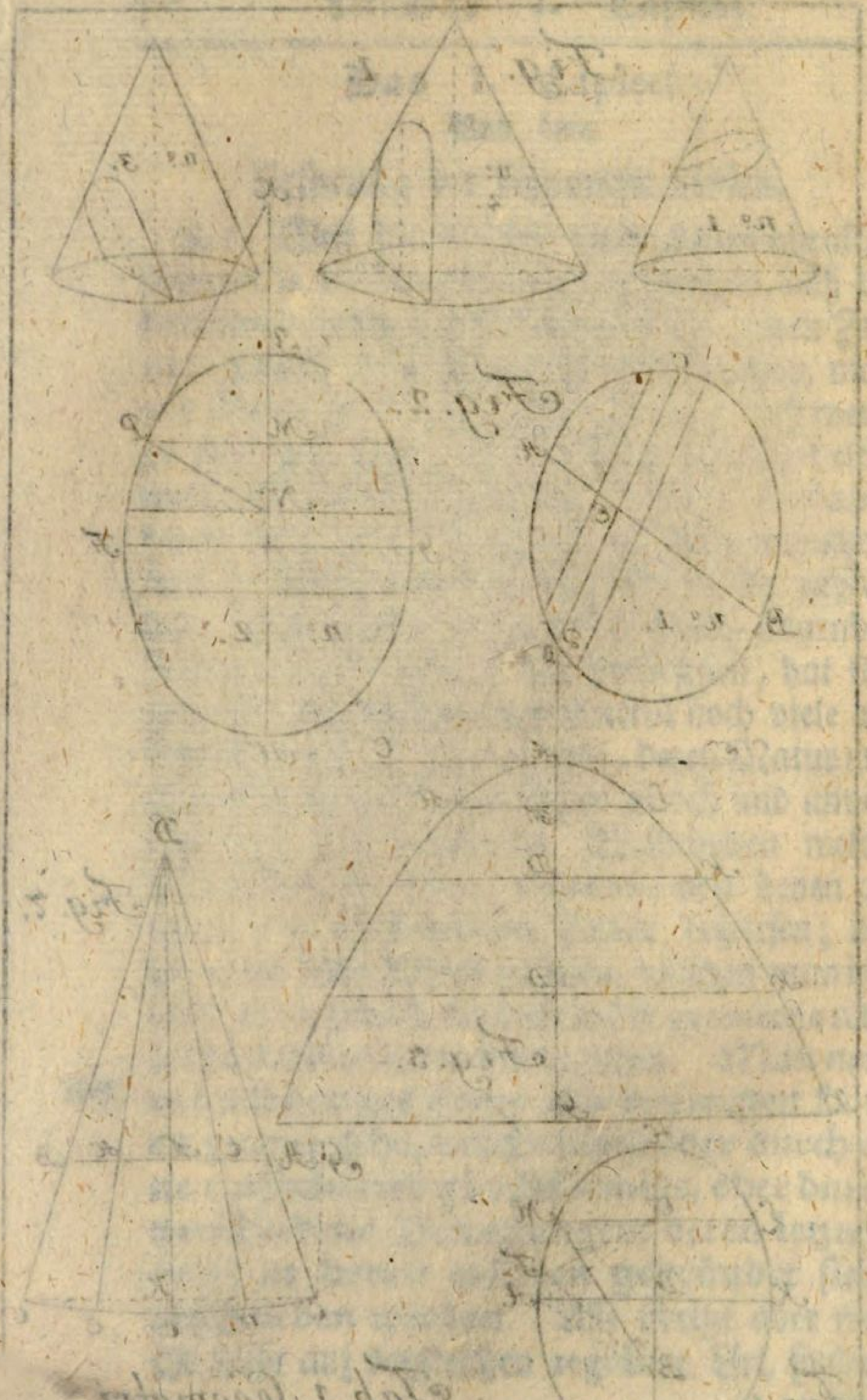
Von dem Urſprung der krummen Linien.

§. 1. Weil die meiſten unter denen uhralten Geometris in der perſuaſion geſtanden, daß die krummen Linien welche nicht durch einen Zug und gleichförmige Bewegung entſpringen, nicht nur ſchwer zu verzeichnen, ſondern auch wenige oder gar keine Eigenſchafften hätten, welche man von ihnen demonſtriren könne, ſo haben ſie in ihren geometriſchen Schrifften nur allein von geraden und Circkelrunden Linien gehandelt. Nachdem man aber in denen folgenden Zeiten der Sachen tieffer eingeſehen, hat ſich gefunden, daß auſſer dem Circkul noch viele andere krumme Linien entſtehen, deren Natur und Eigenſchafften, nicht weniger gewiß und unveränderlich als dieienigen Wahrheiten welche EVCLIDES in ſeinen elementis von denen geraden und Circkelrunden Linien erwieſen; daher man keine Urſach geſehen, warum man iene nicht eben ſowohl als dieſe in der geometrie wolle in beſondere Betrachtung ziehen. **Man nennet alſo heutiges Tages alle dieienigen Lini-**
Def. **en geometriſche, welche entweder durch eine einfache und gleichförmige, oder durch verſchiedene Bewegungen, deren letztere doch in denen erſteren gegründet ſind, beſchrieben werden.** Alle übrige aber welche nicht auf dergleichen regulaire Art, ſondern

ohne



Tab. 1. Geometriæ Curvarum.



Tab. I. Geometr. Curvarum.

ohne alle Ordnung und durch verſchiedene Bewegung davon die letzteren in denen erſtern nicht gegründet ſind, kommen in der geometrie in keine conſideration.

§. 2. Unter die krummen geometriſchen Linien werden zuforderſt die Kegel-Schnitte (ſectiones conicæ) gerechnet, welche entſtehen, wenn ein Kegel auf verſchiedene Weiſe geſchnitten wird, den ein ſolcher Schnitt gibt eine Fläche deren Umfang man den Kegel-Schnitt nennet. Dieſer Natur und Eigenſchafften hat ſchon vor alters APOLLONIVS PERGAEVS mit groſſen Fleiß unterſuchet, von deſſen Schrifften viele leyder verlohren gangen, doch haben dieſelben zu ſuppliren geſuchet MAVROLYCVS, VIETA, SNELLIVS, VIVIANI und andere. Da aber von des APOLLONII 8 Büchern von Kegelſchnitten nur 4 annoch in griechiſcher Sprache vorhanden, und die folgenden 3 allein in denen arabiſchen codicibus zu finden geweſen, ſind dieſelben zwar verſchiedentlich, aber ſehr ſchlecht und corrupt überſetzet worden. Die erſtern 4 Bücher hat zuerſt IO. BAPT. MEMMIVS, jedoch ſehr unglücklich, überſetzet, indem er der Sachen ſelber ſo darinn enthalten ſind, nicht kundig geweſen, daher COMMANDINVS in Bononien bewogen worden, eine neue verſion vorzunehmen, welche An. 1566 heraus kommen, dennoch aber auch nicht ohne alle Fehler iſt. Die beſten editiones derſelben ſind des ISAACI Def.

BARRAW ſo in London gedruckt An. 1675 und CLAVDI RICHARD eines Jeſuiten zu Antwerpen, der ſie An. 1655 zum Vorſchein bracht. Die letzten 3 Bücher hat zuerſt IO. ALPHONSVS BORELLVS nach der verſion des ABRAH. ECHELLENSIS MARONITAE zu Florentz An. 1641 heraus gegeben. Nachmahls haben die berühmten Profeſſores im Kiel CHRISTIANVS RAVIVS und SAM. REYHERVS eine neue verſion vorgenommen, welche deſto glücklicher von ſtatten gangen, weil jener Profeſſor linguarum orientalium, dieſer mathematum geweſen. Das letzte und 8te Buch des APOLLONII hat man gar vor verlohren gehalten, doch hat der berühmte Herr HALLEI daſſelbe in ſeiner ſchönen edition aller Wercke des APOLLONII welche er An. 1710 an das Licht geſtellet, wieder hinzugethan. In denen neuern Zeiten haben dieſe doctrin vor andern GR. a S. VINCENTI S. I. DESARGVETIVS, und PASCHALIVS excoliret, doch iſt wenig von derſelben Schrifften zum Vorſchein kommen. Der gelehrte Frantzoß PH. de la HIRE, welcher vor etzlichen Jahren mit Tode abgangen, hat An. 1673 eine gantz neue und beſondere Art die Kegelſchnitte zu erklähren bekandt gemacht, und 6 Jahr darauf ſeine elementa ſectionum conicarum, auch wiederum An. 1685 9 Bücher von Kegelſchnitten in folio herausgegeben.

§. 3. Es kan aber eine Fläche, welche einen Def. 1 Kegel ſchneidet viererley ſitum haben, 1) wann ſie

ſie der baſi parallel iſt, da denn der Umfang derſelben ein vollkommner Circkul iſt. 2) Def. 2 wenn ſie nach der baſi incliniret, da der Umfang derſelben eine ellipſis genannt wird (fig. 1. no. 1.) 3) wenn ſie mit der axi Def. 3 des Kegels parallel iſt, alsdenn nennt man den Umfang derſelben eine parabola. (no. 2.) 4) wenn ſie ſchieff gegen der axe Def. 4 geſtellet iſt, und da nennt man derſelben Umfang eine hyperbola. (no. 3)

§. 4. Bey allen dieſen Kegelſchnitten ſind folgende Linien wohl zu mercken:

1) Die Zwerch-axe (diameter transverſa) Def. 1 ſo nennet man eine jede gerade Linie, welchen in der ſection gezogen wird, und alle Linien welche einander parallel gehen, in 2 gleiche Theile ſchneidet, z. E. AB (fig. 2. no. 1.)

2) Die ordinata oder ordinatim applicata Def. 2 iſt jede von denen parallelis, welche von Zwerch-axe in 2. gleiche Theile getheilet werden. z. E. CD. (fig. 2. no. 1)

3) Die axe iſt der diameter welcher die Def. 3 ordinatas in geraden Winckeln ſchneidet. z. E. IH (no. 2.)

4) Der Scheitel wird der oberſte punct Def. 4 des diametri genannt. z. E. I

5) Der Pfeil (ſagitta oder abſciſſa) heiſ- Def. 5 ſet das Stück des diamerri zwiſchen dem vertice und der ordinata z. E. AE (no. 1)

6) Tangens iſt eine jedwede Linie, wel- Def. 6 che

che die Krumme in einen Punct berühret. Z. E. PK (no. 2)

Def. 7 7) Subtangens iſt die Linie, welche von der ordinate ſo durch das punct gehet, in welchen der tangens die curvam berühret, bis zu dem punct gezogen wird, in welchen derſelbe tangens den ausgezogenen diameter ſchneidet, Z. E. KM.

Def. 8 8) Perpendicularis wird diejenige Linie genannt, welche aus dem puncto contactus über den tangentem perpendiculair gezogen iſt zum diameter. Z. E. PN.

Def. 9 9) Subnormalis iſt das Stück des diametri zwiſchen denen beyden ordinaten, deren eine durch das punctum contactus gehet, die andere durch das punct wo die perpendicularis den diameter ſchneidet. Z. E. MN.

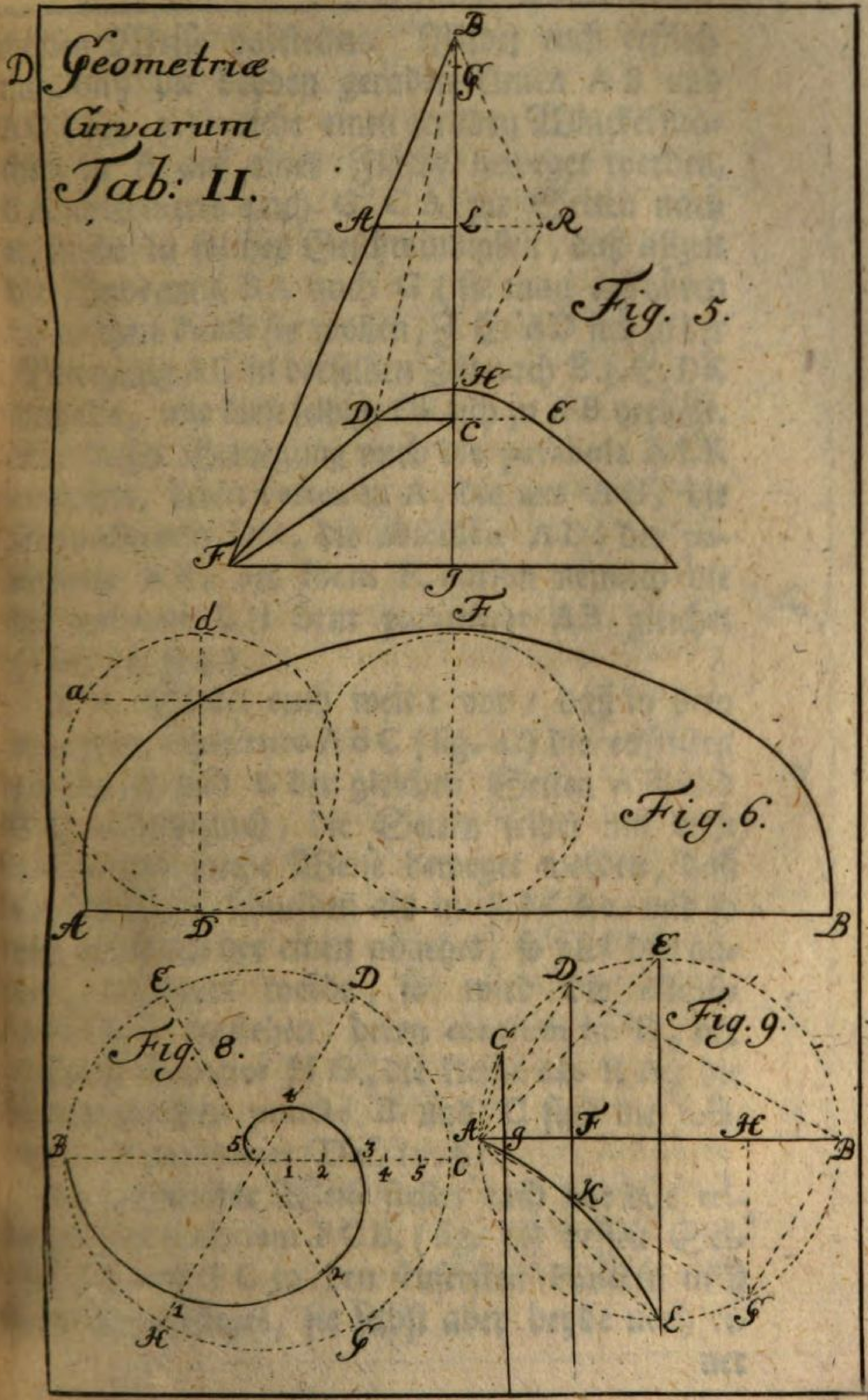
Def. 10 10) Der kleine diameter (diameter conjugata oder axis rectus, conjugatus) heiſſet diejenige Linie, welche alle Linien ſo dem Zwerch diameter parallel gezogen ſind, in 2 gleiche Theile ſchneidet. Z. E. GF (no. 2)

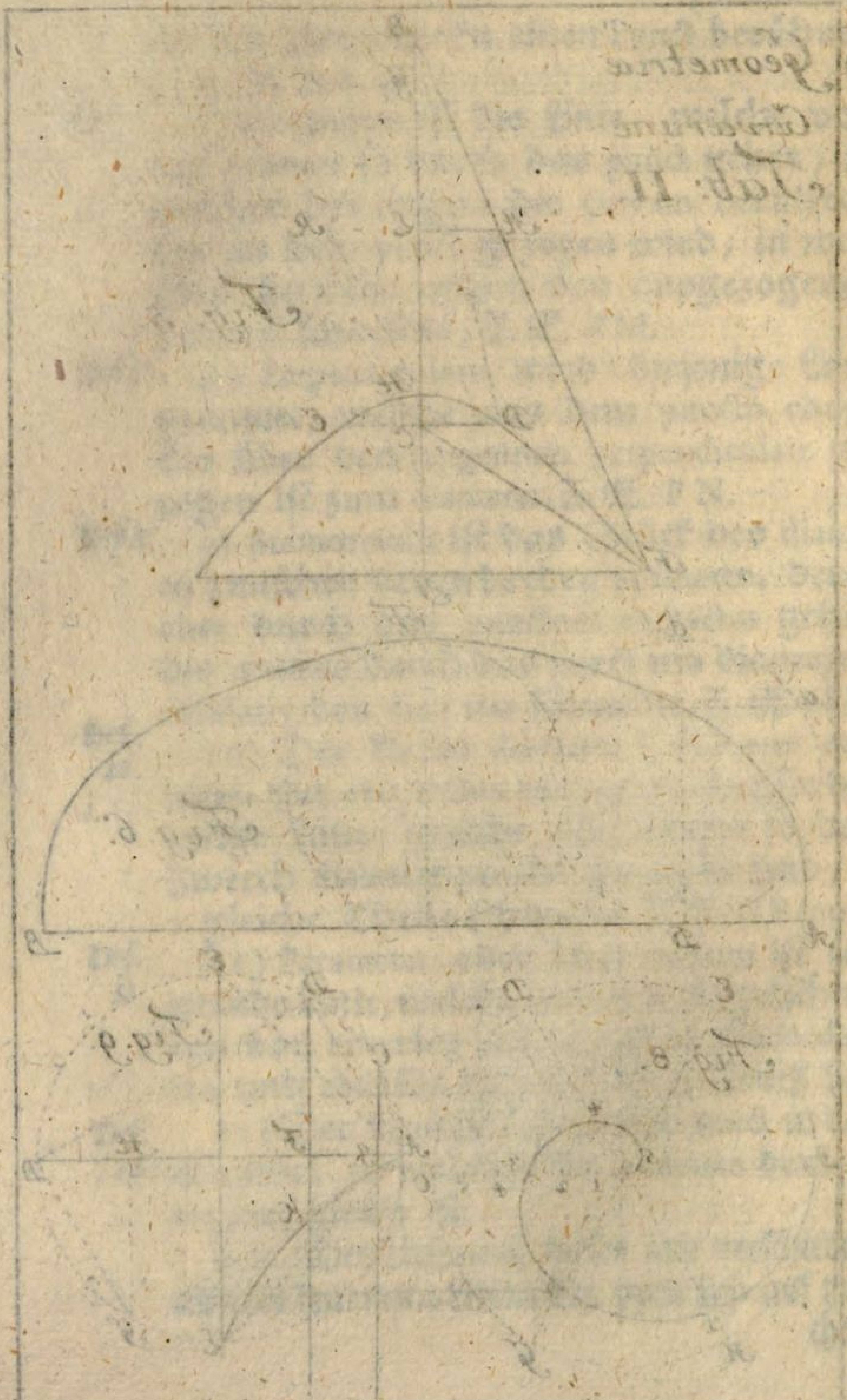
Def. 11 11) Parameter oder latus rectum iſt eine gerade Linie, welche in denen Kegelſchnitten von einerley Art zu allen ſemiordinaten und abſciſſen einerley Verhältniß hat.

Def. 12 12) Der focus iſt dasjenige punct in dem diameter, in welchen die ordinate dem parameter gleich iſt.

§. 5. Den Urſprung dieſer und verſchiedener anderer krummen Linien kan man ſich auf man-

cherley


D
Geometriæ
Curvarum
Tab: II.
B
G
A
L
R
Fig. 5.
H
D
E
C
F
I
d
F
a
Fig. 6.
A
D
B
E
D
Fig. 8.
4
5
3
B
1
2
4
5
C
2
1
H
G
E
D
Fig. 9.
C
A
g
F
H
B
K
L
G


D. Geometria
Tab: II
Fig. 6.
Fig. 8.
Fig. 9

cherley Weiſe vorſtellen. Bildet euch erſtlich ein, daß die beyden geraden Linien AB und AC (fig. 3.) welche einen geraden Winckel machen in A auf einer Fläche beweget werden, BA unterwerts nach G, CA zur Seiten nach E, beyde in ſolcher Geſchwindigkeit, daß allzeit die Bewegung BA nach G (ſie mag aufhören in welchen Punct ſie wollen, Z. E. AD ſich zu der Bewegung AC in derſelben Zeit nach E z. E. DK verhalte, wie dieſe ſelbige DK ſich zu AB verhält. Aus dieſer Bewegung wird die parabola ALK entſtehen, deren vertex in A, die axe AG, die ſemiordinaten DK, die abſciſſen AD, der parameter AB, der focus F, darinn nemlich die die ordinate LH dem parameter AB gleichet (Def. 12. §. 4.)

§. 6. Stellet euch weiter vor / daß in dem triangulo æqueiruro ABC (fig. 4.) die euſerſten puncte B und C der gleichen Seiten AB und BC unbeweglich, die Seiten ſelber um dieſe centra auf ſolche Weiſe beweget werden, daß ſie ſich allzeit ſchneiden als in F, M &c. und ſo viel demnach der einen abgehet, ſo viel die andere erlängert werde, ſo wird die ellipſis AFHKG entſtehen, deren centrum in D, der Zwerch diameter HG, die kleine axe KA, die unbeweglichen puncte B und C ſind die foci, ML der parameter (Def. 12. §. 4.

§. 7. Gleicher Weiſe ſtellet euch vor das triaugulum ſcalenum FCB, (fig. 5.) deſſen Seiten FB und FC in den euſerſten Puncten in B und C befeſtiget, ſie ſelbſt aber beyde nach einer

ner Gegend beweget werden, da ſie ſich allzeit in F ſchneiden, und daher beyde gleich viel verlångert oder verkůrtzet werden, damit einerley differenz zwiſchen ihnen bleibe, welche etwa der Linie H G gleich ſeyn kan, ſo wird durch dieſe Bewegung die Hyperbola FDH beſchrieben werden, deren vertex in H, die foci in C und B, der Zwerch diameter GH, das centrum L das mittlere Punct des Zwerch diametri G H; der parameter D E; (Def. 11. §. 4) der kleine diameter iſt AR, ſo durch das centrum L über den Zwerch axe perpendiculair gezogen wird, deſſen euſerſte Puncte A und R von dem Scheitel-Punct H auf die halbe diſtanz der focorum C L entfernet ſind.

Def. **Sind dieſe 3 Seiten von gleicher Långe nennt man die Hyperbel gleichſeitig**(æquilateram.)

§. 8. Auſſer denen ſectionibus conicis werden heutiges Tages zu denen geometriſchen Linien verſchiedene andere gezehlet, davon die vornehmſten ſind: Die Cyclois oder Trochois, die Epicyclois, die conchois, die ſpiralis, die Ciſſois, quadratrix, die Logiſtica oder Logarithmica, die Logiſtica ſpiralis, die lineæ ſinuum, tangentium und ſecantium.

§. 9, Bildet euch ein, daß über einer Linie A B (fig. 6.) ein Circkel herum gewelzet werde, damit daſſelbe Punct z. E. a welches anfangs das euſerſte Punct der Linie A berůhret, zulezt auf das andere Ende derſelben B zu liegen komme, ſo wird die **krumme Linie** A F B, welche

dieſes

Fig: 10.

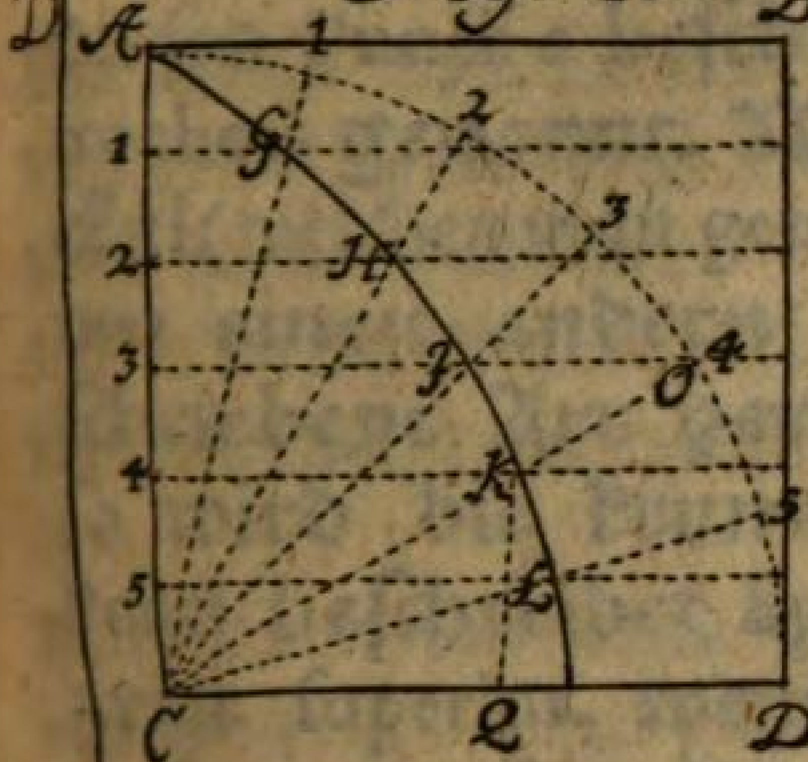


Fig: 11.

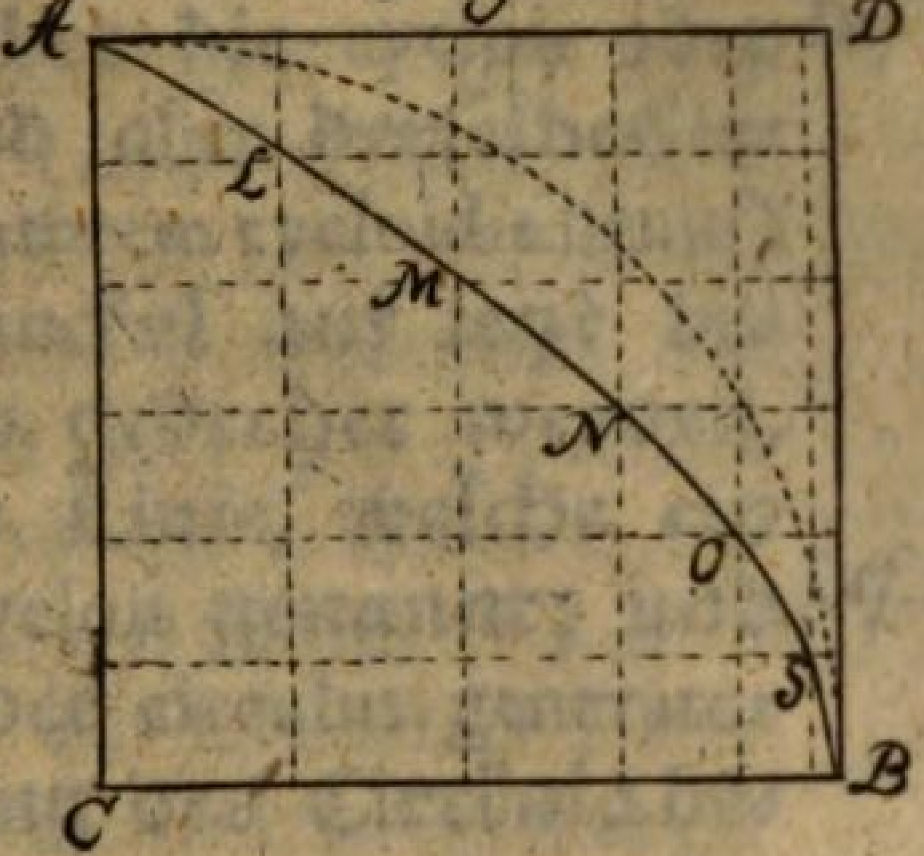


Fig: 12.

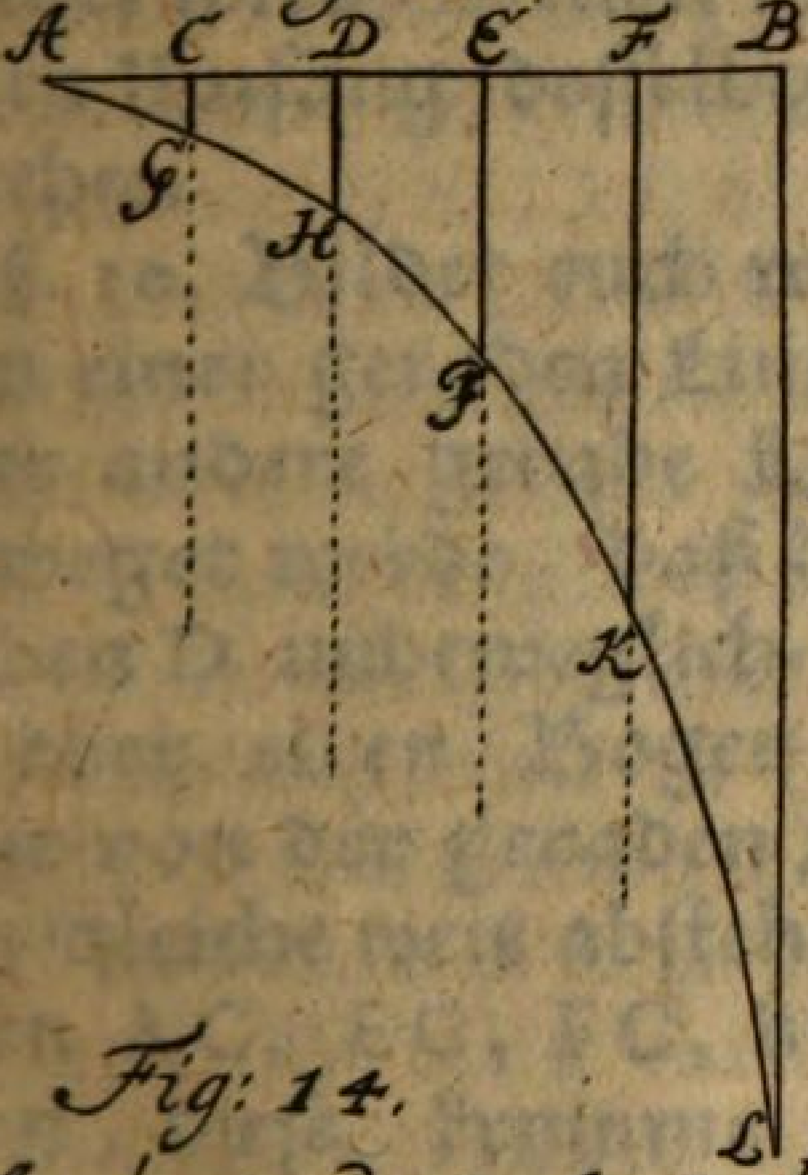


Fig: 13.

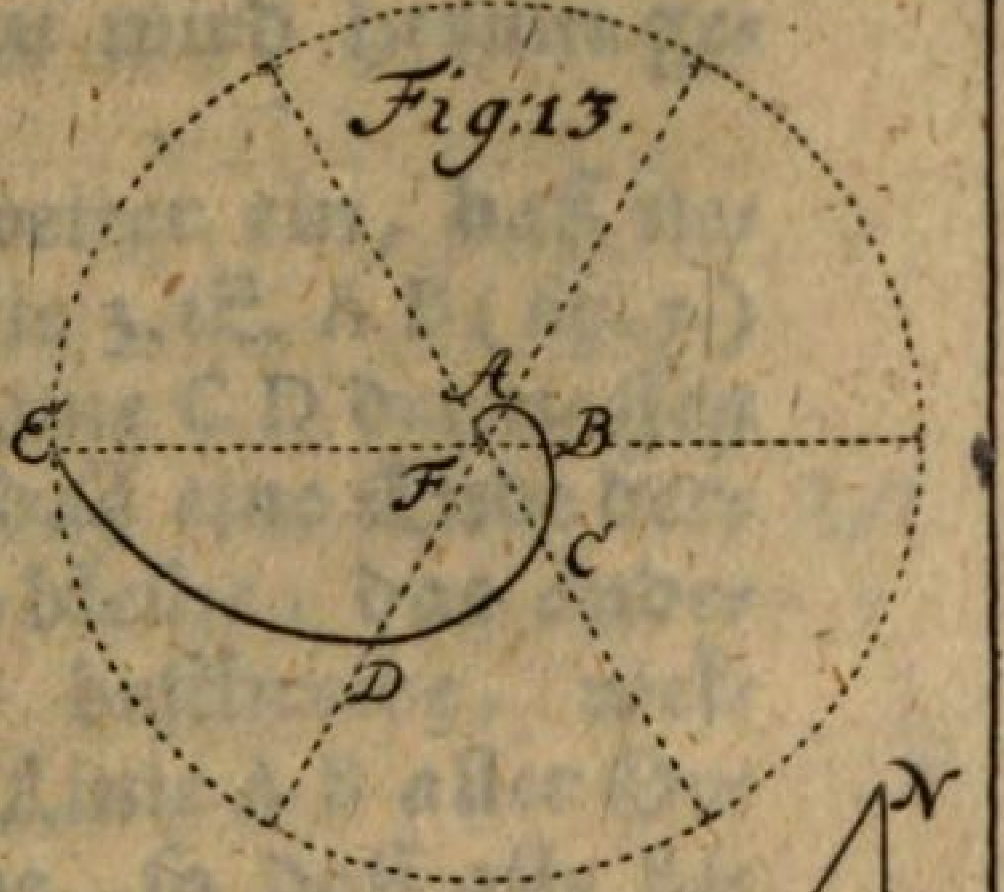


Fig: 14.

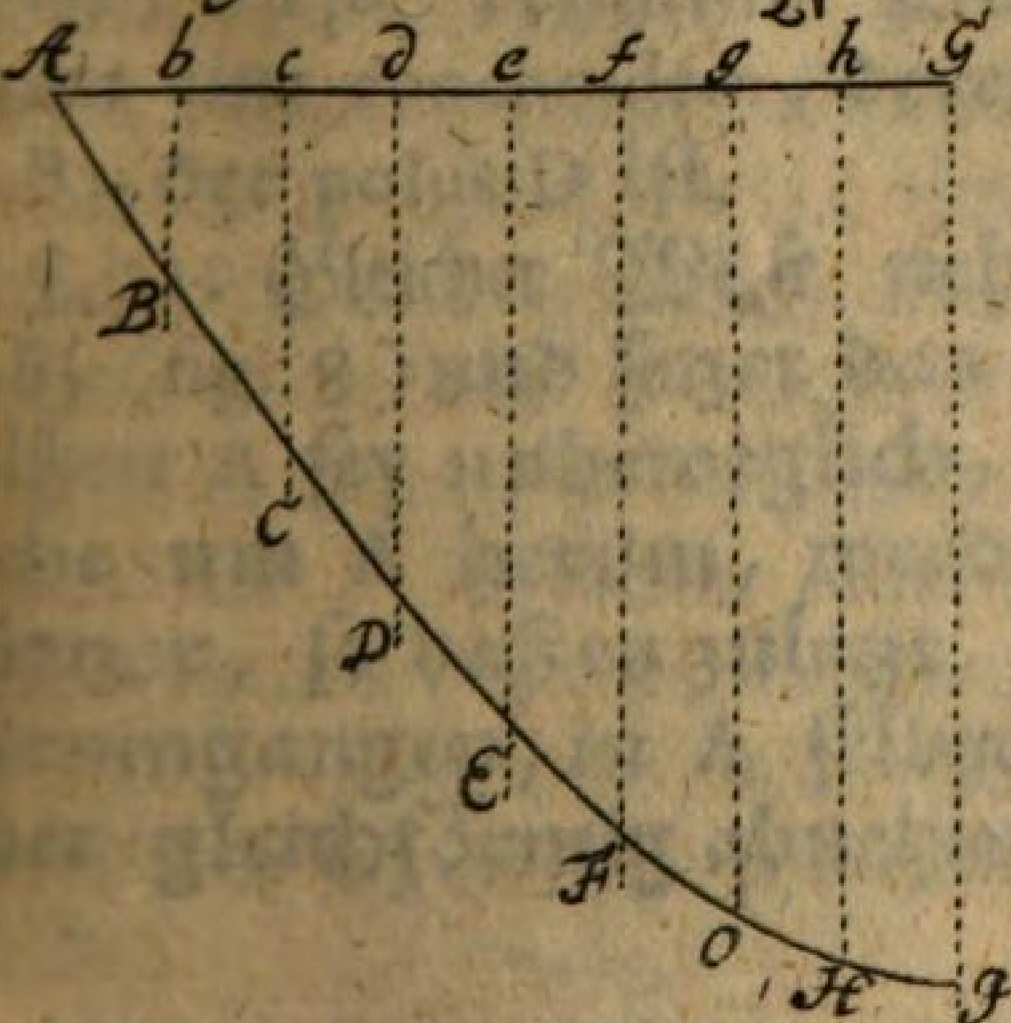
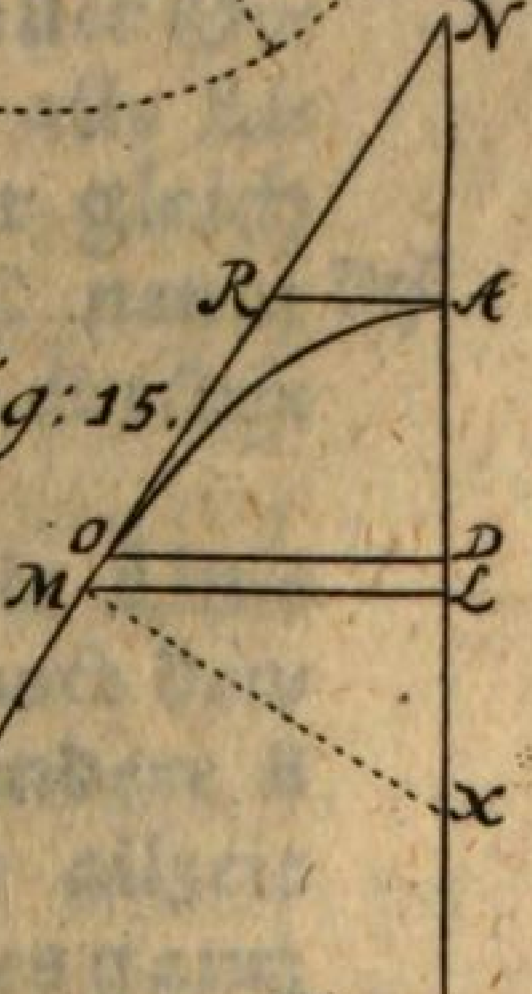
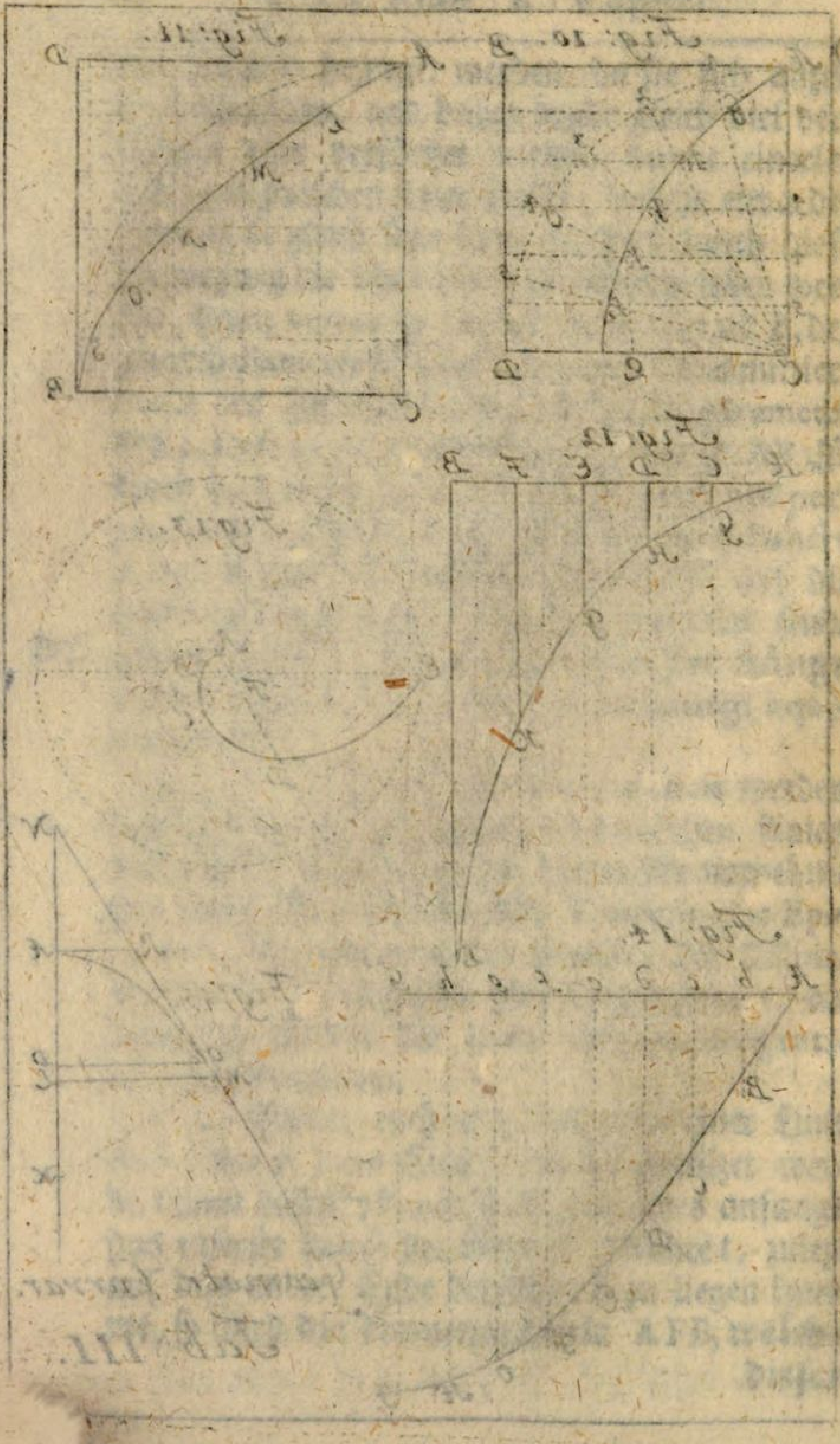


Fig: 15.



Geometr. Curvar.

Tab: III.



dieſes Punct a beſchreibet die cyclois oder Def. 1
trochois genannt. Wird aber derſelbe Circkul (welchen man generatorem cycloidis nennt) um einen andern Circkul auf iezt beſchriebene Art herum gedrehet werden, ſo wird die krumme Linie, welche ein Punct beſchreibet, Epicyclois genannt; und Def. 2
zwar ſuperior, wenn der circulus generator auf dem euſern Umfang des Circkuls beweget wird, inferior, wann er an dem innern Umfang deſſelben wird herum gedrehet.

§. 10. Bildet euch weiter ein, daß neben einer geraden Linie z. E. A B (fig. 7.) eine andere gerade Linie C D dermaſſen beweget werde, daß das eine Ende derſelben D unbeweglich bleibe, das andere aber einen Bogen beſchreibe, welcher von der geraden Linie A B aller Orten gleiche weit abſtehe, ſo daß alle Linien A C, E C, F C, B C einander gleich ſeyn, dieſe krumme Linie C C nennt Def.
man eine conchoidem, deren linea directrix A B, der polus D iſt.

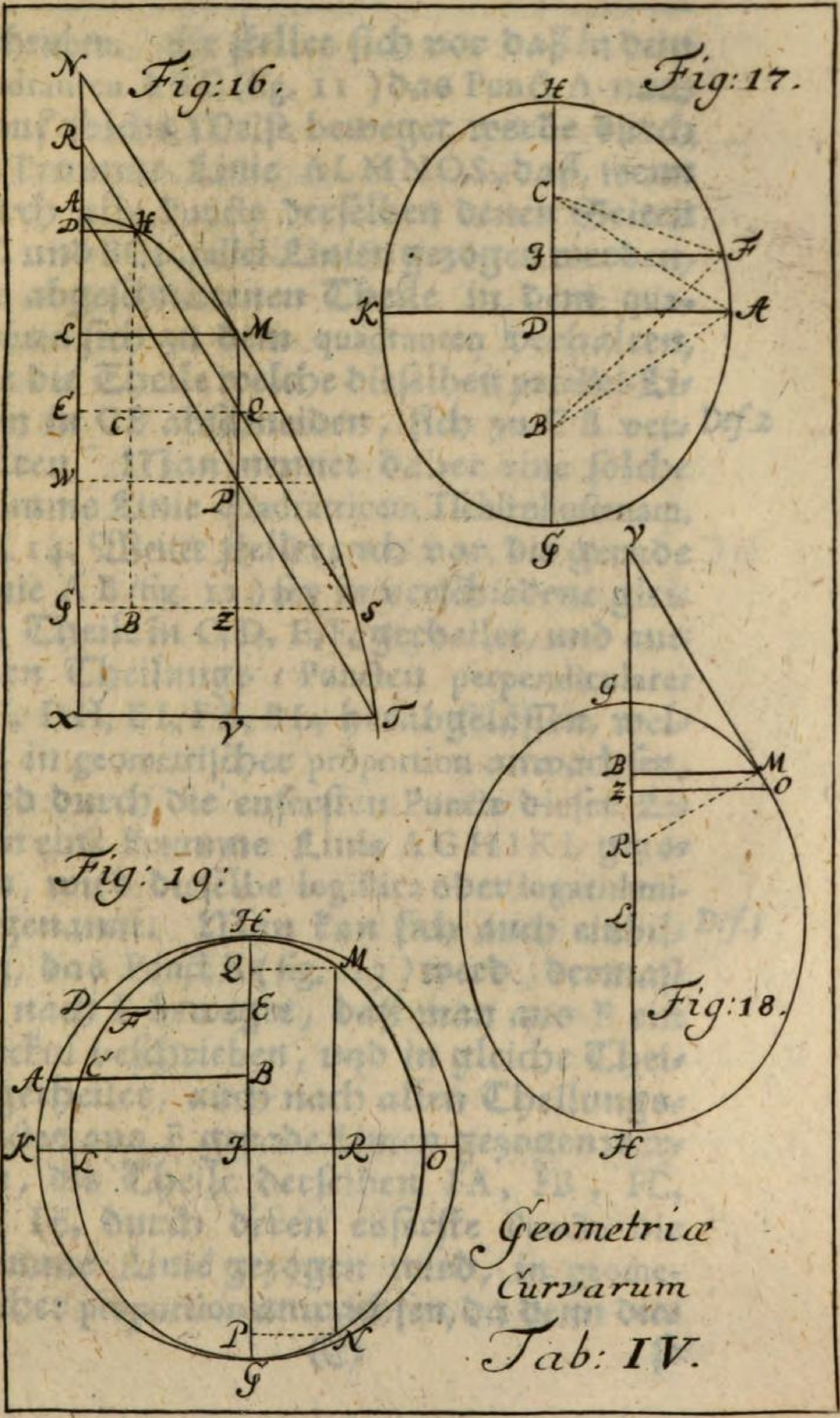
§. 11. Gleicher Weiſe nehmet die Linie AB, (fig. 8) und ſetzet das eine Punct derſelben A ſey unbeweglich, das andere B gehe um A herum, werde aber allzeit kürtzer, ſo daß es zuletzt, wenn es gantz herumgangen, in A ſelber falle, dabey aber gleichförmig abnehme, damit wenn

das

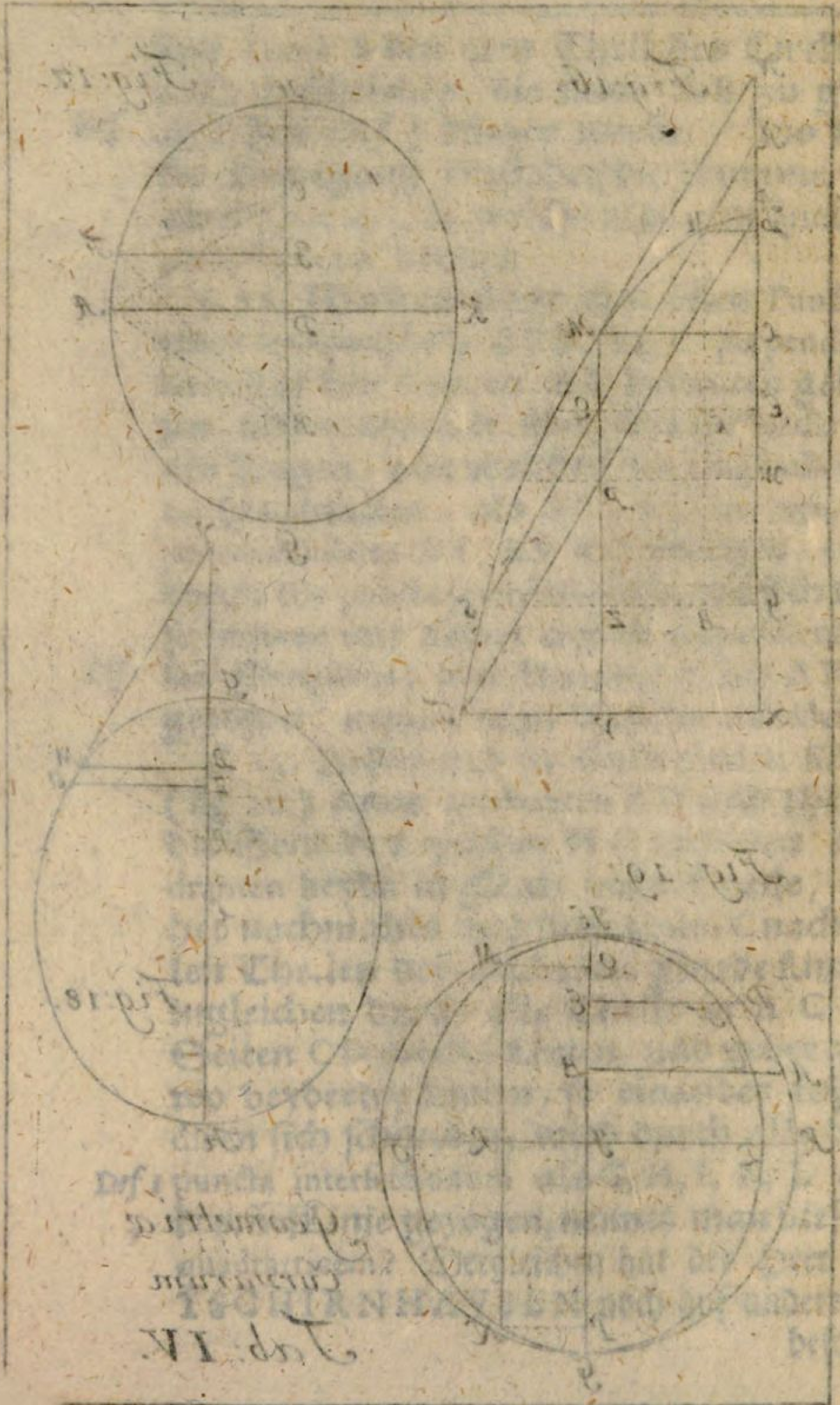
das Punct B den 6ten Theil des Circkuls z. E. beſchrieben, die Linie A B zu glei-
Def. cher Zeit auf $\frac{1}{6}$ kürzer werde. Aus dieſer Bewegung entſtehet die krumme Linie B 1, 2, 3, 4, 5, A. welche man eine ſpiralem oder helicem nennet.

§. 12. Werden ferner aus allen Puncten einer ſemiperipherie AEB (fig. 9. perpendiculares auf den diameter AB herunter gelaſſen, und continuiret, über denen chordis derer Bogen, von welchen die perpendiculares herabfallen, als AC, AD &c. andere perpendiculares AI, AK &c. gezogen, und durch die puncta interſectionum, da ſich dieſe letztere mit denen erſten perpendiculari-
Def. bus ſchneiden; eine krumme Linie AIKL gezogen, nennet man dieſelbe ciſſoidem.

§. 13. Ziehet auch in einen quadrat ABCD (fig. 10.) einen quadranten AD und theilet die Seite des quadrats HC und den quadranten beyde in gleich viele Theile, ziehet nachmahls aus dem centro C nach allen Theilen des quadranten gerade Linien, ingleichen durch alle Theile in AC der Seiten CD parallel-Linien, und gebet acht wo beyderley Linien, ſo einander reſpondiren ſich ſchneiden, wird durch alle dieſe
Def. 1 puncta interſectionum als G, H, I, K, L eine krum̃e Linie gezogen, nennet man dieſelbe quadratricem? Dergleichen hat der Herr von TSCHIRNHAUSEN noch auf andere Art beſchrie-



Geometriæ Curvarum Tab: IV.



beſchrieben. Er ſtellet ſich vor daß in dem quadranten ABC (fig. 11) das Punct A nach B auf ſolche Weiſe beweget werde durch die krumme Linie ALMNOS, daß, wenn durch alle Puncte derſelben denen Seiten AC und BC parallel-Linien gezogen werden, die abgeſchnittenen Theile in dem quadranten ſich zu dem quadranten verhalten, wie die Theile welche dieſelben parallel-Linien in CB abſchneiden, ſich zu CB verhalten. Man nennet daher eine ſolche krumme Linie quadratricem Tſchirnhuſianam. Def. 2

§. 14. Weiter ſtellet euch vor, die gerade Linie AB (fig. 12.) ſey in verſchiedene gleiche Theile in C, D, E, F, getheilet, und aus allen Theilungs-Puncten perpendiculares CG, DH, EI, FK, BL, herabgelaſſen, welche in geometriſcher proportion anwachſen, wird durch die euſerſten Puncte dieſer Linien eine krumme Linie AGHIKL gezogen, wird dieſelbe logiſtica oder logarithmica genannt. Man kan ſich auch einbilden, das Punct E (fig. 13) werde dermaſſen nach F beweget, daß man aus F ein Circkul beſchrieben, und in gleiche Theile getheilet, auch nach allen Theilungs-Puncten aus F gerade Linien gezogen werden, die Theile derſelben FA, FB, FC, FD, FE, durch deren euſerſte Puncte die krumme Linie gezogen wird, in geometriſcher proportion anwachſen, da denn die- Def. 3

Def. 2 ſe krumme Linie logiſtica ſpiralis genannt wird.

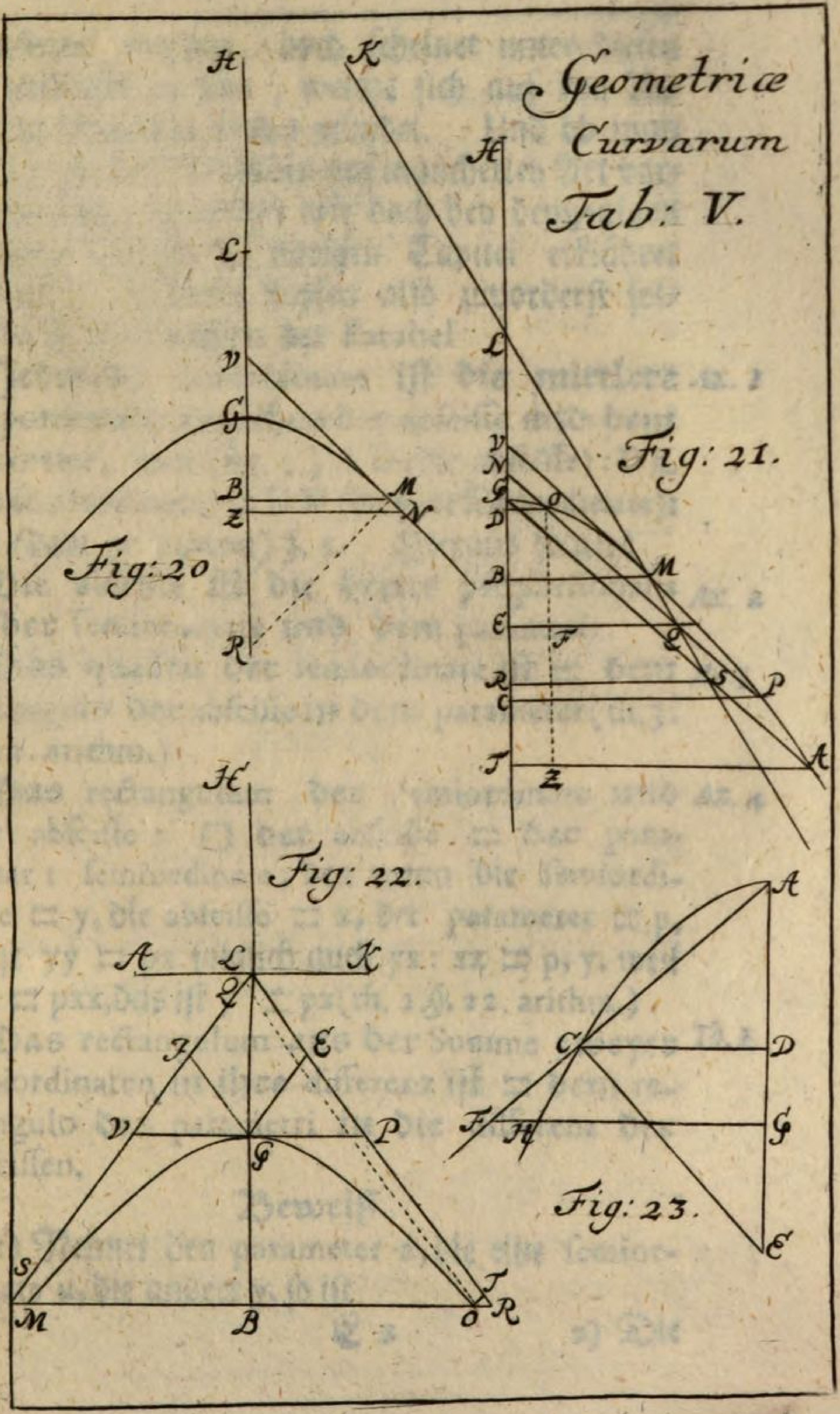
§. 15. Leztlich nehmt die Linie AG, (fig. 14) und theilet ſie nach Belieben in einige Theile in b, c, d, e, f, theilet auch den quadranten eines Circkuls in eben ſo viel Theile, laſſet nachher aus allen dieſen Puncten die perpendiculares bB, cC, dD, &c. fallen, und machet ſie ſo lang als die ſinus, tangentes oder ſecantes der Bogen ſind, welche denen Theilen der Linie A G reſpondiren, wird durch alle terminos dieſer Def. perpendiculair-Linien, B, C, D, E, F, G, eine krumme Linie gezogen, wird dieſelbe linea ſinuum, tangentium oder ſecantium genannt.

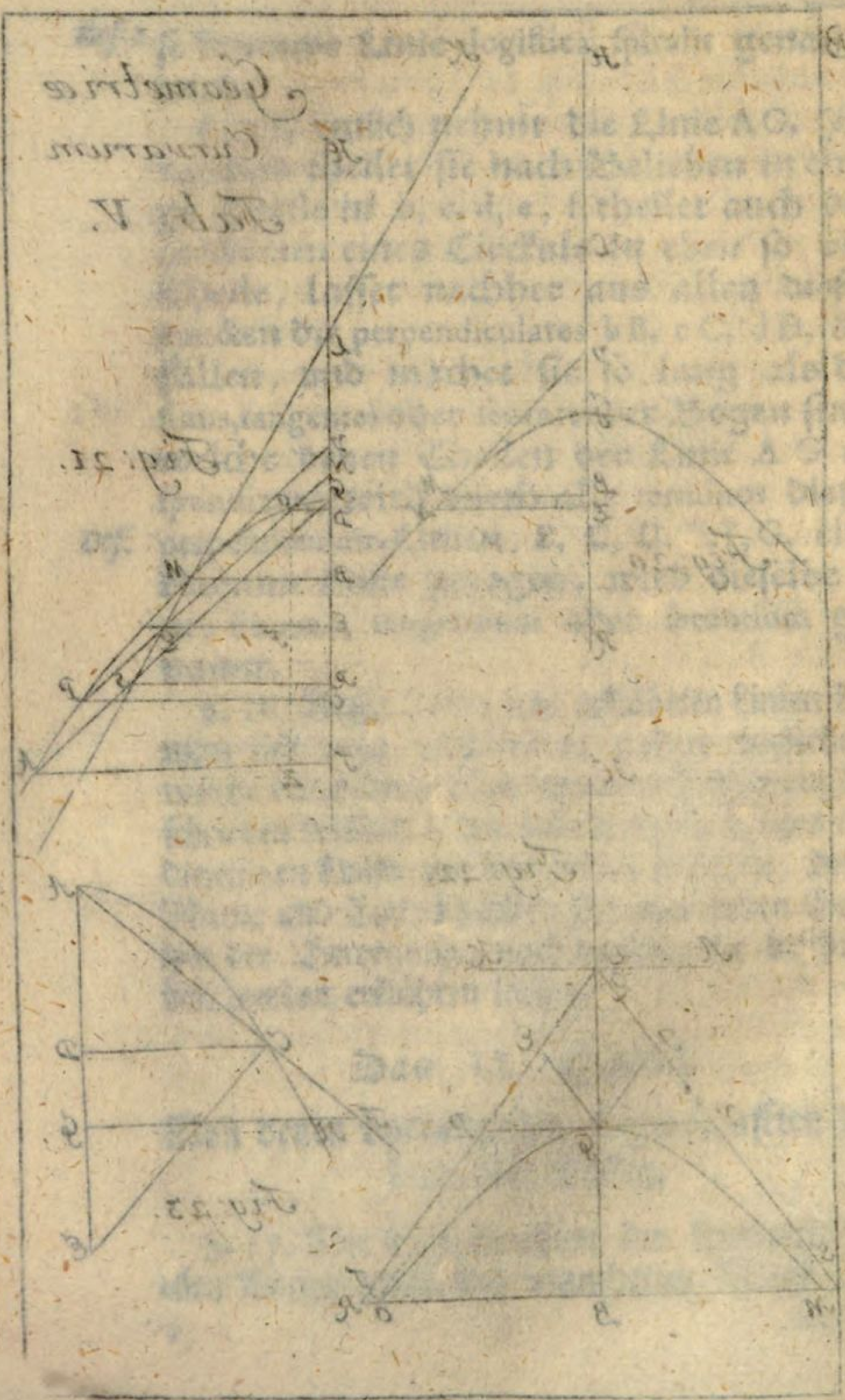
§. 16, Auſſer dieſen ietzt erklährten Linien kan man ſich noch verſchiedene andere vorſtellen, welche durch dergleichen regulaire Bewegung beſchrieben werden, wie den heutiges Tages alle diejenigen Linien zur Geometrie gehören, deren Natur und Eigenſchafften ſich aus denen Geſetzen der Bewegung, nach welcher ſie beſchrieben werden, erklähren laſſen.

Das II. Capitel.

Von denen vornehmſten Eigenſchafften der krummen Linien.

§. 17. Die Eigenſchafften der krummen Linien können zwar auf mancherley Weiſe demon-


Geometriæ
Curvarum
Tab: V.
Fig: 20
Fig: 21.
Fig: 22.
Fig: 23.



monſtriret werden, doch ſcheinet unter dieſen die leichteſte zu ſeyn, welche ſich auf den Urſprung denſelben Linien gründet. Und ob man ſich gleich auch denſelben auf mancherley Art vorſtellen kan, ſo wollen wir doch bey demjenigen bleiben, welcher in vorigen Capitel erklähret worden. Hieraus flieſſen alſo zuvorderſt folgende Eigenſchafften der Parabel

Jedwede ſemiordinate **iſt die mittlere** proportionalis **zwiſchen der** abſciſſe **und dem** parameter, weil (fig. 3.) A D (die abſciſſe) : D K (der ſemiordinate) = D K (dieſelbe ſemiordinate): AB (dem parameter) §. 5. Hieraus folget: *Ax. 1*

Die abſciſſe **iſt die dritte** proportionalis **zu der** ſemiordinate **und dem** parameter. *Ax. 2*

Das quadrat **der** ſemiordinate **iſt** = **dem** rectangulo **der** abſciſſe **in dem** parameter (th. 3. §. 22. arithm.) *Ax. 3*

Das rectangulum **der** ſemiordinate **und der** abſciſſe : □ **der** abſciſſe = **der** parameter : ſemiordinate; den wenn die ſemiordinate = y, die abſciſſe = x, der parameter = p, ſo iſt yy = px folglich auch yx : xx = p, y. weil y^2x = pxx, das iſt y^2 = px (th. 2. §. 22. arithm.) *Ax. 4*

Das rectangulum **aus der** Summe **zweyer** ſemiordinaten **in ihre** differenz **iſt** = **dem** rectangulo **des** parametri **in die** differenz **der** abſciſſen. *Th. 1.*

Beweiß.

1) Nennet den parameter p, die eine ſemiordinate u, die andere y, ſo iſt

2) Die erſte abſciſſe = $u^2 : p$ (weil $p : u = u :$ abſciſſe, ax. 2.)

3) Die andere abſciſſe = $yy : p$ (weil abermahl $p : y = y = y^2 : p$ ax. 2)

4) Daher das rectangulum aus der Summe der ſemiordinaten $u + y$ in die differenz derſelben $u - y$, $= u^2 - yy$, ſo groß als das rectangulum des parametri p in die differenz derer abſciſſen ($\frac{u^2 - y^2}{p}$ No. 1, 3) $= u^2 - yy$.

W. Z. B.

Th. 2 Das quadrat des parametri verhält ſich zu dem quadrat der einen ſemiordinate, wie das quadrat der andern zum rectangulo der abſciſſen.

Beweiß.

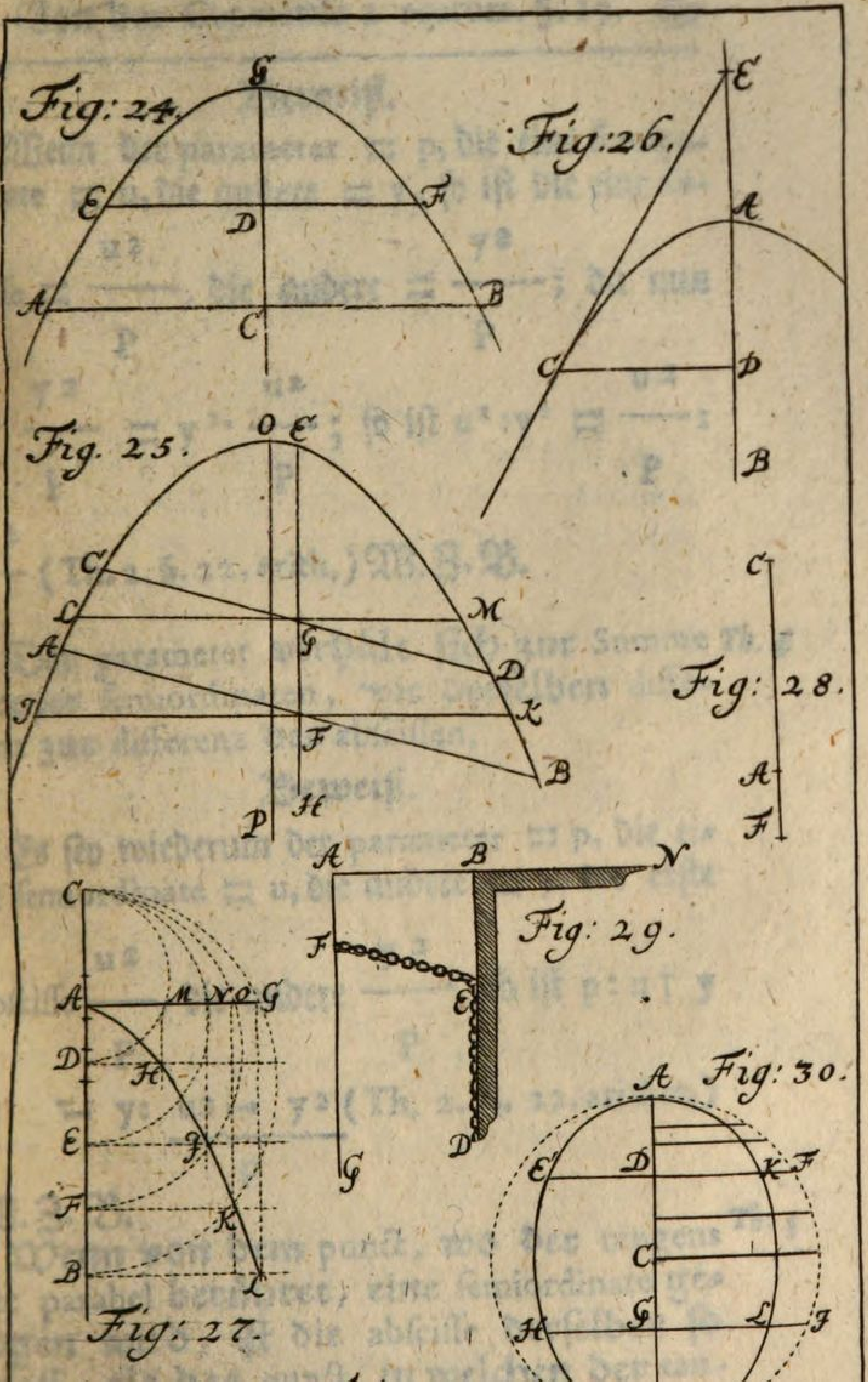
Setzet abermahl den parameter = p, die eine ſemiordinate = u, die andere = y, ſo iſt die

erſte abſciſſe $= \frac{u^2}{p}$, die andere $= \frac{y^2}{p}$ (ax. 2)

folglich $pp : u^2 = y^2 : \frac{u^2 y^2}{pp}$ (Th. 2. §. 22. arithm.) W. Z. B.

Th. 3 Die quadrate der ſemiordinaten verhalten ſich eines zum andern wie die abſciſſen.

Be-



Geom: Curv. Tab: VI.

Beweiß.

Wenn der parameter $= p$, die eine ſemiordinate $= u$, die andere $= y$, ſo iſt die eine abſciſſe $= \frac{u^2}{p}$, die andere $= \frac{y^2}{p}$; da nun $u^2 \cdot \frac{y^2}{p} = y^2 \cdot \frac{u^2}{p}$; ſo iſt $u^2 : y^2 = \frac{u^2}{p} : \frac{y^2}{p}$ (Th. 2. §. 22. arith.) W. Z. B.

Der parameter verhält ſich zur Summe Th. 4
zweyer ſemiordinaten, wie derſelben differenz zur differenz der abſciſſen.

Beweiß.

Es ſey wiederum der parameter $= p$, die eine ſemiordinate $= u$, die andere $= y$, die erſte abſciſſe $\frac{u^2}{p}$, die andere $\frac{y^2}{p}$, ſo iſt $p : u + y = u - y : \frac{u^2 - y^2}{p}$ (Th. 2. §. 22. arithm.) W. Z. B.

Wenn von dem punct, wo der tangens Th. 5
die parabel berühret, eine ſemiordinate gezogen wird, iſt die abſciſſe derſelben ſo groß, als das punct, in welchen der tan-

gens den ausgezogenen diameter ſchneidet, von demſelben vertice entfernet iſt.

Conſtruction.

Es ſey die parabel MA (fig. 15) der tangens MN, die ſemiordinate ML, ſo ſoll $AL = AN$ ſeyn.

Beweiß.

1) Nennet $NL = x$, $AL = y$, ziehet auch die ſemiordinate OD ſo nahe an ML, daß der tangens NM die parabel zugleich in dem puncto O berühre, welches wegen der Ründe der parabel nicht geſchehen kan, es wäre denn das $DL = 0$ wäre. Nennet inzwiſchen $LD = a$, ſo wird $ND = x - a$ ſeyn.

2) Weil die Triangul NOD und NML gleiche Winckel haben, ſo iſt NL ($= x$) : ND ($= x - a$] = LM : OD (th. 12. §. 6. geom.)

3) Folglich iſt auch xx (□ NL) : $x^2 - 2ax + aa$ (□ ND) = □LM : □OD (ax. 7. §. 10. Vorb.)

4) Nun iſt auch AL ($= y$) : AD ($= y - a$) □ LM : □ DQ (th. 3)

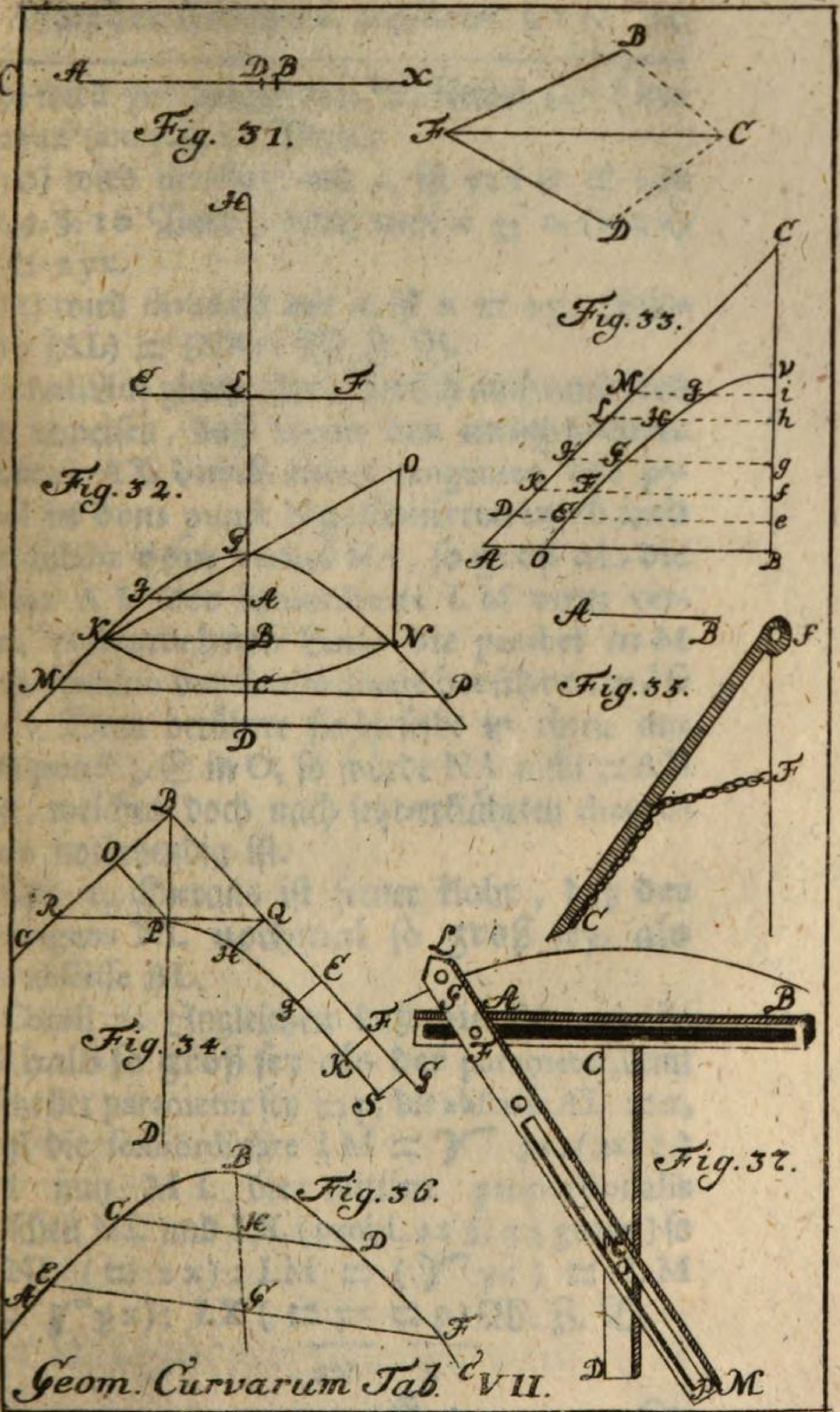
5) alſo iſt $y : y - a = xx : x2 - 2ax + aa$ (no. 3, 4 und ax. 3. §. 10. Vorb.)

6) folglich iſt, $yx2 - 2yax + ya2 = yx^2 - axx$ (th. 4. §. 22. arith.)

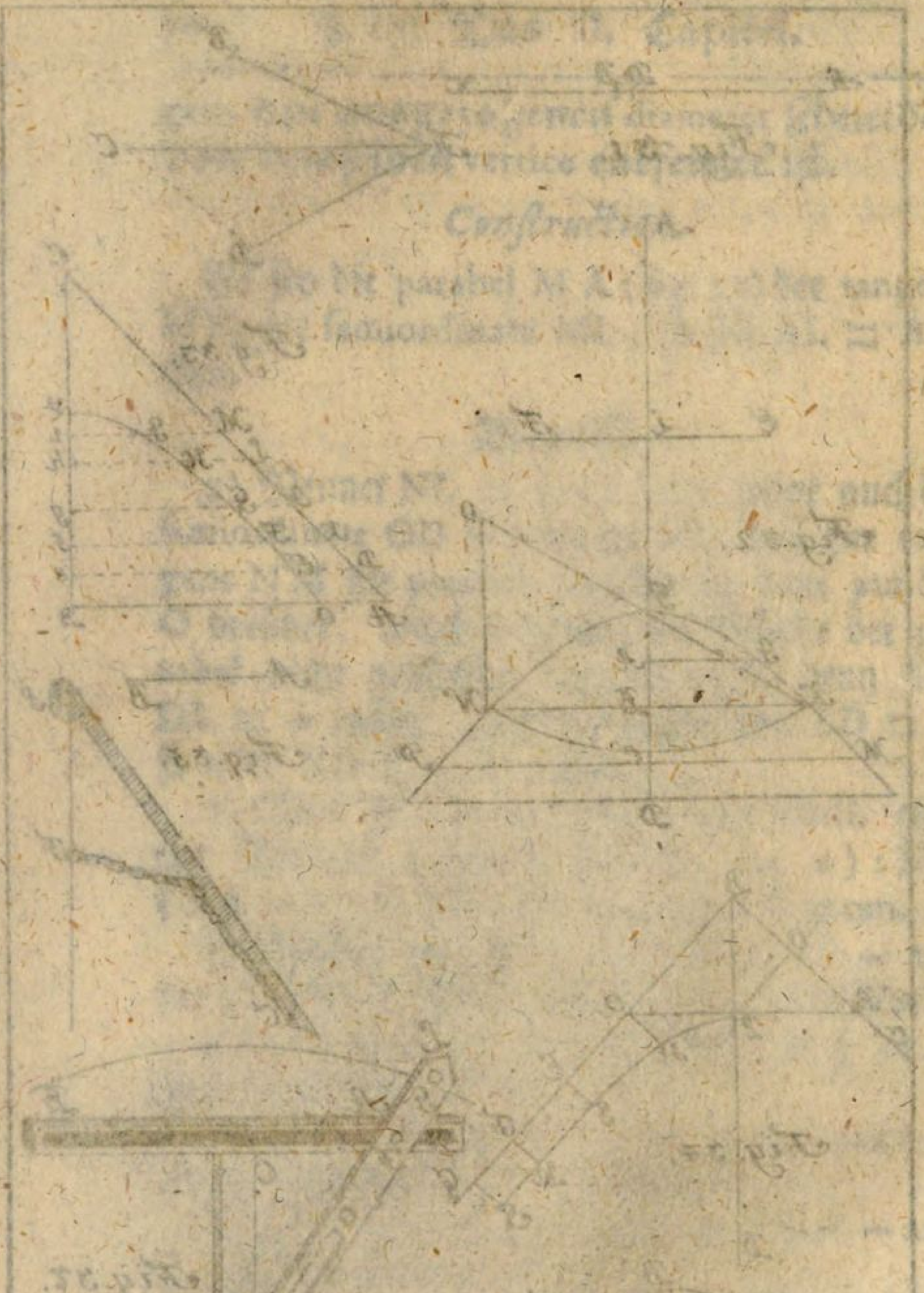
7) Wird nun 2 axy an beyden Seiten zugethan, iſt $yx^2 + ya^2 = yx2 - axx + 2yax$ (ax. 4. §. 10. Vorb.)

8) wird ferner axx zugethan, iſt $yx^2 + ya^2 + axx = yx^2 + 2yax$ (ax. 4. §. 10 Vorb.)

9) wird



Geom. Curvarum Tab. VII.



9) wird yx^2 weggeworffen, bleibet $ya^2 + axx = 2yax$ (ax. 5. §. 10 Vorb.)

10) wird dividiret mit a, iſt $ya + xx = 2yx$ (ax. 9. §. 10 Vorb.) oder, weil $a = 0$, (no. 1) $x^2 = 2yx$.

11) wird dividiret mit x, iſt $x = 2y$; Folglich y (AL) $=$ (NA): W. Z. B.

Schol. Auf gleiche Art läſſet ſich auch umkehren und erweiſen, daß wenn der ausgezogene diameter AX durch einen tangenten der parabel in dem punct N geſchnitten wird, und die diſtanz vom vertice NA, ſo groß als die diſtanz AL der ſemiordinate LM vom vertice, erſterwehnte Linie die parabel in M dem termino der ſemiordinate berühren müſſe. Denn berührte ſie dieſelbe in einen andern punct z. E. in O, ſo würde NA nicht $= AD$ ſeyn, welches doch nach jetzt-erklährten theoremate nothwendig iſt.

Cor. 1. Hieraus iſt ferner klahr, daß der ſubtangens NL nochmal ſo groß ſey, als die abſciſſe AL.

Coroll. 2. Jngleichen daß die ſubnormalis LX halb ſo groß ſey als der parameter, denn geſetzt der parameter ſey $= p$, die abſciſſe $AL = x$, ſo iſt die ſemiordinate $LM = \sqrt{px}$, (ax. 1.) weil nun M L die mittlere proportionalis zwiſchen NL und LX, (probl. 42 §. 24 geom.) ſo iſt NL $(= 2x)$: LM $= (\sqrt{px}) =$ LM $(= \sqrt{px})$: LX $\left(= \frac{px}{2x} = \frac{p}{2}\right)$ W. Z. B.

Coroll. 3. Nicht weniger wird der tangens AR ſo aus dem vertice A auf den tangenten NM fället, halb ſo groß als die ſemiordinate ML, weil NA:NL = AR: ML (th. 12 §. 6 geom.) da nun NA = $\frac{1}{2}$ NL, ſo iſt auch AR = $\frac{1}{2}$ LM. W. Z. B.

Coroll. 4. Endlich ſchneidet auch derſelbe tangens AR den tangantem NM in 2 gleiche Theile in R, weil abermal NA: NL = NR: RM, folglich da NA = $\frac{1}{2}$ NL, iſt auch RA = $\frac{1}{2}$ RM W. Z. B.

Th. 6 Wenn aus einen punct der parabel M (fig. 16) dem diameter derſelben AX eine parallele MV gezogen wird, iſt dieſelbe ebenfals ein diameter der parabel, deren vertex in M, die ſemiordinaten RS, AT &c. nemlich alle Linien welche dem tangenten in M parallel gezogen werden.

Conſtructio.

1) Es ſey die parabel AMT, ihr diameter AX, ein tangens MN

2) Ziehet durch M dem diameter AX die parallele MV, ingleichen dem tangenten MN eine parallele durch dem verticem AT, und noch eine andere nach Gefallen RS, deren jene die Linie MV ſchneidet in P, dieſe in Q und die parabel in H, ziehet daher die ſemiordinate LM, und dieſer durch H, Q, P, S, T, parallel Linien DH, EQ, WP, SZG, TVX; endlich ziehet auch dem diameter AX durch H parallel HB

3) Nennet LM = EQ = b, MQ = RN = LE

ax, 2.

(ax. 2. §. 29 geom.) = c, AL = AN (th. 5.) = a, ſo iſt NL = ER = 2a, AE = a † c, DE = x, GE = y

Beweiß.

1) AL (= a): AD (= a † c — x) = □LM (= bb): □ DH $(= \frac{a + c - x \cdot bb}{a})$ (th. 3.)

2) AL (= a): AG (= a † c † y) = □LM (= bb): □ GS $(= \frac{a + c + y \cdot bb}{a})$ (th. 3)

3) weil in denen trianguln NLM und RDH die Winckel L = D (ax. 3 §. 6 geom.) und R = N (Coroll. 1 Th. 6 §. 6 geom.) ſo iſt NL (= 2 a): LM (= b) = RD (2 a — x): DH $(\frac{2a - x \cdot b}{2a})$ (th. 12 §. 6 geom.)

4) ingleichen in denen trianguln NLM und RGS iſt NL (= 2 a): LM (= b) = GR (= a † y): GS $(= \frac{2a + y \cdot b}{2a})$ (th. 12 §. 6 geom.)

5) Dieſerwegen iſt das quadrat DH (no. 1) $= \frac{a + c - x \cdot bb}{a}$ und (n. 3) $= \frac{4aa - 4ax + xx \cdot bb}{4aa}$

6) wie auch das quadrat GS (n. 2) $= \frac{a + c + y \cdot}{a}$ bb, und (no. 4) $= \frac{4aa + 4ay + yy}{4aa}$

7) Wird demnach in beyden æquationibus zu

 bey-

beyden Theilen mit bb dividiret, iſt $\frac{a+c-x}{a} = \frac{4aa-4ax+xx}{4aa}$ und $\frac{a+c+y}{a} = \frac{4aa+4ay+yy}{4aa}$ (ax. 9 §. 10 Vorb.)

8) Ingleichen wird zu beyden Seiten mit 4aa multipliciret, iſt $4a^2+4ca-4xa = 4aa-4ax+xx$; und $4a^2+4ac+4ay = 4aa+4ay+yy$ (ax. 8 §. 10 Vorb.)

9) Wird zu beyden Seiten 4aa weggenommen, bleibet $4ca-4xa = xx-4ax$, und $4ac+4ay = yy+4ay$ [ax. 5 §. 10 Vorb.]

10) Wird weiter in der erſten æquation zu beyden Seiten 4xa zugethan, und in der andern 4ay abgezogen, iſt $4ca = xx$; ingleichen $4ac = yy$ (ax. 4 und 5 §. 10 Vorb.)

11) Folglich $xx = yy$ (ax. 2 §. 10 Vorb.)

11) Wird alſo zu beyden Seiten radix extrahiret, iſt x (= DE = HC) = y (GE = CB)

13) Da nun die 2 Triangul HCQ und HBS gleiche Winckel haben, iſt HC : HB = QH : HS, folglich weil HC = $\frac{1}{2}$ HB (n. 12) iſt auch HQ = $\frac{1}{2}$ HS, daraus erhellet, daß MV die ordinate HS in 2 gleiche Theile ſchneide, und daher der diameter der parabel ſey (Def. 1 §. 4 W.Z.B.

Th. 7 In der parabel iſt die diſtanz des foci von dem vertice $\frac{1}{4}$ des parametri.

Beweiß.

Setzet der focus der parabel ſey in F (fig. 3) und nennet die diſtanz deſſelben von dem verti-

ce

ce $A = x$, den parameter $= a$, ſo wird die ſemiordinate $FL = \frac{a}{2}$, (Def. 12 §. 5) folglich iſt $ax = \frac{a^2}{4}$ (ax. 3), dividiret ihr alſo mit a, iſt x (die diſtanz des foci von dem vertice) $= \frac{a}{4}$ (das iſt $\frac{1}{4}$ des parametri (ax. 9 §. 10 Vorb.) W.Z.B.

Coroll. Hieraus folget, daß das □ der ſemiordinate 4mahl ſo groß ſey als das rectangulum der abſciſſe und der diſtanz des foci von dem vertice (Th. 1)

§. 18 Die vornehmſten Eigenſchafften der ellipſis ſind folgende:

Die transverſal axe GH (fig. 4) iſt in jedweder ellipſi ſo groß als die Linien $BA + AC$, welche aus denen focis zu dem Umfang der ellipſis gezogen werden. Th. 1

Beweiß.

Setzet 1) $AB = AC = a$, $BD = DC = c$, $CH = BG = b$

2) Folglich iſt $BH = 2a - b$ (§. 6)

3) Daher $BC + CH = 2c + b = BH = 2a - b$

4) Addiret zu beyden Seiten b, ſo iſt $2c + 2b = 2a$, das iſt $BC + CH + BG = BA + CA$ W.Z.B.

Co-

Coroll. Hieraus erhellet, daß das quadrat des kleinen ſemidiametri AD der differenz der quadratorum des halben groſſen diametri AC, und der diſtanz des foci von dem centro CD gleich ſey (th. 8 §. 29 geom.)

Th. 2 Der parameter iſt die dritte proportionalis zu der Zwerch und kleinen axe

Beweiß.

1) Nennet die halbe Zwerch axe HD = AB (§. 6) (fig. 4) = a, die halbe diſtanz der focorum BD = b. ſo iſt die halbe kleine axe DA = $\sqrt{aa - bb}$ (th. 8 §. 29 geom.)

2) Nennet den halben parameter CM = x, ſo iſt BM = $2a - x$ (th. 1), da nun BC = 2b (no. 1) ſo iſt $4a^2 - 4ax + xx = 4bb + xx$ (th. 8 §. 29 geom.) ſolglich $4a^2 - 4ax = 4bb$, und $a^2 - bb = ax$, daher der halbe parameter $x = \frac{a^2 - bb}{a}$

3) Dieſerwegen iſt a (die halbe Zwerch axe) $\sqrt{aa - bb}$: $\frac{a^2 - bb}{a}$ die halbe kleine axe = $\sqrt{aa - bb}$: (den halben parameter (th. 2 §. 22 arithm.) W. Z. B.

Coroll. 1 Dieſerwegen iſt auch der kleine diameter allzeit die mittlere proportionalis zwiſchen der Zwerch axe und dem parameter.

Cor. 2 Es erhellet auch hieraus, daß das □ der diſtanz des foci vom centro = rectan-

rectangulo der halben axe in die differenz des halben parametri und der halben axe. Denn wenn der kleine diameter AK = b, der gröſte HG = a, ſo iſt der parameter $\frac{bb}{a}$; daher CM = $\frac{bb}{2a}$, und BM = $a - \frac{bb}{2a}$ (th. 1), folglich □ BC (der diſtanz der focorum C und B) $= a^2 - bb + \frac{b^4}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} = a^2 - b^2$, (theor. 8 §. 19 geom.)

Folglich □ DC (der diſtanz des foci C von dem centro D) $= \frac{a^2 - b^2}{4}$, das iſt $\frac{a}{2}$ (die ½ Zwerch axe) $- \frac{bb}{2a}$ (die differenz der halben axe und des ½ parametri);

Das quadrat der ſemiordinate IF (Fig. 17) verhält ſich in ieder ellipſi zu dem rectangulo aus denen Theilen der Zwerch axe HI und IG, wie das quadrat der kleinen axe AK zu dem quadrat der Zwerch axe GH. Th. 3.

Conſtruction.

1) Setzet BC = n, ſo iſt BD = $\frac{a}{2}$, AB = AC (th. 1) = DH = b daher, GH = 2b.

2) Folglich

2) Folglich $\square AD = bb - \frac{aa}{4}$, und $\square AK = 4bb - aa$.

3) $ID = c$, daher $BI = \frac{a}{2} + c$, $HI \frac{a}{2} - c$, ingleichen $GI = b + c$, $HI = b - c$, $IF = y$.

Beweiß.

1) $\square IB = \frac{aa}{4} + ac + cc$, $\square IC \frac{aa}{4} - \frac{a}{c} + cc$.

2) $\square IB = yy$, $\square BF = \frac{aa}{4} + ac + cc + yy$.

3) $\square CF = \frac{aa}{4} - ac + cc + yy$ (th. 8 ſ. 29 geom.)

4) $BF + CF = \sqrt{\frac{aa}{4} + ac + cc + yy} + \sqrt{\frac{aa}{4} - ac + cc + yy} = 2b$ (th. 1)

5) Subtrahiret $\sqrt{\frac{aa}{4}\ ac + cc + yy}$, ſo iſt

$\sqrt{\frac{aa}{4} + ac + cc + yy} = 2b - \sqrt{\frac{aa}{4}\ ae}$

$+ ac$

$+ cc + yy$, deren quadrata $\frac{aa}{4} + ac + cc + yy =$
$4bb - 4b\sqrt{\frac{aa}{4} - ac + cc + yy} + \frac{aa}{4} - ac$
$+ cc + yy$.

6) Addiret $4b\sqrt{\frac{aa}{4} - ac + cc + yy}$; und ſubtrahiret $\frac{aa}{4} + ac + cc + yy$; ſo iſt
$4b\sqrt{\frac{aa}{4} - ac + cc + yy} = 4bb - 2ac$

7) Dividiret mit 2, ſo iſt, $2b\sqrt{:\frac{aa}{4} - aa + cc + yy} = 2bb - ac$, deren quadrate: $bbaa - 4bbac + 4bbcc + 4bbyy = 4b^{4} - 4bbac + aacc$.

8) Addiret $4bbac$, und ſubtrahiret $aabb + 4bbcc$, ſo iſt $4bbyy = 4b + aacc - 4bbcc$.

9) Daher erhellet, daß $4bb - aa$ (□ AK no. 2 conſtr.): $4bb$ (□ GH no. 1 conſtr.) $= yy$ (□ IF n. 3 conſtr.) : $bc - cc$ (rectang. GI· HI no. 3 conſtr.) th. 2. §. 22 arithm.) W. Z. B.

Cor. 1. Hieraus erhellet daß die quadrate der ſemiordinaten in einer ellipſi ſich ein zum ander verhalten wie die rectangula der Thei-

Theile, in welche ſelbige ſemiordinaten die Zwerch axe ſchneiden.

Coroll. 2. Daher ferner alle ſemiordinaten welche von dem ſcheitel-Puncte oder dem centro der ellipſis gleich weit entfernet, einander gleich ſind.

Cor. 2. Noch weiter erhellet, daß das □ der ſemiordinate ſich zu dem rectangulo der ſegmentorum der Zwerch axe verhalte, wie der parameter zur Zwerch axe. Denn weil yy (□ der ſemiordinate) : ax—xx (rectangulum der ſegmentorum der axe) = bb (□ der kleinen axe) : aa (□ der Zwerch axe), ſo iſt auch aayy = abbx—bbxx (th. 1 §. 22 arith.) oder ayy = $\frac{abbx-bbxx}{a}$, daher auch yy, □ der ſemiordinate) : ax—xx (rectang. der ſegmentorum der axe) = $\frac{bb}{a}$, (parameter th. 2) : a (die Zwerch axe).

Th. 4 Th. 4. In iedweder ellipſi iſt der Unterſcheid des quadrats der ſemiordinate und des rectanguli aus der abciſſe in den parameter einem rectangulo gleich, welches entſtehet, wenn die abciſſe multipliciret wird mit der 4ten proportional-Linie, welche zu der Zwerch axe, den parameter und der abciſſe muß geſuchet werden.

Be-

Beweiß.

1) Nennet die ſemiordinate = y, die abciſſe = x, die Zwerch axe = a, die kleine axe = b, daher der parameter = $\frac{bb}{a}$, (th. 2) folglich iſt die 4te proportionalis zu der Zwerch axe, den parameter und der abciſſe = $\frac{bbx}{aa}$.

2) Nun iſt bb : aa = yy : ax — xx (th. 3)

3) Daher aayy = abbx — bbxx (th. 1 §. 22 arithm.)

4) Dividiret mit aa ſo iſt yy (das quadrat der ſemiordinate) = $\frac{bbx}{a}$ (dem rectangulo der abciſſe x in den parameter $\frac{bb}{a}$) — $\frac{bbxx}{aa}$ (dem □ der abciſſe x in die 4te proportional Linie, zu der Zwerch axe, dem parameter und der abciſſe $\frac{bbx}{aa}$) W. Z. B.

Coroll. Hieraus iſt klahr, daß der parameter $\frac{bb}{a}$ ſich zur Zwerch axe (a) verhalte, = das quadrat der ſemiordinate (yy) : dem rectangulo aus denen Theilen der Zwerch axe in welche ſie durch die ſemiordinate geſchnit-

ten wird, (ax—xx) weil ayy = $\frac{bbx - bbxx}{a}$

(no. 3)

Th. 5. Wenn der tangens einer ellipſis Z. E. MV (Fig. 18) die ausgezogene Zwerch axe ſchneidet, verhält ſich die diſtanz der ſemiordinate von dem Centro (BL) zu den einen Theil dieſer Zwerch axe (BG), wie der andere BH ſich zu den ſubtangenten BV verhält.

Conſtruction.

1) Setzet BV = x, BG = y, BH = z, daher BL = $\frac{z + y}{2}$ — y = $\frac{z - y}{2}$

2) Nehmet noch eine ſemiordinate ZO, welche ſo es möglich wäre, gleichfalls durch den Berührungs-Punct gehen ſoll, ſo iſt BZ = o, doch ſetzet ſie einsweils = a, ſo iſt HZ = z — a, ZG = y + a, ZV = x + a

Beweiß.

1) Das rectangulum HZG verhält ſich: rectangulo HBG = □ ZO: □ BM (Coroll. 1 Th. 4)

2) ZO : BM = ZV : BV (th. 12 §. 6 geom.)

3) Daher auch □ ZO : □ BM = □ ZV: □ BV

4) Folglich iſt das reetang. GZH (= yz + az — ay — aa) : rectang. GBH (= yz) = □ ZV (= xx + 2ax + aa) : □ BV (= xx) (no. 1, 3)

4) Die-

5) Dieſer wegen iſt $yzxx + azxx - ayxx - aaxx = yzxx + 2axyz - aayz$ (th. 1 §. 22 arithm.)

6) Subtrahiret $yzxx$, ſo bleibet: $azxx - ayxx - aaxx = 2axyz$

7) Dividiret mit a; $zxx - yxx - axx = 2xyz - ayz$.

8) Weil $a = \bullet$ (conſtr. no. 2) ſo iſt; $zxx - yxx = 2xyz$.

9) Dividiret mit $2x$; $\frac{zx}{2} - \frac{yx}{2} = yz$.

10) Folglich iſt, $\frac{z-y}{2}$ ($=$ BL): y ($=$ BG) $= z$ ($=$ BH) : x ($=$ BV) th. 2 §. 22 arithm.) W. Z. B.

Coroll. 1. Wenn demnach die Zwerch axe in der ellipſi GH ausgezogen wird in V, daß ſich BL (die Diſtanz der ſemiordinate vom centro) verhalte: BG (den einen Theil dieſer axe) $=$ BH (der andere Theil): BV, ſo wird BV ſubtangens, und wenn daher eine gerade Linie durch V und M gezogen wird, iſt dieſelbe der tangens der ellipſis welcher ſie berühret in M.

Coroll. 2. Noch weiter folget hieraus, daß ſich die Zwerch axe zu dem parameter verhalte, wie die diſtanz der ſemiordinate (ſo durch das Punctum contactus gezogen wird) zu der ſubnormali. Den ſetzet die ſemiordinate BM $= y$, die diſtanz von dem centro BL

 $= x$

= x, die halbe Zwerch axe GL = a; den parameter = y; ſo iſt nach dieſen theoremate der ſubtangens VZ = $\frac{aa-xx}{x}$; da nun die ſubnormalis BR die dritte proportionalis iſt zu dem ſubtangenten BV und der ſemiordinate BM (probl. 42 §. 24 geom.) ſo iſt ſie = $\frac{yyx}{aa-xx}$; es verhält ſich aber yy (□ ſemiord.): aa − xx (rectang. ſegmentorum in der axe) = p (parameter): 2a (die Zwerch axe) Coroll. 3 Theor. 3; daher iſt 2ayy = paa − pxx (th. 1 §. 22 arithm.) folglich auch 2ayyx = paax − px³, und wenn mit aa − xx dividiret wird, $\frac{2ayyx}{aa-xx}$ = px; daher; 2a (die Zwerch axe) : p (den parameter) = x (die diſtanz der ſemiordinate von dem centro) = $\frac{yyx}{aa-xx}$ (die ſubnormalis) th. 2 §. 22 arithm.)

Th. 6. Wenn um die Zwerch axe in der ellipſi ein Circkul beſchrieben wird, ſo verhalten ſich die ſemiordinaten in der ellipſi Z. E. BC und EF (Fig. 19) eine zur andern, wie die ſemiordinaten im Circkul BA und ED.

Beweiß.

1) □BC : □EF = rectang. HBG (Coroll. 1 th. 4)

2) BA und ED ſind die mittlern proportionales zwiſchen HB und BG, ingleichen zwiſchen HE und

EG (probl. 42 §. 24 geom.) daher □AB = rectang. HBG, und □ CD = rectang. HEG (th. 3 §. 22 arithm.)

3) Dieſerwegen iſt auch □ BA : ED = □BC : □ EF (no. 1, 2)

4) Jugleichen wenn die radices extrahiret werden, BA : ED = BC : EF. W. Z. B.

Corollar. Folglich verhalten ſich alle ſemiordinaten in der ellipſi zu denen ihnen reſpondirenden ſemiordinaten im Circkul, = der kleine ſemidiameter (= IL) : gröſſern (IH) welcher dem ſemidiameter des Circkuls IK gleich iſt.

Der kleine diameter in der ellipſi ſchneidet alle Linien welche dem gröſſern parallel gezogen werden, in 2 gleiche Theile. *Th. 7.*

Beweiß.

1) Es ſey dem gröſſern diameter HG (Fig. 19) die Linie MN parallel gezogen,

2) Laſſet aus M und N auf die axe GH perpendiculair fallen MQ und NP welche einander gleich ſind, weil GH und MN parallel, (ax. 2 §. 29 geom.) daher ſie gleiche weit vom centro ſtehen, (Coroll. 2 th. 4) daß QI = PI.

3) Folglich iſt auch MR (= QI ax 2 §. 29 geom.) = RN W. Z. B.

§. 19. Was ferner die hyperbel anlanget, ſind bey derſelben folgende Eigenſchafften vor andern wohl zu bemercken:

Der parameter iſt die dritte proportionalis zu der Zwerch axe und den kleinen diameter. *Th. 1.*

Beweiß.

1) Nennet die halbe diſtanz der focorum CL (Fig. 5) $= a$ die halbe Zwerch axe HL $= b$, ſo iſt der halbe kleine diameter LA $= \sqrt{aa - bb}$ (th. 8 §. 29 geom.)

2) Nennet den halben parameter DC $= x$, ſo iſt DB $= {}^{2}x + {}^{2}b$ (§. 7) da nun CB $= 2a$, ſo iſt $4a^2 + xx = xx + 4bx + 4bb$. (th. 8 §. 29 geom.) folglich $4a^2 = 4bx + 4bb$, das iſt $4a^2 - 4bb = 4bx$, daher $\frac{a^2 - bb}{b} = x$ (den parameter)

3) Hieraus erhellet, daß b (die halbe Zwerch axe : $\sqrt{aa - bb}$ (die halbe kleine axe no. 1) $\sqrt{aa - bb} : \frac{a^2 - bb}{b}$ (den parameter) W.

Z. B.

Coroll. 1. Dieſerwegen iſt der kleine diameter allzeit die mittlere proportionalis zwiſchen der Zwerch axe und den parameter.

Coroll. 2. Folglich verhält ſich auch das □ der kleinen axe : □ der Zwerch axe = der parameter : Zwerch axe. Denn wenn der kleine diameter $= b$, die Zwerch axe $= a$, ſo iſt der parameter $\frac{bb}{a}$; daher : $bb : aa = \frac{bb}{a} : a$ (th. 2 §. 22 arithm.)

Th. 2. Das □ der ſemiordinate verhält ſich zu dem rectangulo aus der abciſſe und der Sum-

Summe der abſciſſe und der Zwerch axe, wie das □ der kleinen axe zum □ der groͤſſern, das iſt, □ FI, (Fig.5): rectang. IH·IG = □ AR : □ HG.

Beweiß.

Setzet 1) die diſtanz der beyden focorum in der hyperbel CB = a, daher BL = CL = BL = HR (§. 7) $= \frac{a}{2}$

2) HL = LG = b, ſo iſt HG = 2b

3) Folglich LK $= \sqrt{\frac{aa}{4} - bb}$

4) IL = c, daher BI $= c + \frac{a}{2}$, und CI $= c - \frac{a}{2}$

5) IF = y

6) □ BI $= cc + ca + \frac{aa}{4}$, □ IF = yy, □ IC $= cc - ac + \frac{aa}{4}$, □ BF $= cc + ca + \frac{aa}{4} + yy$ (th. 8 §. 29 geom) □ FC $= cc - ac + \frac{aa}{4} - yy$

(7) $BF - CF = \sqrt{cc + ea + \frac{ac}{4} + yy} - \sqrt{cc - ac + \frac{aa}{4} + yy} = HG$ (§. 7) $= 2b$

8) Daher ferner $\sqrt{cc + ca + \frac{aa}{4} + yy} = 2b + \sqrt{cc - ac + \frac{aa}{4} + yy}$ (*ax.* 4 §. 10 Vorb.) deren quadrate $cc + ca + \frac{aa}{4} + yy = 4bb + cc - ac + \frac{aa}{4} + yy + 4b\sqrt{cc - ac + \frac{aa}{4} + yy}$.

9) Folglich iſt auch: $2ac = 4bb + 4b\sqrt{cc - ac + \frac{aa}{4} + yy}$ (ibid.)

10) Ingleichen; $2ac - 4bb = 4b\sqrt{cc - ac + \frac{aa}{4} + yy}$. (ibid.)

11) Und

11) Und ferner; $ac - 2bb = 2b\sqrt{ce - ac + \frac{aa}{4} + yy}$, deren quadrate; $aacc - 4acbb - 4b^4 = 4bbcc - 4bbac + bbaa + bbyy$

12) Alſo auch, $aacc + 4b^4 = 4bbcc + bbaa + bbyy$

13) Jngleichen $aacc + 4b^4 - 4bcc - bbaa = bbyy$

14) Dividiret mit bb; $\frac{aacc + 4b^4 - 4bbcc - bbaa}{bb} = y$

15) Endlich auch mit $cc - bb$; $\frac{aa - 4bb}{bb} = \frac{yy}{cc - bb}$

16) Dieſem nach, iſt yy (□ ſemiord. IF): $cc - bb$ (rectang. IHG) = $aa - 4bb$ (□ AR) : bb (□ HG) (th. 2 §. 22 arithm.) W. Z. B.

Coroll. 1. Weil □ AR 4mahl ſo groß als □ LR, und dieſes $= \frac{1}{4}aa - bb = (\frac{a}{2} - b) \cdot (\frac{a}{2} + b)$ = rectang. HC in CG, ſo verhält ſich auch das □ der ſemiordinate FI zu dem rectangulo der abſciſſe IH in die Summe derſelben und der Zwerch axe GI, wie das quadruplum des rectanguli der diſtanz des foci C von dem vertice CH, in die Summe derſelben diſtanz und der Zwerch *axe* HG.

Coroll. 2. Hieraus erhellet, daß die quadrate derer ſemiordinaten ſich zu einander verhalten, wie die rectangula derer abſciſſen

iſt die Summe derer abſciſſen und der Zwerch *axe*.

Cor. 3. Weil auch in einer gleichſeitigen hyperbel der groſſe und kleine diameter einander gleich ſind, (Def. §. 7) ſo iſt das □ der ſemiordinate in dergleichen hyperbel ſo groß, als das rectangulum der abſciſſe und der Zwerch *axe*.

Das □ der ſemiordinate iſt in der hyperbel
Th. 3. ſo groß, als die Summe derer rectangulorum der abſciſſe in den parameter, und derſelben abciſſe in die 4te proportional-Linie welche zu der Zwerch *axe*, den parameter und der abſciſſe gefunden wird.

Beweiß.

1) Setzet die ſemiordinate $= y$, die abciſſe $= x$, die Zwerch *axe* $= a$, den kleinen diameter $= b$, ſo iſt der parameter $= \frac{bb}{a}$ (th. 1), folglich iſt die 4te proportionalis zu a, $\frac{bb}{a}$ und $x = \frac{bbx}{aa}$.

2) Nun iſt nach vorigen theoremate $y^2 : ax + xx = bb : aa$; daher $aayy + bbxx$; (th. 1 §. 22 arithm.) und ferner, wenn mit aa dividiret wird, yy (□ der ſemiordinate) $= \frac{bbx}{a}$ (rectang.

der

der abſciſſe x, in den parameter $\frac{bb}{a}$) $\frac{b^2 xx}{aa}$ (rectang. $\frac{bbx}{aa} \cdot x$) W. Z. B.

Coroll. Hieraus ſiehet man daß der *parameter* ſich zur Zwerch *axe* verhalte, wie das □ der *ſemiordinate*, zu dem *rectangulo* der *abſciſſe* und der Summe derſelben *abſciſſe* und der Zwerch *axe HG*, das iſt: $\frac{bb}{a} : a = yy : ax + xx$, indem auf ſolche Weiſe $ayy = bbx + \frac{bbxx}{a}$, das iſt; $yy = \frac{bb}{a} + \frac{bbxx}{aa}$, wie ietzo erwieſen.

Wenn der *tangens* einer *hyperbel* Z. E. MV (*Fig. 20*) gezogen wird, ſchneidet derſelbe die Zwerch *axe GH* in V, daß ſich BL (die *diſtanz* der *ſemiordinate* vom *centro*) zu BH (der Summe der *abſciſſe* und der Zwerch *axe*) verhält, wie BG (die *abſciſſe*) zu BV den *ſubtangenten*. Th. 4.

Beweiß.

Setzet 1) BV $= x$, BG $= y$, BH $= z$, $BZ = a = o$ daher HZ $= z + a$, ZG $= y + a$, ZV $= x + a$

2) Rectang. HZG : rectang. HBG ($= yz$) = ZN : □BM (th. 2) und ZN : BM = ZV : BV (th. 12 §. 6 geom.) daher auch □ ZN : □ BM = □ZV : □ BV, weshalben das rectangulum HZG ($zy + za + ay + a$) : rectang. HBG ($= yz$) = ZV ($= xx + 2ax + aa$) : BV ($= xx$)

3) Folglich

3) Folglich, $zyxx : zaax + ayxx + aaxx = yzxx + zaxyz + aayz$ (th. 1. §. 22 arithm.)

4) Das iſt $zaxx + ayxx + aaxx = 2axyz + aayz$

3) Jngleichen $zx + yx + ax = 2yz + \frac{ayz}{x}$

6) Das iſt weil $a = 0$; $zx + yx = 2yz$.

7) wird endlich dividiret mit 2, iſt $\frac{zx + yx}{2} = yz$.

8) Dieſemnach iſt : $\frac{z + y}{2}$ (= BL) : y (= BG) = z (= BH) : x (= BV) W. Z. B.

Coroll. Da nun die ſubnormalis BR die dritte proportionalis zu den ſubtangenten VB und der ſemiordinate BM iſt, ſo wird dieſelbe (wenn die ſemiordinate = a geſetzt wird) = $\frac{aaz + aay}{2zy}$; daher das doppelte rectangulum der abſciſſe und der Summe der abſciſſe und der Zwerch axe (= 2zy) : dem □ der abſciſſe (= aa) = die Summe der abſciſſe und des aggregati derſelben abſciſſe und des Zwerch diametri (z + y) : der ſubnormali (th. 2 §. 22 arithm.)

Th. 5 Wenn von einen punct der hyperbel M (fig. 21) nach dem centro L eine gerade Linie ML gezogen wird, iſt dieſelbe ein diameter deſſen vertex in M, die ſemiordinaten,

alle

alle Linien, welche dem tangenten in M parallel gezogen werden, als OQ, GS.

Beweiß.

1) Setzet $BM = a$, $BG = b$, $GH = q$, $MQ = g$, $KL = ML = h$, $DE = x$, $EC = y$, $HB = q + b = c$; $LB = \frac{q}{2} + b = f$, $QL = h + g = m$, $KQ = 2h + g = n$.

2) weil MV der tangens, iſt $BV = \frac{bc}{f}$ (th. 4)

3) Weil die triangul LMB und LQE gleiche Winckel haben, iſt $ML\ (= h) : MQ\ (= g) = LB\ (= f) : EB = \frac{fg}{h}$ (th. 12 §. 6 geom.)

ingleichen: $ML : QL = MB : QE$; und $MB : QE = BV : EN$; daher auch $ML\ (= h) : QL\ (= m) = BV\ \left(\frac{bc}{f}\right) : EN = \frac{mbc}{hf}$, folglich iſt $DN = \frac{mbc}{hf} - x$, und $CN = \frac{bcm}{hf} + y$, $EG = b + \frac{fg}{h}$, $EH = c + \frac{fg}{h}$, alſo $DG = b + \frac{fg}{h} - x$, $CG = b + \frac{fg}{h} - y$, $CH = c + \frac{fg}{h} + y$

4) Weil die triangul BVM + FOQ gleiche

Win-

Winckel haben, iſt BV $\left(= \frac{bc}{f}\right) : BM\ (a) = FO = DE\ (= x) ; FQ = \frac{fax}{bc}$; ingleichen in denen trianguln LMB und LQE; LM $(= h) : LQ\ (= m) = MB\ (= a) : QE = \frac{am}{h}$.

Folglich iſt DO $\left(= QE - FQ = \frac{am}{h} - \frac{fax}{bc}\right)$, deſſen $\square\ \frac{aamm}{hh} - \frac{2amfax}{hbc} + \frac{ffaaxx}{bbcc}$

5) Da nun das rectangulum HBG : rectang. HDG = $\square$ BM : $\square$ DO (Cor. 2 Th. 2) ſo iſt daſſelbe $\square\ DO = \left(\frac{aac}{cb} + \frac{aafg}{hbc} - \frac{aax}{bc}\right) . \left(b + \frac{fg}{h} - x\right)$; daher $\frac{aamm}{hh} - \frac{2amfax}{hbc} + \frac{ffaaxx}{bbcc} = \left(\frac{aac}{cb} + \frac{aafg}{hbc} - \frac{aax}{bc}\right) . \left(b + \frac{fg}{h} - x\right)$

6) multipliciret demnach mit bc, und dividiret mit ac, ſo iſt, $\frac{mmb}{hh} - \frac{2mfx}{h} + \frac{ffxx}{bc} = \left(c + \frac{fg}{h} - x\right) . \left(b + \frac{fg}{h} - x\right)$

7) Das iſt, wenn vor m ſubſtituiret

wird,

wird h † g (no. 1); $\frac{hhbc + 2hgbc + ggbc}{hh} - \frac{2hfx - 2gfx}{h} + \frac{ffxx}{bc} = (c + \frac{fg}{h} - x)\cdot(b + \frac{fg}{h} - x)$
$= bc + \frac{bfg}{h} - bx + \frac{fgc}{h} + \frac{ffgg}{hh} - \frac{2xfg}{h} - cx$
$+ xx$

3) Wenn bc ſubtrahiret und 2gfx addiret wird, $\frac{2gbc}{h} + \frac{ggbc}{h^2} - 2fx + \frac{ffxx}{bc} = \frac{bfg}{h}$
$- bx + \frac{fgc}{h} + \frac{ffgg}{hh} - cx + xx.$

8) Wenn $2fx = bx + cx$ (indem $2f = c + b$ no. 1) addiret wird; $\frac{2gbc}{h} + \frac{ggbc}{h^2} + \frac{ffxx}{bc}$
$= \frac{bfg}{h} + \frac{fgc}{h} + \frac{ffgg}{hh} + xx,$

9) Wenn $xx + \frac{2gbc}{h} + \frac{ggbc}{hh}$ ſubtrahiret wird; $\frac{ffxx}{bc} - xx = \frac{bfg}{h} + \frac{fgc}{h} + \frac{ffgg}{hh} - \frac{2gbc}{h}$
$- \frac{ggbc.}{hh}$

11) Weil $c = q + b$, und $f = \frac{1}{2}q + b$, ſo iſt $fc = \frac{1}{2}qq + \frac{3}{2}qb + bb$, und $fb = \frac{1}{2}qb + bb$; bc aber $qb + bb$, ſolglich $fc + fb - 2bc = \frac{1}{2}qq.$

Die

Dieſerwegen iſt; $\frac{ffxx}{bc} - xx = \frac{gqq}{2h} + \frac{ffgg}{hh} - \frac{ggbc}{hh}$.

12) Gleicherweiſe (weil $ff = \frac{1}{4}qq + qb + bb$, und folglich $ff - bc = \frac{1}{4}qq$) $\frac{ffxx}{bc} - xx = \frac{ggqq - 2qqh}{4hh}$

13) Wird nun $2h + g = k$ geſetzet, iſt $\frac{ffxx}{bc} - xx = \frac{kgqq}{4hh}$

14) multipl. mit bc, ſo iſt $ffxx - bcxx = \frac{bckgqq}{4hh}$

15) dividiret mit $ff - bc = \frac{1}{4}qq$ (no. 12), $xx = \frac{bckg}{hh}$

16) weil die Triangul ENQ und CNP gleiche Winckel haben; iſt EN (= $\frac{mbc}{hf}$ no. 3): QE (= $\frac{am}{h}$, no. 4) = CN (= $\frac{bcm}{hf} + y$ no. 3)

no. 3): PC ($= \frac{am}{h} + \frac{afy}{bc}$) deſſen □ $\frac{aamm}{h^2} + \frac{2aamfy}{hbc} + \frac{aaffyy}{bbcc}$

17) Weil $m = h + g$; iſt □PC $= aa + \frac{2aag}{h} + \frac{aagg}{hh} + \frac{2aafy}{bc} + \frac{2aafgy}{hbc} + \frac{aaffyy}{bbcc}$

18) Nun iſt auch □PC (Coroll. 2 Th. 2) $= \left(\frac{aac + yaa}{bc} + \frac{aafg}{hbc}\right) : \left(b + y + \frac{fg}{h}\right)$ welches alſo $= aa + \frac{2aag}{h} + \frac{aagg}{hh} + \frac{2aafy}{bc} + \frac{2aafgy}{hbc} + \frac{aaffyy}{bbcc}$

19) multipliciret mit bc, und dividiret mit aa, ſo iſt: $bc + \frac{2gbc}{a} + \frac{bcgg}{hh} + 2fy + \frac{2fgy}{h} + \frac{ffyy}{bc} = bc + by + \frac{bfg}{h} + yc + yy + \frac{2yfg}{h} + \frac{cfg}{h} + \frac{ffgg}{hh}$.

20) oder $\frac{2gbc}{h} + \frac{bcgg}{hh} + 2fy + \frac{ffyy}{bc} = by + \frac{bfg}{h} + yc + yy + \frac{cfg}{h} + \frac{ffgg}{hh}$

Bayerische Staatsbibliothek München

21) Weil $2f = c + b$, iſt $2fy = cy + by$; daher $\frac{2gbc}{h} + \frac{bcgg}{hh} + \frac{ffyy}{bc} = \frac{bfg}{h} + yy + \frac{cfg}{h} + \frac{ffgg}{hh}$, oder $\frac{ffyy}{bc} - yy = \frac{bfg}{h} + \frac{cfg}{h} + \frac{ffgg}{hh} - \frac{2gbc}{h} - \frac{bcgg}{hh}$ das iſt: $ffyy - bcyy = \frac{bbcfg}{h} + \frac{bccfg}{h} + \frac{bcffgg}{hh} - \frac{2bcgbc}{h} - \frac{bcggbc}{hh}$; und weil $b + c = 2f$, $ffyy - bcyy = \frac{2ffbcg}{h} + \frac{bcffgg}{hh} - \frac{2bcgbc}{h} - \frac{bcggbc}{hh}$

22) Wird endlich mit $ff - bc$ dividiret; iſt $yy = \frac{2bcg}{h} + \frac{bcgg}{hh} = \frac{2bcgh + bcgg}{hh}$

23) Das iſt, weil $2h + g = k$ (no. 13) $yy = \frac{bcgk}{hh}$

24) Hieraus erhellet, daß $yy = xx$ (no. 15) und alſo iedwede y (EC) $= x$ (DE) $= \sqrt{\frac{bcgk}{hh}}$

25) Da nun die Triangul QOF und POZ gleiche Winckel haben, ſo iſt OQ : QP = OF : FZ (th. 12 §. 6 geom), folglich weil OF (= ED = x) = FZ (= EC = y) (no. 24) ſo iſt auch OQ = QP. Und weil von allen übrigen Li-
nien

Bayerische Staatsbibliothek München

nien, welche dem tangenten VM parallel gezogen werden, z. E. von AG ebenmäßig kan demonſtriret werden, daß AS = SG, ſo erhellet, daß die Linie LMS ein diameter der Hyperbel ſey, deſſen ſemiordinaten alle Linien, welche dem tangenten MV parallel gezogen werden. W. Z. B.

Wenn durch das centrum der Hyperbel L (fig. 22) eine gerade Linie gezogen wird, welche den tangenten GV ſo durch den verticem G gezogen iſt, ſchneidet in V, daß VG = AL der halben kleinen axe, ſo wird dieſelbe Linie, ſie mag ſo weit ausgezogen werden als ſie wolle, dennoch niemahls mit der hyperbel zuſammen lauffen. Man nennet ſie die aſymtote (Aſymtoton.) *Tb. 6* *Def.*

Beweiß.

1) Nennet $AL = VG = a$, $GL = HL = b$, $GB = c$ ſo wird $BL = b + c$

2) $\square\, GL\ (= bb) : \square\, AL\ (= aa) =$ rectang: $HBG\ (= 2bc + cc) : \square\, BM\ \left(= \frac{2bcaa + ccaa}{bb}\right)$ [th. 2]

3) $GL\ [= b] : VG\ [= a) = BL\ [= b + c] : BS\ \left(= \frac{ab + ac}{b}\right)$ (th. 12 §. 6 geom.)

4) Daher $\frac{a}{b} : b + c = b : \frac{ab + ac}{b}$ (th. 2 §. 22 arith.)

5) daher auch $\square \frac{b}{a} \left(= \frac{bb}{aa}\right) : \square\, b + c\, (= bb + 2bc + cc) = \square\, b\, (= bb) : \square \frac{aa + ac}{b} \left(= \frac{aabb + 2aabc + aacc}{bb}\right)$

6) Woraus erhellet, daß das $\square$ BS $\left(= \frac{aabb + 2aabc + aacc}{ab}\right.$ no. 5) gröſſer ſey als das $\square$ BM $\left(\frac{2bcaa + ccaa}{bb}\right.$ no. 2) daher auch die diſtanz BS gröſſer iſt als die ſemiordinate BM, und weil die abſciſſe BG kan nach Gefallen ſo groß genommen werden, als beliebig, ſo folget, daß jede ſemiordinate kleiner ſeyn müſſe als die Linie, welche aus denſelben termino der abſciſſe zu der ausgezogenen Linie L V gezogen wird; weshalben denn unmöglich iſt, daß dieſe Linie L V (wenn ſie gleich noch ſoweit ausgezogen wird) mit der hyperbel könne zuſammen lauffen,

Coroll. 1. Weil auch die differenz derer beyden quadrate BS und BM $= aa$ (no. 6) = dem $\square$ der $\frac{1}{2}$ kleinen axe AL (no. 1) ſo iſt klar, daß dieſelbe differenz = dem rectang. SOR oder OSM. Denn ſetzet BS $= y$; MS $=$ OR $= x$, ſo iſt MB $= y - x$; SO $= 2y - x$, $\square$ BS $= yy$, $\square$ MB $= yy - 2yx + xx$, daher die

die differenz dieſer beyden quadrate $2xy - xx$; folglich $2xy - xx$ (rectangulum SOR) = aa (□AL) W. Z. B.

Coroll. 2. Folglich iſt auch das quadrat des tangentis in vertice GV dem rectangulo SOR gleich; weil GV = AL nach dem Satz des theorematis.

Coroll. 3. Hieraus iſt ferner offenbahr, daß alle rectangula SOR, das iſt derer ſemiordinaten die biß zu den aſymtoten ausgezogen ſind, und der Theile derſelben zwiſchen der hyperbel und der aſymtoten einander gleich.

Coroll. 4. Weil aber die Linie OS deſto länger wird, je weiter die abſciſſe GB ausgezogen wird, ſo muß SM deſto kleiner werden, und daher iſt die aſymtote mit der Hyperbel nicht parallel, ob ſie gleich niemahls mit ihr zuſammen kömmt, ſondern je weiter ſie ausgezogen wird, deſto näher kömmt ſie der Hyperbel.

Wenn aus den vertice der Hyperbel G der einen aſymtote LS bis zur andern LR eine parallele GE gezogen wird, iſt das quadrat derſelben (welches man die potenz der hyperbel nennet) der 4te Theil von denen quadratis derer ſemidiametorum GL und LK. *Th. 5*

Beweiß.

1) Nennet $GL = \frac{a}{2}$, $LK = \frac{b}{2}$, ſo iſt $GK = \sqrt{\frac{aa + bb}{4}}$ (th. 8 §. 29 geom)

2) Weil PV : PG = PL : PE (th. 9 §. 6 geom) und $PG = \frac{1}{2} PV$, ſo iſt auch $PE = \frac{1}{2} PL$.

3) ingleichen weil PV : PG = VL : GE (l. c) ſo iſt auch $GE = \frac{1}{2} VL = \frac{1}{2} LP$;

4) weil in denen Trianguln PGL und GLK die geraden Winckel PGL = GLK, und GL gemein, auch PG = LK (th. 6) ſo iſt auch PL = GK;

5) Da nun $GE = \frac{1}{2} LP$ (no. 3) ſo iſt auch $GE = \frac{1}{2} GK$ (no. 4), folglich $= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{aa + bb}{4}}$.

Daher □ GE (die potenz der hyperbel, $\frac{1}{4} \cdot \frac{aa + bb}{4}$, das iſt $\frac{1}{4} \cdot \frac{aa}{4}$ (□ GL) + $\frac{bb}{4}$ (□ LK) W. Z. B.

Th. 8 Wenn aus dem termino der ſemiordinate O denen aſymtoten parallel Linien gezogen werden als OQ mit LR, und OT mit SL, iſt das rectangulum LOT = der potenz, das iſt dem □ GE.

Beweiß.

Setzet OR = x, OT = y GP = b; (weil die Seiten der Triangul ROT und PGE einander pa-

parallel) OR: ($=$ x): OT ($=$ y) $=$ PG: ($=$ b): GP $= \frac{by}{x}$ (th. 12. §. 6 geom)

2) Weil das rectangulum MRO $=$ ☐ GP (Cor. 1 Th. 6) ſo iſt OR ($=$ x) : GP ($=$ b) $=$ GP ($=$ b): MR $= \frac{bb}{x}$

3) Weil auch iu denen Trianguln SQO und GEP die Seiten einander parallel ſind, und folglich die Winckel gleich (th 6 §. 6 geom.) ſo iſt auch GP ($=$ b): PE ($=$ GE $= \frac{by}{x}$ no. 1) $=$ OS ($=$ MR $= \frac{bb}{x}$ no. 2): QO ($= \frac{b^2y}{xx}$) (th. 12 §. 6 geom]

4) Dieſerwegen iſt das rectangulum LTO $= \frac{b^2y^2}{xx}$, dem ☐ GE $= \frac{bbyy}{xx}$ (no. 1) W. Z. B.

Das quadrat der diſtanz des foci von dem centro iſt der vierdte Theil der Summe des quadrats der Zwerch axe und des rectanguli derſelben Zwerch axe in den parameter. *Tb. 9*

Beweiß.

Setzet den halben parameter DC $=$ p, (fig. 5) die Zwerch axe HG $=$ b, ſo iſt DB $=$ p † b (§. 7) daher das ☐ der diſtanz der focorum CB $=$ 2bp † bb, (th. 8 §. 29 geom) folglich das qua-

drat der halben diſtanz CL = $\frac{2bp + bb}{4}$. Das iſt ¼ der Summe des □ der Zwerch axe (= bb) und (2bp) des rectanguli der Zwerch-axe (b) in den gantzen parameter 2p W. Z. B.

§. 20. Was die übrigen geometriſchen krummen Linien, davon oben (§. 8) meldung geſchehen, anlanget, werden derſelben vornehmſten Eigenſchafften aus derſelben Urſprung, wie derſelbe (§. 9 ſeq.) beſchrieben worden, leichtlich erkannt; dahero unnöthig, daß wir uns bey derſelben weitläufftigen Beweiß aufhalten. Wir wollen alſo nur folgende ins beſondere bemercken.

.1 In einer cycloide verhält ſich jedes Stück der Linie AB (fig. 6) z. E. AD zu der gantzen Linie AB, wie das Stück des circuli genitoris a d, ſo über AD beweget worden zum gantzen Circkul. Z. E. wenn AD, ¼ AB, ſo iſt auch der Bogen a d ¼ des circuli genitoris. Denn der gantze Circkul iſt ſo groß als die Linie AB, und ieder Theil derſelben ſo groß, als ieder Theil des Circkuls, von welchen er beſchrieben wird. (§. 9)

Th. 2 In einer ſpirali verhalten ſich die Linien, welche aus dem centro nach dem Umfang derſelben gezogen werden, als A 5, A4, A3, A2, A1, AB (fig. 8) in arithmetiſche proportion, auch verhalten ſich die Theile H1, G2, C3, D4 E3, zu dem ſemidiameter, wie ſich die Bogen BH, BG, BC u. ſ. f. zum gantzen Circkul verhalten. (§. 11)

Die

Die Conchoides kömmt der lineæ directrici AB (fig. 7) allzeit näher, dennoch läufft ſie mit derſelben niemals zuſammen (§. 10) *Th. 3*

Wenn in einer quadratice ein ſemidiameter gezogen wird. z. E. CO (fig. 10) welcher dieſelbe ſchneidet in K, ſo verhält ſich der gantze Bogen AD, zu dem Stück DO, wie der gantze ſemidiameter CD, zu dem Stück KQ, welches die perpendicularis, ſo aus K in CD fället, abſchneidet (§. 13) *Th. 4*

Wenn eine ciſſoides von einer perpendiculair Linie DFK fig. 9) ſo über dem diametro des circuli genitoris aus einen beliebigen Punct deſſelben, Z. E. aus F aufgerichtet iſt, geſchnitten wird in K, ſo iſt BF : FA = FD, FK. *Th. 5*

Beweiß.

1) Weil DAK ein gerader Winckel iſt/(§. 12) ſo wird (wenn AK ausgezogen wird in G) DG der diameter des Circkuls, daher ADB = DAG, (th. 18 §. 6 geom)

folglich iſt AG mit DP parallelell, (th. 6 §. 6 geom) und alſo der Bogen BG = AD, (ibid.) daher auch

2) FD (SR des Bogen AD) = HG [S. R. BG §. 2 trigon. no. 4] ingleichen;

3) AF (S. V. AD) = HB (S. V. GB §. 2 trigon. no. 5)

4) Daher AF : AH (= BF) = FK : HG (= FD) (th. 12 §. 6 geom.) W. Z. B.

§. 21 Aus denen bishero erklährten Eigenſchafften der krummen Linien wird die Natur einer jedweden am leichteſten erkannt; und weil

die Haupt-Eigenſchafften derer Kegelſchnitte in einer gewiſſen proportion beſtehen, derer abſciſſen, ſemiordinaten und des parametri, oder der potenzen derſelben gegen einander, die proportion aber nichts anders iſt, als eine gewiſſe Verhältniß, [def. 12 §. 6 Vorb.] ſo wird auch die Natur einer jeden krummen Linie durch eine beſondere Gleichung ausgedrücket. Weil demnach in der parabel das quadrat der ſemiordinate dem rectangulo des parametri in die abſciſſe gleich iſt, [ax. 3 §. 17] ſo wird, wenn man den parameter p, die ſemiordinate y, die abſciſſe x nennet, die Gleichung vor die parabel ſeyn, $yy = px$. Gleicherweiſe da in der ellipſi das quadrat der ſemiordinate, ſich zu dem rectangulo aus denen Theilen der axe, darinn ſie durch die ſemiordinate geſchnitten wird, verhält, wie das quadrat des groſſen diametri ſich zum quadrat des kleinern verhält, [th. 3 §. 18], ſo wird, wenn man die gröſſere axe a, die kleinere b, die ſemiordinate y, die abſciſſe x nennet, die Gleichung vor die ellipſis ſeyn: $yy = \frac{a^3x - aaxx}{bb}$; oder weil der parameter ſich zu der Zwerch axe verhält; wie das quadrat der ſemiordinate ſich verhält zu den Theilen der Zwerch axe, in welche ſie durch die ſemiordinate geſchnitten wird, [Coroll. Th. 4 §. 18] ſo iſt eine andere Gleichung vor die ellipſis, $ay^2 = apx - px^2$. Nicht weniger weil in der hyperbel der parameter [$= p$] ſich zur Zwerch axe [$= a$] verhält, wie

das

das quadrat der ſemiordinate [$= yy$] zu dem rectangulo der abſciſſe, ($= x$) und der Summe derſelben abſciſſe und der Zwerch axe $= ax + xx$] (Coroll. th. 3 §. 19), ſo iſt die Gleichung vor die hyperbel $yy = px + \frac{pxx}{a}$. Auf gleiche weiſe erhellet [Coroll. 3 Th. 2. §. 19] daß die Gleichung vor eine gleichſeitige hyperbel ſey, $yy = ax + xx$; und (Th. 8 §. 19) die Gleichung vor eine hyperbel zwiſchen denen aſymtoten, $a = xy$, wenn nemlich EG, [fig. 22] $= x$, LT $=$ und OT $= y$ geſetzet wird.

§. 22. Auf gleiche Art kan man auch die Natur der übrigen krummen Linien durch beſondere Gleichungen erklähren; Z. E. da in einer cycloide jedes Stück der Linie AB (fig. 6) als AD, welches wir $= x$ nennen wollen, ſich zu dem Bogen des circuli genitoris der über dieſen Stück beweget worden, und $= y$ heiſſen mag, verhält, wie die gantze Linie AB, welche wir $= a$ nennen wollen, ſich zu dem gantzen Circkul der $= b$ heiſſen ſoll, verhält, [th. 1 §. 20] ſo iſt $by = ax$. [Th. 1 §. 22 arithm.] die Gleichung vor die cycloide, nach welcher allzeit die rectangula der Theile der Linie AB und derer ihr reſpondirenden Bogen im circulo genitore einander gleich ſind. Gleichermaſſen wird die Gleichung vor die quadratice gefunden $ay = bx$, weil ſich der gantze quadrans AD [fig. 10] $= a$, zu jeden Theil deſſelben z. E. OD $= x$ verhält, wie der radius AC $= b$

$= b$ zu dem Stück $KQ = y$ [th. 4 §. 20]. Die Natur der conchoide erklähret die Gleichung $x^4 + 2bx^3 + bbxx + yyxx = aaxx + 2aabx + aabb$, denn wenn ihr $AC = FC$ (fig. 7) $= a$ nennet, $CG = FK = x$, $FD = b$, $GF = CK = y$, ſo iſt, $FK(x) : CA[a] = DF(b) : DA$, $\left(\frac{ab}{x}\right)$ [th. 9 §. 6 geom.), daher $DC = a + \frac{ab}{x}$, oder $\frac{ax + ab}{x}$ deſſen $\square\ \frac{aaxx + 2aabx + aabb}{xx} = \square\ CK + \square\ DK$ (th. 8 §. 29 geom) $= yy + bb + 2bx + xx$, oder wenn mit xx multipliciret wird: $aaxx + 2aabx + aabb = yyxx + bbxx + 2bx^3 + x^4$. Endlich iſt auch die Gleichung vor die Ciſſoide $x^3 = ayy - xyy$. Wenn nemlich AB (fig. 9) $= a$, $AF = HB$ (th. 5 §. 20) $= x$, $FK (= y$, daher $AH = BF = a - x$, weshalben $HG = FD$, (die mittlere proportionalis zwiſchen AF und BF [probl. 42 §. geom) $= \sqrt{ax - xx}$; folglich iſt $\square\ AH (= aa - 2ax + xx) : \square\ HG (= ax - xx) = \square\ AF (= xx) : \square\ FK (= yy)$ (th. 12 §. 6 geom.) Demnach $a^2y^2 - 2axy^2 + xxy^2 = ax^3 - x^4$ (th. 1. §. 22 arith.) oder wenn mit $a - x$ dividiret wird, $ayy - xyy = x^3$, das iſt, der cubus der abſciſſe AF = dem Cörper welcher entſtehet, wenn das quadrat der ſemiordinate FK in die differenz des diametri im circulo

culo genitore und der abſciſſe *A F* multipliciret
wird.

§. 23. Unter dieſen Gleichungen werden *Def.*
einige algebraiſche, andere tranſcendentales ge- *1.*
nandt. Algebraiſche Gleichungen nennet man,,
welche ſich nach denen bekandten Auffgaben in,, *Def.*
der Geometrie conſtruiren laſſen; tranſcenden-,, *2.*
tal-Gleichungen aber werden genandt wenn,,
bey der Conſtruction derſelben annoch unbekand,,
te Auffgaben in der Geometrie, Z. E. die qua-,,
dratur des Circkuls und dergleichen, vorkommen.
Die algebraiſchen Auffgaben ſind wiederum ent-
weder von dem erſten, oder von dem andern, oder
von einer höhern, oder auch gar von einen inde-
terminirten Grad. Von dem erſten Grad ſind,, *Def.*
diejenigen, welche durch Extraction der quadrat-,, *3.*
Wurtzel reſolviret werden. Von dem andern,, *Def.*
wenn bey der Conſtruction die cubic-Wurtzel,, *4.*
muß extrahiret werden. Und alſo nennet man,, *Def.*
auch Gleichungen von einen höhern Grad wenn,, *5.*
in derſelben Conſtruction die Wurtzel der 4ten,,
5ten, u. ſ. f. Dignität muß gefunden werden.,, *Def.*
Nicht minder ſind ſie von indeterminirten Grad,, *6.*
wenn in derſelben Gleichung welche die Natur,,
der krummen Linie erklähret, der Exponens der,,
Dignität indeterminiret iſt. Z. E. $a^{n-1} = xy^n$;
da n kan 2, 3, 4, oder eine andere Zahl bedeu-
ten.

§. 24. Nachdem die Gleichung beſchaffen,
dadurch die Natur der krummen Linie erklähret
wird

wird, darnach wird die krumme Linie ſelbſt benennet, daher man einige nennet tranſcendental-Linien, andere algebraiſche, und zwar vom erſten, andern, dritten, 4ten u. ſ. f. oder auch indeterminirten Grad. So wird ſich alſo unten finden, daß der Circkul ſammt allen Kegel-Schnitten algebraiſche Linien von dem erſten Grad ſind, die ciſſois deren Natur die Gleichung $x^3 = ayy - xyy$ erklåhret, (§. 22) iſt eine algebraiſche Linie vom 3ten Grad; die Conchois aber deren Natur erklåhret wird durch die Gleichung $x^4 + 2bx^3 + bbxx + yyxx = aaxx + 2aabx + aabb$, (l. c.) iſt eine algebraiſche Linie vom 4ten Grad. Die Cyclois hingegen und quadratrix weil in derſelben Gleichungen $ax = bx$ oder $ay = bx$ (ibid.) ein Circkul-Bogen und folglich die quadratur des Circkuls vorkommt, iſt eine tranſcendental-Linie.

Def. §. 25. **Endlich gehören alle krumme Linien deren Natur durch einerley indeterminirte Gleichung erklåhret wird, zu einer Familie** da z. E. die Familie der parabeln iſt, $p^{m-1}x = y^m$. Da nehmlich der Exponens der ſemiordinate eines gröſſer iſt als der Exponens des parametri, in welchen die abſciſſe multipliciret wird. Die Familie derer ellipſium iſt $ay^{m+n} = px^m . (a-x)^n$, da nehmlich der exponens der ſemiordinate (y) durch welche der Zwerch diameter (a) multipliciret wird, ſo groß als die Summe derer exponenten der abſciſſe (x), und der Differenz des Zwerch diametri und der abſciſſe (a-x), in welche

che beyde der parameter (p) multipliciret iſt. Auf gleiche weiſe iſt die Familie der hyperbolen $ay^{m+n} = px^m. (a+x)^n$; Da nehmlich der exponens der ſemiordinate (y) in welche der Zwerch diameter (a) multipliciret iſt, ſo groß, als die Summe der exponenten der abſciſſe (x), und der Summe des Zwerch diametri und der abſciſſe (a†x), durch welche beyde der parameter (p) multipliciret iſt.

Das III. Capitel.

Von der Verzeichnung der krummen Linien.

§. 26. Die Verzeichnung der krummen Linien gründet ſich auf derſelben Eigenſchafften, welche in vorhergehenden Capitel erklähret ſind, wie aus folgenden Auffgaben erhellen wird.

Den Parameter einer Parabel finden. *Probl. I.*

1) Es ſey die abſciſſe der Parabel AD, (Fig 23)
2) Ziehet über denſelben die ſemiordinate CD,
3) Ziehet ferner die Linie AC,
4) Richtet über AC aus C die perpendicularem CE auf/ ſo iſt DE der geſuchte parameter.

Beweiß.

Weil AC und CD einen geraden Winckel machen (conſtr. no. 4), ſo iſt DC die mittlere proportionalis zwiſchen AD und DE, (probl. 42 §. 24 geom.) folglich iſt AD (abſciſſe) : CD (ſemiordinate) = CD : DE, welche daher der parameter (ax. 1 §. 17) W. Z. B.

Eine

Eine andere Art.

1) Ziehet die ſemiordinate CD, (Fig. 23) und machet ihr gleich die Abſciſſe AG/

2) Ziehet aus G die ſemiordinate GH

3) Continuiret dieſelbe biß in F, allwo ſie die Linie durch A und C gezogen ſchneidet / ſo iſt FG der parameter.

Beweiß.

1) AD : CD = AG (= CD) : GF (th. 12 §. 6. geom.)

2) Weil demnach GF die dritte proportionalis zu AD (der abſciſſe) und CD (der ſemiordinate), ſo iſt ſie der parameter (ax. 1 §. 17) W. Z. B.

Probl. 2. **Wenn in der parabel eine gerade Linie gezogen iſt, ſoll der diameter dazu gefunden werden.**

1) Es ſey die Linie AB (Fig. 24) in der parabel gezogen

2) Ziehet derſelben nach Gefallen eine parallel-Linie Z. E. EF

3) Theilet beyde Linien AB und EF in 2 gleiche Theile in C und D

4) Ziehet durch C und D die gerade Linie CDG welche der verlangte diameter iſt (Def. 1 §. 3)

Probl. 3. **Die axin einer parabel finden.**

1) Ziehet nach Gefallen 2 parallel-Linien in der parabel Z. E. AB und CD (Fig. 25)

2) Durch die mitten derſelben F und G ziehet den diameter EH.

3) Richtet über demſelben aus F und G 2 perpendiculaire ordinaten auf LM, IK.

4 Zie-

4) Ziehet auch den diameter dieſer beyden ordinaten OP (probl. 2) der iſt die verlangte axis Def. 3 §. 4)

Durch iedwedes in einer parabel gegebenes Punct den tangenten ziehen. *Probl. 4.*

Es ſoll z. E. der tangens durch C gezogen werden (Fig. 26)

1) Laſſet aus den gegebenen Punct C auf den diameter AB die perpendicularem CD fallen.

2) Continuiret den diameter in E/ daß AE ſey = DA.

3) Ziehet durch E und C die gerade Linie EC welche der verlangte tangens iſt. (th. 5 §. 17)

Den focum in der parabel finden. *Probl. 5.*

1) Suchet den parameter (probl. 1)

2) Theilet denſelben in 4 Theile/ ſo gibt der 4te Theil von dem vertice anzurechnen/ den geſuchten focum. (th. 7. §. 17)

Wenn der diameter und der parameter der parabel gegeben, die parabel beſchreiben. *Probl. 6.*

1) Theilet den diameter AB in etzliche Theile z. E. in D, E, F, (Fig. 27) ie mehr derſelben ſind/ teſto accurater wird die parabel beſchrieben werden.

2) Ziehet über CB, CF, CE, und CD ſemi-Circkul.

3) Richtet aus A, D, E, F, B perpendiculares auf über CB.

4) Laſſet von AG aus denen Puncten M, N, O, G, darin ſie die halben Circkul ſchneidet/ perpendiculares herab fallen/ und gebet acht/ wo dieſelbe die reſpondirende perpendiculares (no. 3) ſchneiden/ als in H, I, K, L.

3) Ziehet alle dieſe Puncte zuſammen/ ſo entſtehet die parabel A, H, I, K, L.

Beweiß.

1) Die ſemiordinaten DH, EI, FK, BL ſind denen Linien AM, AN, AO, AG gleich, (conſtr. no. 4)

2) Dieſe ſind aber die mittlere proportionales zwiſchen den parameter AC und denen abſciſſen AD, AE, AF, AB (probl. 42 §. 24 geom.) folglich iſt die krumme Linie AHIKL eine parabel (§. 5.) W. Z. B.

Problem. 7. **Wenn der focus der parabel gegeben, und die diſtanz deſſelben von dem vertice, ſoll die parabel beſchrieben werden.**

Es ſey der focus F (Fig. 28) die diſtanz deſſelben von dem vertice AF.

1) Continuiret die Linie FA in C/ daß AC 4mahl ſo lang ſey als FA/ und alſo der parameter der parabel (th. 7 §. 17)

2) Iſt alſo der parameter gefunden/ ſo verzeichnet die parabel (probl. 6)

Eine andere mechaniſche Manier.

1) Ziehet durch F den Focum und den verticem A (Fig. 29) die axe GA.

2) Richet über AG aus A die perpendicularem AB auf.

3) Leget an AG und AB den Winckelhacken DBN.

4) Befeſtiget das eine Ende eines Faden/ der ſo viel als FA austräget/ länger iſt als die Seite des Win-ckel-Hackens DB, in F, das anderei Ende bindet an das Ende des Winckel-Hackens D.

5) Haltet den Faden mit einen Stylo allzeit ſtraff an den Winckel-Hacken/ und ſchiebet deſſen Seite BN an der Linie AB allzeit weiter fort/ ſo wird der Stylus die verlangte parabel beſchreiben.

Wenn

Wenn der Zwerch diameter gegeben, ſoll die ellipſis beſchrieben werden. *Pro-bl. 8.*

1) Theilet den diameter AB (Fig. 30) in 2 gleiche Theile in C.

2) Beſchreibet aus C mit CA einen Circkul.

3) Theilet denſelben in etzliche gleiche Theile nach Gefallen/ ie mehr aber derſelben ſind/ teſto richtiger wird die ellipſis beſchrieben werden.

4) Laſſet aus allen Puncten der peripherie perpendiculares auf den diamerer AB fallen/ z. E. FD, IG.

5) Nemet DE nach gefallen/ und ſuchet zu DF, DE und GI die 4te proportionalem (probl. 41 §. 24 geom.)

6) Dieſer machet GH gleich / und determiniret auff gleiche Weiſe alle übrigen ſemiordinaten.

7) Endlich ziehet durch die euſerſten Puncte dieſer ſemiordinaten eine krumme Linie welche die verlangte ellipſis iſt. (th. 6 §. 18)

Schol. Wenn beyde diametri der gröſſere und kleinere gegeben, ſo ſuchet zu beyden wie auch zu denen ſemiordinaten des Circkels die 4ten proportionales, dieſe geben die ſemiordinaten der ellipſis! (Cor. Th. 6 §. 18)

Eine andere mechaniſche Art.

1) Befeſtiget die beyden Enden eines Faden/ der mit dem gröſſern diametro von gleicher Länge iſt/ in denen focis C und B (Fig. 4)

2) Haltet an den Faden einen Stylum in F, und führet denſelben in dem er den Faden allzeit ſtraff ausdehnet/ in die Ründe herum / ſo wird er die verlangte ellipſin beſchreiben. (Th. 1 §. 18)

Wenn ein focus und der Zwerch diameter gegeben, ſoll eine ellipſis beſchrieben werden, welche durch 2 gegebene Puncte gehe. *Pro-bl. 9.*

Es ſey F der Bren-Punct in der verlangten ellipſi, AX die Zwerch axe, B und D die 2 gegebenen Puncte durch welche die ellipſis gehen ſoll. (Fig. 31)

1) Beſchreibet aus B mit der differenz der beyden Linien AX und BF einen Bogen.

3) Jngleichen aus D mit der differenz der Linien AX und FD/ welche beyde Bogen ſich ſchneiden werden in C, dem andern foco der verlangten ellipſis.

3) Dieſerwegen beſeſtiget beyde Ende eines Fadens/ der ſo lang als FB † BC, in F und C/ und beſchreibet mit einen Stylo (probl. 8) die verlangte ellipſin, welche durch die beyden Puncte B und D hindurch gehet.

Beweiß.

Weil DC die differenz iſt zwiſchen DF und AX (conſtr. no. 2), ſo iſt DC † DF = AX, weßhalben die ellipſis welche aus denen Focis F und C verzeichnet, über dem diameter AX beſchrieben iſt. W. Z. B.

Problem 10. **Wenn die Zwerch axe und der parameter gegeben die ellipſin beſchreiben.**

Suchet die mittlere proportional-Linie zwiſchen den parameter und der Zwerch axe, dieſe gibt den kleinen diameter (Coroll. 1 Th. 2 §. 18); iſt derſelbe gegeben/ ſo beſchreibet die ellipſin (Schol. probl 8).

Probl. 11. **Das Centrum in einer ellipſi finden.**

1) Ziehet durch die ellipſin eine beliebige Linie Z. E. KE (Fig. 30)

2) Ziehet derſelben eine andere nach Gefallen parallel Z. E. HL

5) Schneidet beyde KE und LH in 2 gleiche Theile in D und G.

4) Ziehet durch die mitten die gerade Linie AB/ welche den Zwerch diameter der ellipſis gibt. (Def. 1 §. 4)

5) Schnei-

5) Schneidet demnach AB in 2 gleiche Theile in C, ſo iſt C das verlangte Centrum (§. 6)

Den parameter der ellipſis finden. *Probl. 12.*

Suchet die dritte proportional-Linie zu den gröſſern und kleinern diameter (probl. 42 §. 24 geom) dieſe gibt den geſuchten parameter (Cor. 1 Th. 2 §. 18)

Den tangenten durch iedes Punct in der ellipſi ziehen. *Probl. 13.*

1) Ziehet aus dem gegebenen Punct z. E. M (Fig. 18) die ſemiordinate MB

2) Continuiret die Zwerch axe HG in V, daß BL : BG = BH : BV.

3) Ziehet durch V und M den verlangten tangenten. (Coroll. th. 5 §. 18)

Den focum in der ellipſi finden. *Probl. 14.*

1) Es ſey in der ellipſi AHKG (Fig. 4) der gröſſere diameter HG der kleinere KA.

2) Faſſet mit den Circkel den gröſſern ſemidiameter HD und ſchneidet mit denſelben aus dem Ende des kleinern diametri A den gröſſern in C, ſo iſt C der verlangte focus.

Beweiß.

Die Lienien AC und AB durch deren Ausdehnung die ellipſis beſchrieben iſt (probl. 9), ſind dem gröſſern diametro gleich, (th. 1 §. 18) daher AC dem halben gröſſern diametro DH gleich; Die Puncte aber in welchen die Enden der Faden befeſtiget werden, ſind die foci der ellipſis (§. 6) W. Z. B.

Wenn der groſſe und kleine diameter in der hyperbel gegeben, ſoll dieſe Linie beſchrieben werden. *Probl. 15.*

1) Es ſey der gröſſere diameter HG (Fig. 32) daher das Centrum L, der kleine diameter EF.

2) Continuiret HG in D, und nehmet in GD einige Theile nach Gefallen z. E. A, B, C, D; iemehr derſelben ſind/ teſto richtiger wird die hyperbel beſchrieben.

3) Saget wie □GH : □EF = rectangulum AGH : □ AI (probl. 21 § 23 arithm.) deſſen radix die ſemiordinate AI gibt (th. 1 §. 18)

4) Saget ferner wie das rectangulum AGH : rectangulo BGH = □AI : □ BK (Cor. 2. Th 12 §. 18)

5) Und auf gleiche Art ſuchet auch die übrigen ſemiordinaten CM u. ſ. f.

6) Ziehet durch die euſerſte Puncte dieſer ſemiordinaten die verlangte Hyperbel.

Eine hyberbel zwiſchen denen aſymtoten beſchreiben.

Probl. 16. 1) Ziehet die geraden Lienien *AB*, CB (Fig. 33) welche einen geraden Winckel *ABC* machen.

2) Nehmet in *BC* nach Gefallen einige Puncte als e, f, g, h.

3) Richtet aus denſelben perpendiculares über *BC* auf.

4) Nemet die ſemiordinate eE von beliebiger Länge und ſaget:

$$\left.\begin{matrix}Bf\\Bg\\Bh\end{matrix}\right\} : bc = eE : \left\{\begin{matrix}fF\\gG\\hH\end{matrix}\right.$$

5) Ziehet durch alle dieſe Puncte EFGH die verlangte hyperbel (Coroll. 3 Th. 6 §. 19) deren centrum C, die aſymtote C*A*.

Eine andere Art.

1) Ziehet die gerade Linie BC, (Fig. 34) und nehmet darin nach Gefallen ein Punct z. E. O

2) Richtet aus dieſen über OB die perpendicularem OP = OB auf.

3) Ziehet durch B und P die gerade Linie BPD/ welche die axe der hyperbel vorſtellet.

Rich-

4) Richtet aus P über PD die perpendicularem PR auf/ und continuiret ſie zur andern Seiten/ daß BQ = PR werde.

5) Ziehet nachmahls durch B und Q die verlangte Lienie BQG, welche mit BC die aſymtoten vorſtellet (th. 6 §. 19)

6) Nehmet hierauff in derſelben die Theile BE, BF, u. ſ. f. und ſuchet dazu und zu OP die 3ten proportional-Linien.

7) Dieſen machet gleich die ſemiordinaten QH, EI, FK, GS u. ſ. f. ſo könnet ihr nachmahls durch die euſerſten Puncte derſelben die verlangte hyperpel beſchreiben. (Th. 8 §. 19)

Wenn der Zwerch diameter und parameter gegeben, eine hyperbel verzeichnen. Probl. 17.

1) Suchet die mittlere proportionalem zu den Zwerch diameter und parameter (probl. 42 §. 24 geom.) dieſe gibt den kleinen diameter (Coroll. 1 th. 1 §. 19)

2) Sind alſo beyde diametri bekandt/ verzeichnet die hyperbel (probl. 13)

Wenn der gröſſere diameter und die diſtanz der Bren-Puncte gegeben, ſoll die hyperbel auf mechaniſche Art beſchrieben werden. Probl. 18.

Es mögen die foci der verlangten hyperbel F und f (Fig. 35) ſeyn/ der Zwerch diameter *AB*.

1) Befeſtiget in denen focis 2 Stiffte oder Nagel.

2) Uber den Stifft in f leget ein Linial fC, daß es ſich in f herum drehen laſſe.

3) Nehmet einen Faden der ſo viel kürtzer iſt als das Linial / ſo groß der Zwerch diameter *AB* iſt / und bindet deſſen eine Ende an das Stifft in F, das andere aber an das Ende des Linials in C.

4) Haltet den Faden mit einen Stylo an das Linial und drehet daſſelbe um den Stifft in f herum/ ſo wird die

Spitze dieſes Styli auf der ebene die verlangte hyperbel beſchreiben.

Pro-
bl.19. **Den diameter einer verzeichneten hyperbel finden.**

1) Ziehet durch die hyperbel *ABC* (Fig. 36) 2 parallel Linien nach belieben z. E. CD und EF.

2) Theilet beyde in 2 gleiche Theile in G und H

3) Ziehet durch G und H den verlangten diameter (def. 1 §. 4)

Pro-
bl.20. **Das Centrum der hyperbel finden.**

Ziehet (probl. 19) etzliche diametros, welche ſich in dem geſuchten Centro L (Fig.21) ſchneiden werden. (§. 7)

Pro-
bl.21. **Wenn das Centrum der hyperbel gegeben, die Zwerch axe durch daſſelbe ziehen.**

1) Ziehet aus dem Centro L (Fig.32) in beliebiger Weite den Bogen KN, ingleichen die gerade Linie K N.

2) Laſſet auff dieſelbe die perpendicularem LB fallen | welche die geſuchte axe ſeyn wird (Def. 1 §.4).

Pro-
bl.22. **Denn parameter der hyperbel finden.**

Suchet die dritte proportional-Linie zu denen beyden diametris, dieſe gibt den verlangten parameter (Coroll. th. 1 §. 19)

Pro-
bl. 23. **Durch ein gegebenes Punct in der hyperbel den tangenten ziehen.**

Es ſoll z. E. der tangens durch M gezogen werden (Fig. 20).

1) Ziehet die ſemiordinate MB.

2) Saget wie BL (die diſtanz der ſemiordinate von dem Centro) : BG (der abſciſſe) = BH (die Summe der abſciſſe und des diametri) : BV.

3) Ziehet durch V und M eine gerade Linie welche die hyperbel berühret in M (th. 4 §. 19)

Durch

Durch ein gegebenes Punct in der hyperbel eine ordinate ziehen. Problem. 24

1) Ziehet von einen beliebigen Punct in der hyperbel Z. E. K (Fig. 32) nach dem vertice derſelben G eine gerade Linie/ und continuiret dieſelbe in O daß KG = GO.

2) Ziehet aus O die Linie ON mit LD parallel, ſo iſt GH : GO = KB : BN (th. 9 §. 6 geom.) weshalben KN die ordinate iſt (Def. 2 §. 4).

3) Ziehet demnach dieſer KN durch das gegebene Punct M eine parallele MP, ſelbige wird die verlangte ordinate ſeyn (Def. 2 § 4).

Die aſymtoten der hyperbel verzeichnen. Problem. 25.

1) Suchet das Centrum der hyperbel (probl. 21) Z. E. L (fig. 22).

2) Ziehet den tangenten der die hyperbel im vertice G berühret (probl. 23)

3) Machet dieſen tangenten GV = AL dem halben kleinen diametro.

4) Ziehet durch L und V die verlangte aſymtote (th. 6 §. 19).

Uber einer gegebenen Linie eine cycloide beſchrieben. Problem. 26.

1) Haltet an einen cylinder deſſen Umfang eben ſo groß/ als die gegebene Linie lang iſt/ einen ſpitzigen Stylum feſte an.

2) Schiebet dieſen Stylum ſo weit herunter / daß die untere Spitze das eine Ende *A* der Linie *AB* (Fig. 6) berühre.

3) Nachmahls drehet den Cylinder an der Linie *AB* herum / biß die Spitze des Styli das andere Ende B berühre/ ſo wird dieſelbe inzwiſchen die verlangte cycloide beſchreiben (Def. 1 §. 9)

Schol. Auff gleiche Weiſe kan auch die epicyclois, beydes die obere und untere, beſchrieben werden, wenn man nehmlich den cylinder an die

peripherie eines Circkuls entweder aus oder inwendig herum drehet (Def. 2 §. 9)

Eine Conchoidem beſchreiben.

Pro-
bl. 27. 1) Ziehet die gerade Linie *AB* (Fig. 7.

2) Theilet dieſelbe in etzliche gleiche Theile als in E, F und ſ. f.

3) Richtet aus der Mitten derſelben eine perpendiculair Linie auf.

4) Nehmet in dieſer perpendiculari nach Gefallen ein Punct D, und ziehet aus demſelben durch alle Theile der Linie *AB* gerade Linien als DC.

5) Machet alle Theile BC/ HC/ FC/ EC/ *AC* einander gleich.

6) Connectiret alle dieſe Puncte C durch eine krumme Linie welche die verlangte conchoidem gibt (§. 10)

Eine andere mechaniſche Art.

1) Leget 2 Liniale *AB* und CD (Fig. 37) zuſammen/ daß ſie in C, einen geraden Winckel machen/ daß obere *AB* muß ausgehöhlet ſeyn in Form einer Rinnen/ in dem andern / ſo vertical herabgehet / CD iſt ein kleiner Stifft E.

2) Nehmet das 3te Linial ſo ebenfalls ausgehölet von C in P, damit man daſſelbe über den Stifft E könne auff und nieder ſchieben/ durch F aber gehet ein Nagel der ſich in der Rinne des Linials *AB* fort ſchieben läſſet.

3) Am Ende deſſelben Linials befeſtiget eine ſpitzige Nadel G welche indem dieſes Linial über denen andern beyden *AB* und CD fortgerücket wird/ die verlangte conchoidem beſchreibet.

Eine Schnecken-Linie beſchreiben.

Pro-
bl. 28. 1) Ziehet einen blinden Circkul-Riß *BEDCGH* (fig. 8)

2) Theilet denſelben in etzliche gleiche Theile/ und ziehet aus dem Centro durch alle Theile die ſemidiametros.

3) Ei-

3) einen von dieſen ſemidiametris z. E. *A C* theilet in eben ſo viel gleiche Theile als in dem Umfang des Circkuls genommen ſind (no. 2)

4 traget von dieſen Theilen einige in die übrigen radios herum/ als in *AH* 1/ in *AG* 2/ in *A C* 3/ u. ſ. f.

5) ziehet die Theile dieſer radiorum 1, 2, 3, u ſ. f. zuſammen / ſo wird die verlangte Schnecken Linie entſtehen (§. 11)

Eine Ciſſoidem vorzeichnen. Probl 29

1) Ziehet einen blinden halben Circkul AB (fig. 9)

2) Theilet denſelben in einige gleiche Theile.

3) Laſſet von allen perpendiculares auf den diametrum *AB* fallen / und continuiret dieſelben unter *AB*.

4) Leget das Linial an A und nach einander an alle übrige Theile des quadranten A E und ziehet die chordas der Bogen.

4) Richtet über dieſe chordas perpendiculares ans *A* auf / notiret dabey die Puncte, in welchen dieſe perpendiculares die vorigen [no. 2) ſchneiden z. E. *I, K, L*.

5) Ziehet dieſe Puncte zuſammen / ſo bekommt ihr die verlangte ciſſoidem (§. 12)

Eine quadratricem verzeichnen. Probl 30

1) Ziehet einen blinden quadranten *F A D C* (fig. 10)

2) Theilet denſelben in einige gleiche Theile

3) in eben ſo viel Theile theilet auch den radium *A C*,

4) Richtet über denſelben perpendiculares auf / welche die ſemidiametros ſo nach allen Theilen des quadranten gezogen werden / ſchneiden.

5) Durch die Schneidungs-Puncte *G, H, I, K, L* beſchreibet die verlangte quadratricem (Def. I. §. 13)

Schol. Wenn die quadratrix Tſchirnhuſiana ſoll beſchrieben werden, ſo ziehet man durch alle Theile des quadranten dem radio CB (fig. 11) parallel Linien, welche die perpendiculares über A C durchſchneiden in denen Puncten, durch welche die quadratrix hindurch gehet (Def. 2 §. 12(

Wie

Probl. 30

Eine Logarithmiſche Linie beſchreiben.

1) Ziehet die gerade Linie *AB* (fig. 12) und theilet ſie in einige gleiche Theile.

2) Laſſet von allen dieſen Theilen perpendiculares über *AB* herabfallen/ und continuiret dieſelben/ daß ſie ſich ein zum ander in geometriſcher proportion verhalten.

3) durch die euſerſten Puncte dieſer Linie G, H, I, K, u. ſ. f. wird die Logarithmiſche Linie verzeichnet (Def. 1 §. 14).

Schol. Soll eine Logarithmiſche Schnecken Linie verzeichnet werden, ſo ziehet einen blinden Circkul, und theilet denſelben in etzliche gleiche Theile, (fig. 13) nach dieſen Theilen ziehet die radios, und ſchneidet dieſelben ab in A, B, C. D, E, daß dieſe Theile der radiorum in geometriſcher proportion anwachſen. Endlich beſchreibet durch die puncte A, B, C, D, E, die verlangte Schnecken Linie (Def. 2 §. 14)

Probl. 31

Eine lineam ſinuum, tangentium oder ſecantium beſchreiben.

1) Ziehet nach Belieben einen quadranten, und theilet deſſelben peripherie in etzliche gleiche Theile/

2) Ziehet aller dieſer Bogen ihre ſinus, tangentes, oder ſecantes.

3) Ziehet eine gerade Linie *AG* (fig. 14) von beliebiger Länge/ und theilet dieſelbe in eben ſo viel Theile als der quadrans hat/ nemlich b, c, d, e, f.

4) Richtet aus allen dieſen Theilen über AG perpendiculares auf/ und machet dieſelben ſo groß/ als die ſinus der Bogen/ (no. 2) wenn ihr lineam ſinuum verlanget/ oder als die tangentes, wenn es linea tangentium werden ſoll/ oder als die ſecantes, wenn linea ſecantium zu beſchreiben.

5) Endlich ziehet durch die euſerſten puncte dieſer Linie *A*, B, C, D, E, F, &c. die verlangte Linie (§. 15)

Einleitung

Zu der

ANALYSI

Endlicher und unendlicher Gröſſen.

Das I. Capitel.

Von der ANALYSI der Alten.

§. 1. Es haben ſich die alten mathematici einer beſonderen methode bedienet, verborgene Wahrheiten zu finden, und gefundene zu erweiſen, welche analyſis genannt worden, und darinn beſtehet: **Daß man dasjenige, was gefunden oder erwieſen werden ſoll, als bekannt annimmt, und nachher betrachtet, ob aus dieſem Satz lauter nothwendige und bekannte Wahrheiten flieſſen, daraus geurtheilet wird, daß der angenommene Satz ſelber ſeine Richtigkeit haben müſſe.** Einige wollen, daß PLATO und ſein diſcipul LEODAMAS THASIVS dieſe methode zuerſt erſonnen, und ſoll der letztere nach derſelben ſehr viele Wahrheiten entdecket haben; (DIOG. LAERTIVS in vita ERATOSTHENIS). Es ſind aber alle deſſen analytiſche Schrifften leyder mit der Zeit verlohren gangen, daher wir keine ältere von dieſer Art mehr haben, als was von des EVCLIDIS analytiſchen demonſtrationibus noch übrig iſt, weshalben auch dieſe Art Wahrheiten zu finden und zu erweiſen, methodus Euclidea genannt wird.

Def.

§. 2. Man theilet dieſe analyſin in contemplativam oder theorematicam, und problematicam. **Durch jene werden** theoremata, das iſt, **gewiſſe**

Def. 1

wiſſe Eigenſchafften der Gröſſen gefunden und erwieſen. Dieſe aber wird gebraucht, wenn zu erweiſen, daß ein problema geometricum auf eine gewiſſe Art könne, oder nicht könne conſtruiret werden. Zu beyderley demonſtrationen werden gewiſſe loci reſoluti oder data gebraucht, welche nichts anders ſind, als gewiſſe Wahrheiten, deren Möglichkeit allbereit erwieſen, dergleichen die alten mathematici zuſammen getragen, und in gewiſſe Ordnung gebracht, daraus erhellet, ob etwas möglich ſey oder nicht. Dergleichen loci reſoluti ſind zu finden in des EVCLIDIS Buch von denen datis, auch in deſſelben 3 Büchern der poriſmatum, wie auch in denen 2 Büchern τόπων πρὸς ἐπιφανείαν ſ. locorum ad ſuperficiem. Hieher gehören auch APOLLONII PERGAEI libb. 2 de ſectione rationis, und libri 2 de ſectione ſpatii, welche einige hundert Jahr in der Bibliothec des BODLEII verborgen gelegen, aus welcher ſie der berühmte EDMVNDVS HALLEY in Oxfurt An. 1706 erſetzet hat. Was ſonſt ſo wohl ietzt gemeldeter APOLLONIVS, als auch ARISTÆVS und ERATOSTHENES von dieſer Art geſchrieben, iſt ebenfals verlohren gangen; auſſer daß PAPPVS ALEXANDRINVS (libb. 7 collectionum mathematicarum) und aus dieſen nachmahls CAROLVS RENALDINVS (libr. 1mo de reſolutione & compoſitione mathematica) annoch einige fragmenta davon ſuppeditiren.

Def. 2

Def. 3

ren. Die übrigen Schrifften der Alten ſo hieher gehören, und nicht mehr vorhanden ſind, haben einiger maſſen erſetzet: WILLIBRODUS SNELLIUS in ſeinen Büchern de ſectione rationis und ſpatii, ingleichen de ſectione determinata. FRANCISCUS VIETA lib. de tactionibus in APOLLONIO GALLO; FERMATUS lib. de locis planis welche in ſeinen operibus poſthumis befindlich. MORINUS GETHALDUS lib. de inclinationibus, und VINCENTIUS VIVIANI lib. de locis ſolidis. Wir können auch data oder locos reſolutos nach Art der Alten nennen, alle theoremata und problemata, welche ſowohl in unſer Einleitung zur arithmetic, geometrie und trigonometrie, als anderswo, inſonderheit in denen elementis des EUCLIDIS ſind erklähret und erwieſen worden.

Lemma 1 §. 3 Es gründet ſich dieſe gantze analyſis auf folgende logicaliſche Wahrheiten: **Aus demienigen was wahr iſt, kan nichts falſches flieſſen.** *Lemma 2* **Wenn ſich ein Satz oder** propoſition ſimpliciter convertiren **läſſet, flieſſet ſowohl das** ſubjectum **aus dem** prædicato, **als das** prædicatum **aus dem** ſubjecto. Z. E. wenn ich ſagen kan, alles was herabfället, das iſt ſchwer, und alles was ſchwer iſt fället herab, ſo folget daher nicht nur, der Stein fället herab weil er ſchwer iſt, ſondern auch der Stein iſt ſchwer, weil er herab fället.

§. 4 Da man nun in der matheſi pura von aller Materie, welche ſonſt der Urſprung aller

Ver-

Veränderungen in denen cörperlichen Dingen iſt, abſtrahiret, (§. 7 Vorb.) und allein diejenigen Eigenſchafften der Gröſſen betrachtet, welche ihnen nach ihrer Natur, und folglich nothwendig, nicht aber von ohngefehr zukommen; ſo laſſen ſich auch keine Sätze richtiger convertiren, als die mathematiſchen, indem man allzeit ſicher ſchlieſſen kan, wo dergleichen objectum iſt, da finden ſich auch dergleichen Eigenſchafften, und wiederum, wo dergleichen Eigenſchafften anzutreffen, da muß daſſelbe objectum vorhanden ſeyn. Man erkennet ſolches hauptſächlich daraus, weil in denen meiſten mathematiſchen theorematibus erwieſen wird, daß das prædicatum dem ſubjecto gleich ſey, alle Gröſſen aber, welche einander gleich ſind, laſſen ſich unter einander verwechſeln, ſonder einigen Unterſcheid, ſintemahl die eine nicht gröſſer auch nicht kleiner iſt als die andere (Def. 7 §. 4 Vorber.) Dieſerwegen wird die analyſis der alten mathematicorum nach angeführten Gründen (§. 3) folgender maſſen angeſtellet.

Die Wahrheit eines theorematis auf analytiſche Art demonſtriren. *Probl. I.*

1) Setzet das theorema ſey wahr.

2) Dencket nach was aus dieſer Wahrheit ſo nothwendig flieſſe, daß weder die angenommene Wahrheit ohne dieſe conſectaria, noch dieſe ohne iene beſtehen können.

3) Fahret in dieſer Betrachtung fort, und erweget ferner was aus denen conſectariis für andere flieſſen, bis ihr auf einen Satz kommt, welcher entweder ſchon anderweitig bekannt und demonſtriret worden, folglich

offenbar wahr/ oder offenbar falſch iſt. Findet ſich eine offenbare und bekannte Warheit/ſo ſchlieſſet/daß der angenommene Satz (no. 1) richtig und gewiß ſey. Kommt ihr aber auf einen offenbar falſchen Satz/ſo könnet ihr wiederum ohnfehlbar ſchlieſſen/ daß der angenommene Satz (no. 1) ebenfals falſch ſey.

Beweiß.

1) Alle Sätze, welche aus den angenommenen flieſſen, ſind von der Art, daß ſie ſich mit demſelben ſimpliciter convertirn laſſen, (no. 2, 3)

2) Daher flieſſet der letzte nicht nur aus einem iedweden vorhergehenden, ſondern auch aus den erſten, (Lem. 2 §. 3)

3) Iſt demnach der letzte wahr, wird auch der erſte wahr ſeyn, iſt aber der letzte falſch, muß auch der erſte falſch ſeyn. (Lem. 1 §. 3) W. Z. B.

Z. E. Es ſoll erwieſen werden, daß, wenn in einen Circkul in dem diametro deſſelben 2 Puncte genommen werden, ſo von dem centro gleiche weit entfernet, und von beyden nach einen ieden Punct der peripherie Linien gezogen werden, die quadrate dieſer Linien ſo groß ſeyn, als die quadrate zweyer andern Linien, welche aus denſelben Puncten des diametri nach iedweden andern Punct der peripherie gezogen werden.

Conſtructio.

1) Es ſey der diameter BD (fig. 1)

2) in welchen AC = CE,

3) und von A und E nach L, ingleichen auch nach F gerade Linien gezogen ſind.

4) Zie-

4) Ziehet auch die Linien BF und DF.

5) Laſſet von F und L die perpendiculares FI und LC auf den diametrum BD fallen.

6) ſo ſoll erwieſen werden, daß □ AL † □ EL = □ AF † □ EF

Analyſis.

1) Setzet □ AL † □ EL = □ AF † □ EF

2) Weil in denen Trianguln ACL und ECL die Seiten AC = CE (conſtr. 2), und CL gemein, auch der Winckel ACL = ECL (conſtr. 5 ax. 3 §. 6 geom), ſo iſt auch AL = EL (th. 3 §. 6 geom.) folglich auch □ AL = □ EL

3) daher □ AF † □ EF = 2 □ EL (no. 1, 2)

4) □ EL = □ CL † □ CE (th. 8 §. 29 geom.)

5) □ BF = □ AF † □ AB † 2 rectang. AB·AI (prop. 12 lib. II Euclid.)

6) □ DF = □ EF † □ ED † 2 rectang. ED·EI ibid.)

7) Folglich □ BF † □ DF = □ AF † □ AB † 2 rectang. AB·AI † □ EF † □ ED † 2 rectang. ED·EI (ax. 4 §. 10 Vorb.)

8) Da nun □ AF † □ EF = 2 □ EL (no. 3) und 2 □ EL = 2 □ CL † 2 □ CE (no. 4), ſo wird auch □ BF † □ DF = □ AB † □ ED † 2 □ CL † 2 □ CE † 2 rectang. AB·AI † 2 rectang. ED·EI (no. 7 und ax. 4, 5 §. 10 Vorb.)

9) Weil BC = CD (ax. 2 §. 6 geom.) und CA = CE (conſtr. n. 2) ſo iſt auch BA = ED (ax. 5 §. 10 Vorb.), folglich □ BF † □ DF =

2 □ AB † 2 □ CL † 2 □ CE † 2 rectang AB·AI † 2 rectang. ED EI,

10) Weil ferner CD = CL (ax. 2 §. 6 geom) ſo iſt auch □ BF † □ DF = 2 □ AB † 2 □ CD † 2 □ CE † 2 rectang. AB·AI † 2 rectang. ED (= AB)·EI

11) Weil BA·(AI † IE = AE) = BA·AI † BA·EI = BA·AE, und AE = 2 AC (conſtr. n. 2), ſo wird auch AB·AI † AB·EI = AB·2 AC

12) daher □ BF † □ DF = 2 □ AB † 2 □ CD, † 2 □ EC † 2 rectang. AB·2 AC (n. 10, 11).

13) Weil 2 □ AB † 2 □ EC † 2 rectang. BA·2 AC = 2 □ CD (propr. 4. Lib. II. Euclid), ſo muß auch □ BF † □ DF = 4 □ CD ſeyn. (no. 12, 13) Wie es denn auch warhafftig iſt (th. 8 §. 29 geom.) daher der (no. 1) angenommene Satz richtig iſt. W. Z. B.

Ein anderes Bxempel.

Es ſoll examiniret werden, ob der Satz richtig iſt / welchen CAROLVS RENALDINVS (in arte analyt. P. II. Lib. II) annimmt. Er ſetzet, nemlich: Wenn über dem diameter eines Circkuls AB (fig. 2) ein gleichſeitiger Triangul ABF beſchrieben, und aus dem vertice deſſelben F ſowohl eine perpendicularis FCE, als andere gerade Linie nach dem Untertheil der peripherie gezogen wird, z. E. FI, welche in dem diametro das Stück CG, und in der peripherie den Bogen EI abſchneidet, verhalte ſich CG : AB = EI : gantzen peripherie.

Con-

Conſtructio.

1) Die diametri des Circkuls mögen AB und DE ſeyn.

2) conſtruiret über AB den gleichſeitigen Triangul AFB (probl. 1 §. 30 geom,)

3) Nehmet in dem diameter CG = GH, und ziehet aus F durch G und H die geraden Linien FGI und FHK, welche in dem Circkul die Bogen EI und EK abſchneiden.

4) Laſſet aus I und K die perpendiculares KM und IO auf DE fallen.

5) Ziehet IO zu beyden Seiten aus in N und L.

6) Ziehet die Linien CL, EK und continuiret FK in N.

Analyſis.

1) Setzet CG : EI = AB : peripherie, ingleichen, GH : IK = AB : peripherie.

2) folglich iſt auch CG : EI = GH : IK (ax. 3 §. 10 Vorb).

3) ingleichen EI : IK = CG = GH (th. 4 §. 22 arithm.)

4) ferner iſt FM : MK = FO : ON (th. 9 §. 6 geom.), oder FD † DM : MK = FD † DC † CO : ON.

5) daher iſt FD † DM · ON = MK · (FD † DC † CO) (th. 1. §. 22 arithm.)

6) Weil in denen Trianguln DKE und DKM der Winckel D gemein, und DKE (ein gerader th. 18 §. 6 geom.) = DMK (ax. 3 §. 6 geom), ſo iſt auch DKM = KED (cor. 3 th. 7 §. 6 geom.)

 folg-

folglich haben auch die beyden Triangul DKM, und KME gleiche Winckel, daher DK : DM = KE : MK (th. 12 §. 6 geom.)

7) Weil CH mit ON parallel (coroll. 2 th. 10 §. 6 geom.) ſo iſt auch FC : FO = CG : OI, ingleichen FC : FO = CH : ON. (th. 9 §. 6 geom.) daher auch CG : OI = CH : ON (ax. 3 §. 10 Vorb.) oder CG : CH = OI : ON (th. 4 §. 22 arith.), da nun CG ½ CH (conſt. 3) ſo iſt auch OI = ½ ON, das iſt = IN.

8) Weil LO ſinus rectus LE, OI ſinus rectus EI (§. 2 no. 4 trigon.), und OI = OL (th. 16 §. 6 geom. ſo iſt LE = EI. Da nun auch IK = EI (conſtr. no. 5 und hypoth.) ſo iſt LI = EK (ax. 4. §. 10 Vorb.)

9) Weil auch IN = OI (no. 7) und OI = LO (no. 8), ſo iſt NI = LO, daher ferner NO = LI = EK (no. 8).

10) der Winckel LEC (ſo über LE ſtehet im centro) iſt = EDK (ſo über EK, welcher nochmahl ſo groß als LE (no. 8) in der peripherie ſtehet) (th. 17 §. 6 geom.)

11) Weil alſo in denen triangulis COL und DKE der gerade Winckel COL = DKE (th. 18 §. 6 geom.) und EDK = LEC (no. 9) ſo iſt CL : DE = CO : DK (th. 12. §. 6 geom.) folglich weil CL = ½ DE (ax. 2 §. 6 geom), ſo iſt auch CO = ½ DK.

12) da nun die baſis DK des trianguli DKE nochmahl ſo groß als die baſis CO, (no. 11) und

die

die Höhe KE = ON (no. 9), ſo iſt auch der Triangul DKE = ON· CO (th. 9 §. 29 geom).

13) Da ferner DK : DM = KE : KM (no. 6), und ON = EK (no. 9), ſo iſt auch DK· KM = DM· ON (th. 4 §. 22 arithm).

14) und FD·ON † DM·ON = FD·ON † DK· KM (no. 12).

15) daher FD· ON † DK· KM = KM· (FD † DC † CO) (no. 5, 14).

16) Da nun die Triangul DEK = MK· DC (probl. 20. §. 33. geom.), wie auch = ON· OC (no. 12), ſo iſt FD· ON † DK· MK = KM· (FD † CO) † NO· OC.

17) Und weil CO = $\frac{1}{2}$ DK (no. 11), ſo iſt auch FD·ON † 2CO·MK = KM·(FD † CO) † NO·OC·

18) folglich FD·ON = KM·FD † NO· OC — MK· CO (ax. 5 §. 10 Vorb.)

19) Jngleichen FD· ON — ON· OC = MK· FD — MK· CO (ibid.), oder, ON· (FD — OC) = MK· (FD — CO)

20) Daher weiter OM = MK (ax. 9 §. 10 Vorb).

22) Und weil ON = EK [no. 9] wird auch EK = MK, welches mit dem [th. 8. 29 geom.] ſtreitet, daher der (no. 1) angenommene Satz falſch ſeyn muß.

Die reſolution eines problematis durch die analyſin finden. *Probl 2*

1) Setzet das vorgegebene problema könne auf eine gewiſſe Art reſolviret werden.

2) Dencket aldenn weiter nach was zu der angenommenen reſolution für conſtructiones nöthig ſind.

3) Schlaget dieſelben nach in denen datis oder locis reſolutis damit ihr erfahret / ob dieſelbe alle möglich ſeyn / oder geſchehen können.

4) treffet ihr eine darunter an / welche noch nicht bekant / oder gar unmöglich iſt / ſo läſſet ſich auch das problema auf die angenommene Art nicht reſolviren. Sind aber alle möglich und bekannt / ſo könnet ihr auch auf dieſelbe Art das problema conſtruiren.

Der Beweiß hievon iſt an ihm ſelber klahr, denn wenn in der gantzen operation nichts vorkömmt, daß ſich nicht ſolte conſtruiren laſſen, findet ſich auch dabey keine Schwierigkeit; wo aber dergleichen vorhanden, iſt auch offenbahr, daß man in ſolcher operation nicht werde fortkommen können.

Z. E. Es ſoll zwiſchen 2 Linien, welche nach einen gewiſſen Winckel gegen einander incliniren, (und dahero nach der alten analyſtarum Redens-Art poſitione gegeben ſind) einer anderen gegebenen Linie eine parallele gezogen werden, ſo einer gewiſſen Linie gleich ſey.

Conſtruction.

1) Nehmet die Linien AB und AC, fig. 3) welche den Winckel BAC mit einander machen,

2) Zwiſchen dieſen ſey die Linie BC gegeben, welcher ein parallele ſoll gezogen werden, ſo = GH.

Analyſis.

1) Setzet DE ſey = GH und BC parallel.

2) Ziehet durch A der Linie BC parallel AF, (welches möglich probl. 21. §. 22 geom.), ſo muß auch DE parallel AF ſeyn, (ax. 3. §. 10. Vorb.)

3. Zie-

3) Ziehet auch durch *E* der Linie *DA* parallel *EF* (probl. 21 §. 22 geom.) welche *AF* abſchneidet in *F*.

4] folglich iſt *ADEF* ein parallelogrammum (def. 6 §. 28 geom.), und alſo *AF* = *DE* (ax. 2 §. 29 geom.)

5) Weil demnach die Linie *AF* ſowol nach ihrer Gröſſe als Lage (poſitione) gegeben iſt, (no. 2, 4) ſo kan dieſelbe leicht verzeichnet werden, nachmahls darff nur durch *F* der Seiten *AB* die parallele *FE* gezogen werden, ſo determiniret dieſelbe das punct *E*, durch welches die verlangte Linie mit *BC* parallel zu ziehen, daß ſie *GH* gleich werde.

Hieraus flieſſet folgende ſolution des vorgegebenen problematis.

1) Ziehet durch *A* der Linie *BC* eine parallele

2) machet dieſelbe *AF* = der gegebenen Linie *GH*

3) Ziehet durch *F* der Seiten *AB* parallel *FE*, und durch *E* der Seiten *BC* parallel *ED*, welche *GH* wird gleich ſeyn, wie verlangt würde.

Ein ander Exempel.

Es ſoll erwieſen werden, daß kein ſchieffwincklichtes parallelogrammum in einem Circkul könne beſchrieben werden.

Conſtruction.

1) Es ſey der Circkul *ABCD* (fig. 4),

2) und in demſelben ein parallelogrammum *ABCD* beſchrieben, wie auch deſſen diagonalis *CB*, welche, weil ſie mitten durch das parallelogra-

logrammum gehet, und dieſes mitten in dem Circkul ſtehet, durch das centrum gehen muß, und daher der diameter des Circkuls (def. 8 §. 3 geom).

Analyſis.

1) Setzet das parallelogrammum *ABCD* habe ſchieffe Winckel als ein Rhombus oder Rhomboides.

2) weil die diagonalis *CB* durch das centrum gehet, ſo ſind *CDB* und *CAB* gerade Winckel (th. 18 §. 6 geom), und mit dieſen machen die Winckel *DCA* und *ABD* 2 gerade Winckel, (coroll. 2 th. 6 geom.) daher ſind auch dieſe gerade.

3) Müſſen demnach alle Winckel des parallelogrammi, welches in einen Circkul beſchrieben wird gerade ſeyn, ſo iſt nicht möglich, daß in einen Circkul ein ſchieffwincklichtes parallelogrammum beſchrieben werde. W. Z. B.

§. 5. Es iſt aber nicht zu leugnen, daß dergleichen analyſis zuweilen gar weitläufftig und mühſam ſey, weil man iederzeit zurück gehen, und auf die data acht haben muß, damit man erkenne, was bekant und möglich ſey oder nicht. Dieſerwegen haben auch viele unter denen alten mathematicis inſonderheit *ARCHIMEDES* (lib. de ſphæra & cylindro) ſich nicht præciſe an die data gebunden, ſondern bey der analyſi der problematum, gleichwie bey denen theorematibus ſo fort acht gehabt, was wahr oder falſches aus denen angenommenen Sätzen der conſtruction flieſſe; dergleichen methode die problemata zu demonſtriren, insgemein methodus Archimedea genannt wird. z. E. Es ſoll

mit

mit unverrückter Oeffnung des Circkuls eine mittlere proportionalis gezogen werden.

Analyſis.

1) Setzet die mittlere proportionalis zwiſchen *AC* und *BC* (Fig. 5) ſey *EC*.

2) Continuiret die kleinere Linie *BC* zu beyden Seiten.

3) Faſſet die gröſſere Linie *AC* mit den Circkul, und traget ſie aus *B* in *D*, aus *C* in *A*.

4) Richtet über *BC* ein triangulum æquicrurum *BEC* auf, und ziehet nach *E* aus *A* und *D* die Linien *AE* und *DE*

3) Alſo iſt *BC* : *CE* ∺ *CE* : *CA* (no. 1)

6) Weil alſo in denen triangulis *BCE* und *ACE* die Seiten proportionirt, ſo ſind auch die Winckel derſelben einander gleich. (th. 12 §. 6 geom.) daher auch *CE* : *EB* ∺ *CA* : *AE* (ibid.) Weil alſo *CE* ∺ *BE* (no. 4) ſo muß auch *CA* ∺ *AE* ſeyn.

7) Gleicherweiſe iſt *CB* : *BE* ∺ *DC* : *BD* (no. 1)

8) Daher auch in denen triangulis *CBF* und *DEC* die Winckel gleich ſind, (th. 12 §. 6 geom.) und folglich weil *BE* ∺ *CE* (no. 4) ſo iſt auch *BD* ∺ *DE*.

9) Da nun die Gröſſe der Linien *BD* und *AC* gegeben (no. 3), ingleichen *DE* und *AE* (no. 6 und 8) ſo kan, wenn aus *A* und *D* mit *AE* und *DE* Bogen gezogen werden, durch den Durchſchnitt derſelben, das Punct *E* determiniret werden, aus welchen die mittlere proportionalis in *B*

oder

oder C fället. Daher dieſes problema folgender maſſen reſolviret wird.

1) Continuiret die kleine gegebene Seite *BC* zu beyden Seiten in A und D, daß *CA* und BD = *AC*.

2, Mit derſelben Oeffnung des Circkuls AC ziehet durch *A* und B Bogen die ſich ſchneiden in E.

3) Ziehet aus E die Lienien EB oder EC, iede von dieſen gibt die mittlere proportional-Linie zwiſchen *AC* und BC.

§. 6. Durch dergleichen analyſin ſind vermuthlich die meiſten mathematiſchen Wahrheiten von dem *EUCLIDE, ARCHIMEDE, APOLLONIO* und anderen erfunden worden. Es hat auch dieſe methode unbekandte Wahrheiten zu finden verſchiedene Vortheile vor allen andern, in dem dadurch nach dem Urtheil des Herrn von LEIBNITZ (*Act.* Erud. Lips. anno 1707 mens. Martio) die allerbequemſten und ordentlichſten Reſolutiones vieler geometriſchen Auffgaben gefunden werden; wie man ſich den derſelben überhaupt am meiſten zu bedienen pfleget, wenn etwas unbekandtes ſoll entdecket und erfunden werden, nachmahls aber werden die gefundene Wahrheiten deutlicher durch die ſyntheſin erwieſen. Sintemahl die ſyntheſis **nichts anders iſt, als ein Beweiß in welchen man dieienige Wahrheit auf welche man in der** analyſi **zu letzt verfallen, zum Grunde annimmt, und daraus die Wahrheit deſſen, was in der** analyſi ſupponiret **worden, behauptet.** Dieſem-

Def.

ſemnach wird die ſyntheſis eines theorematis oder problematis folgender maſſen angeſtellet. Probl

1) Wenn die analyſis (§. 4) geſchehen/ ſo nehmet dieienige Wahrheit dabey ihr in derſelben ſtehen blieben zum Haupt-Grunde an.

2) Beweiſet aus dieſen Principio alle vorhergehende Sätze in der analyſi, durch welche ihr daſelbſt auf dieſe Wahrheit geführet worden/ biß ihr wieder auff das theorema oder problema kommet/ deſſen Wahrheit oder Conſtruction ihr Anfangs angenommen habet. So iſt dieſelbe aus der in der analyſi zuletzt gefundenen Wahrheit erwieſen.

Beweiß.

Weil alle Sätze welche in der analyſi vorkommen, ſich ſimpliciter convertiren laſſen, (§. 4) und daher einer aus dem andern flieſſet, ſo kan ſo wohl der erſte aus dem letzten, als der letzte aus dem erſten Satz erwieſen werden. (lem. 2 §. 3) W. Z. B.

Z. E. Es ſoll das erſte theorema ſo zu Erläuterung probl. 1 §. 4 reſolviret werden, per ſyntheſin demonſtriret werden. Weil die analyſis ſtehen blieb bey dem theoremate 8 §. 29 geom. ſo ſetzet daſſelbe zum Grunde. Daher den

1) □ hypoth. BD ⩵ □BF † □ DF (th. 8. §. 29 geom.)

2) Daher 4 □CD ⩵ □BF † □ DF (ax. 3, §. 10 Vorb.)

3) Ingleichen, 2 □ CD † 2 □ AB † 2 □ EC ⩵ 2 rectang. BA · AC ⩵ □ BF † □ DF (prop. 4 lib. 2 Euclidis).

4) Folg-

4) Folglich □BF † □DF = 2 □CD † □AB † □ED † 2 □CE † 2 rectang. BA·AI † 2 rectang. DE·EI (conſtr. 2.)

Und alſo ferner; □AF † □AB † 2 rectang. AB·AI † □EF † □ED † 2 rectang. ED·EI = 2 □CD † □AB † □ED † 2 □CE † 2 rectang. BA·AI † 2 rectang. DE·EI (prop. 12 L. II. Eucl.) das iſt: □AF † □EF = 2 □CD † 2 □CE (ax. 5 §. 10 Vorb.

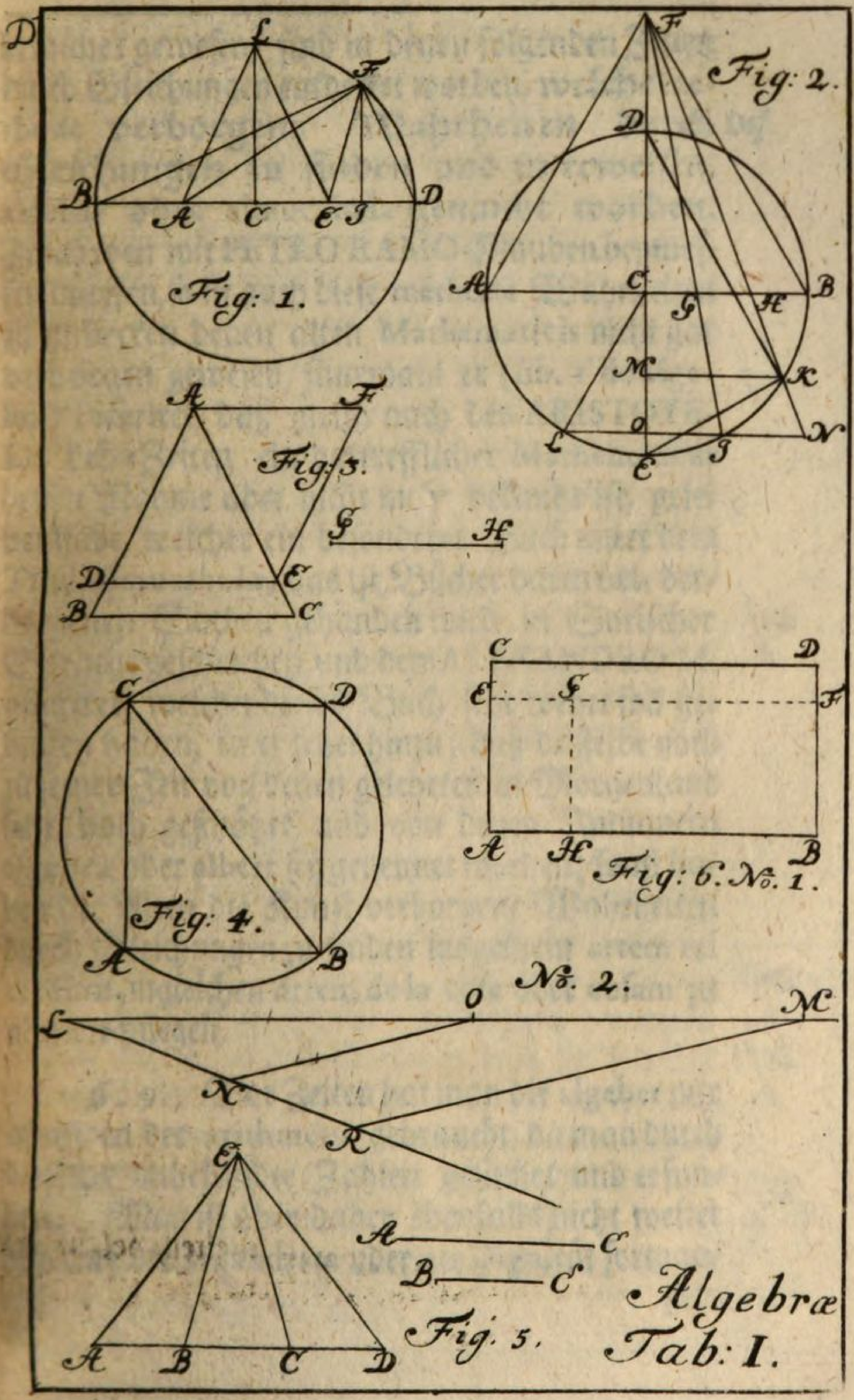
6) Und weil □EL = □CL (= □CD) † □CE = (th. 8 §. 29 geom.) ſo wird auch □AF † □EF † 2 □EL (ax. 3 §. 6 Vorb. W. Z. B.

§. 7. Denen problematibus welche durch die analyſin reſolviret worden, iſt die ſyntheſis oder conſtruction ſofort beygefüget worden. Wer ſich aber mit mehrern Exempeln ſo wohl in der analyſi comtemplativa als problematica üben will, kan alle theoremata in der geometrie, (§. 6 und 29) ingleichen die problemata geometria vor ſich nehmen, und auf vorgeſchriebene Art ſo wohl die Wahrheit derer theorematum, als die conſtructiones derer problematum ſuchen, auch nachmahls dieſelben per ſyntheſin wieder erweiſen und erklähren.

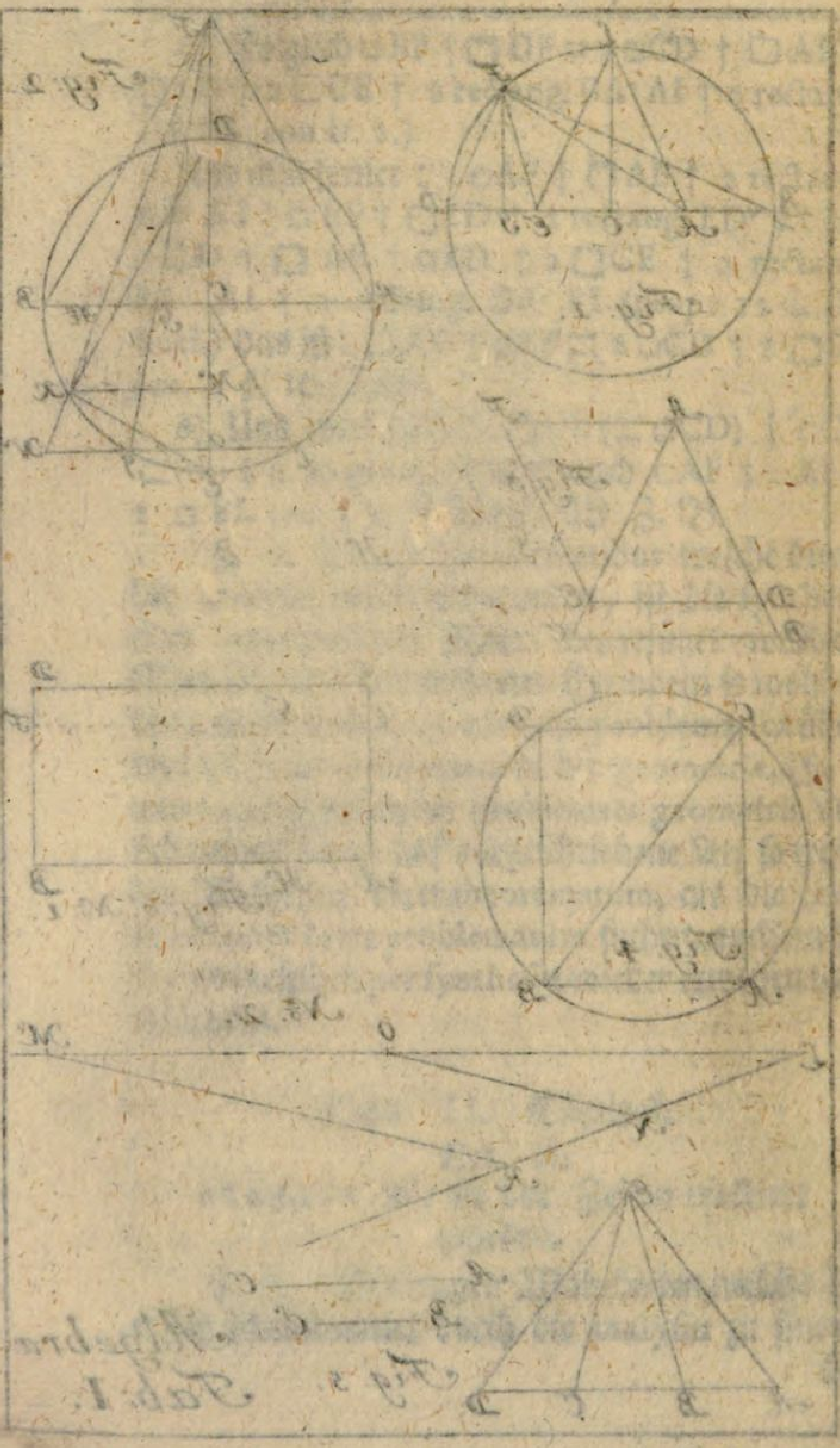
Das II. Capitel.

Von der ALGEBER wie ſie vor Zeiten tractiret worden.

§. 8. Diejenigen Wahrheiten, welche die erſten Mathematici durch die analyſin zu finden be-



Algebræ
Tab: I.



bemühet geweſen, ſind in denen folgenden Zeiten durch Gleichungen entdecket worden, welche methode **verborgene Wahrheiten durch Gleichungen zu finden und zu erweiſen**, algeber **oder** almucabula **genandt worden.** Def.
Zwar weñ wir PETRO RAMO Glauben beymeſſen dürffen, ſo iſt auch dieſe methode Wahrheiten zu entdecken denen alten Mathematicis nicht gar verborgen geweſen, ſintemahl er (lib. 1 de algebra) referiret, daß gleich nach des ARISTOTELIS Leb-Zeiten ein vortrefflicher Mathematicus deſſen Nahme aber nicht mehr bekandt iſt, gelebet habe, welcher ein beſonderes Buch unter dem Titul *Almucabulæ*, das iſt, Bücher darin von verborgenen Sachen gehandelt wird, in Syriſcher Sprache geſchrieben, und dem ALEXANDRO M. offeriret, welcher dieſes Buch ſehr wehrt ſoll gehalten haben, ja er ſetzet hinzu, daß daſſelbe noch zu ſeiner Zeit von denen gelehrten in Morgenland ſehr hoch geſchätzet, und von denen Indianern algebra oder albert ſey genennet worden; ſonſt haben die Alten die Kunſt verborgene Wahrheiten durch Gleichungen zu finden insgemein artem rei cenſum, ingleichen artem de la coſe oder coſam zu nennen pflegen.

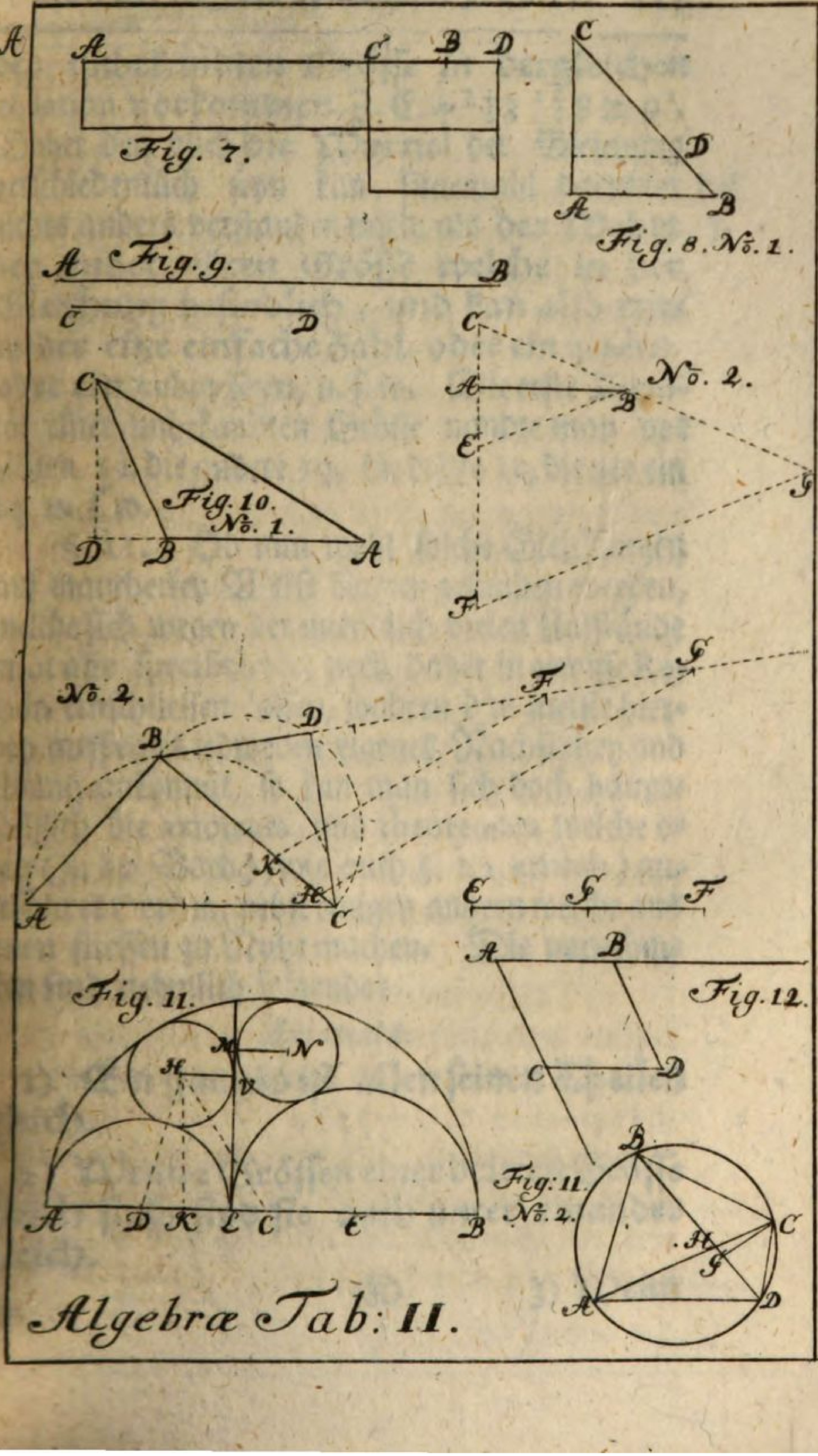
§. 9. Vor Zeiten hat man die algeber nur allein in der arithmetic gebraucht, da man durch dieſelbe unbekandte Zahlen geſuchet und erfunden. Man iſt aber dabey ebenfalls nicht weiter biß auf die biquadrata oder 4te Dignität fortgangen.

gen. Sintemahl *DIOPHANTUS* und deſſen Nachfolger als *LUDOVICUS DE BURGO S. SEPULCHRI*, und *STIFELIUS* in ihren algebraiſchen Reſolutionibus bey denen einfachen und quadrat-Zahlen ſtehen blieben. *SCIPIO FERREUS* hat nachmahls beſondere Reguln hinzugethan, nach welchen auch dergleichen problemata können reſolviret werden, darin cubic-Zahlen vorkommen, welche zu erſt von *CARDANO* in arte Magna an. 1545 an das Licht gebracht worden. Endlich hat auch *LUDOVICUS FERRARENSIS* gezeiget, wie man auch ſolche Gleichungen reduciren könne, darinnen biquadratiſche Zahlen vorkommen.

Def. 1. §. 10. Was die Gleichungen ſelber anlanget, ſo wird dadurch nichts anders verſtanden, als eine Erfindung zweyer Gröſſen, deren Werth auf verſchiedene Weiſe exprimiret wird, dennoch aber an ſich gleich und einerley iſt. Z. E. wenn ich ſage 6 = 4 † 2. Nach dem aber die Gröſſen deren Wehrt auf 2erley Weiſe gefunden wird, unterſchieden ſind, ſo werden auch die Gleichungen getheilet in einfache, (ſimplices) in welchen ſich lauter einfache Gröſſen finden, Z. E. 8 = 6 † 2, oder quadratiſche, cubiſche, biquadratiſche, u. ſ. f. Wenn in denſelben die quadrata, cubi, oder biquadrata gewiſſer Gröſſen vorkommen, Z. E. □ 5 = □ 4 † □ 3, oder $8^3 = 2 \cdot 4^3$ u. ſ. f. Oder auch endlich in affectas wenn verſchiedene Dignitäten von

(Marginal notes: Def. 2. — Def. 3. — Def. 4.)

der



Algebræ Tab: II.

der unbekandten Gröſſe in dergleichen æquation vorkommen. Z. E. $4^3 + 3^2 + 8 = 9^2$. Daher den auch die Wurtzel der Gleichung verſchiedentlich ſeyn kan, ſintemahl darunter nichts anders verſtanden wird, als der Wehrt der unbekandten Gröſſe welche in der Gleichung befindlich, und kan alſo entweder eine einfache Zahl, oder ein quadrat, oder ein cubus ſeyn, u. ſ. w. Die erſte Dignität einer unbekandten Gröſſe nandte man vor Zeiten 1 l, die andere 1 q, die dritte 1 c, die 4te ein bq u. ſ. w. Def. 5.

§. 11. Ob nun wohl ſolche Gleichungen auf mancherley Weiſe können gefunden werden, welche ſich wegen der unendlich vielen Umſtände nicht alle ſpecificiren, noch daher in gewiſſe Reguln einſchlieſſen laſſen, ſondern das meiſte hierbey auff eines iedweden eigenes Nachſinnen und Ubung ankömmt, ſo kan man ſich doch hauptſächlich die axiomata und theoremata welche oben (§. 10 Vorb.), wie auch §. 22 arithm.) angeführet worden, nebſt einigen andern welche aus ienen flieſſen zu Nutze machen. Die vornehmſten ſind nehmlich folgende:

Axiomata.

1) Ein gantzes iſt allen ſeinen Theilen gleich.

2) Wenn 2 Gröſſen einer dritten Gröſſe gleich ſind, ſind ſie auch unter einander gleich.

3) Wenn 4 Gröſſen in geometriſcher proportion ſich finden, iſt das factum des erſten und 4ten dem facto der beyden mittleren gleich.

4) Wenn 3 Gröſſen in geometriſcher proportion ſtehen, iſt das factum der beyden euſſerſten dem quadrat der mittleren gleich.

5) Wenn von 4 Gröſſen die erſte (2) ſich zur andern (4) verhält, wie die dritte (3) zur 4ten (6); ſo verhält ſich auch die erſte zur dritten wie die andere zur vierdten; nehmlich 2 : 3 = 4 : 6.

6) Jngleichen die Summe der erſten und andern zur andern, wie die Summe der dritten und vierdten zur vierdten, als: 2†4 : 4 = 3†6 : 6.

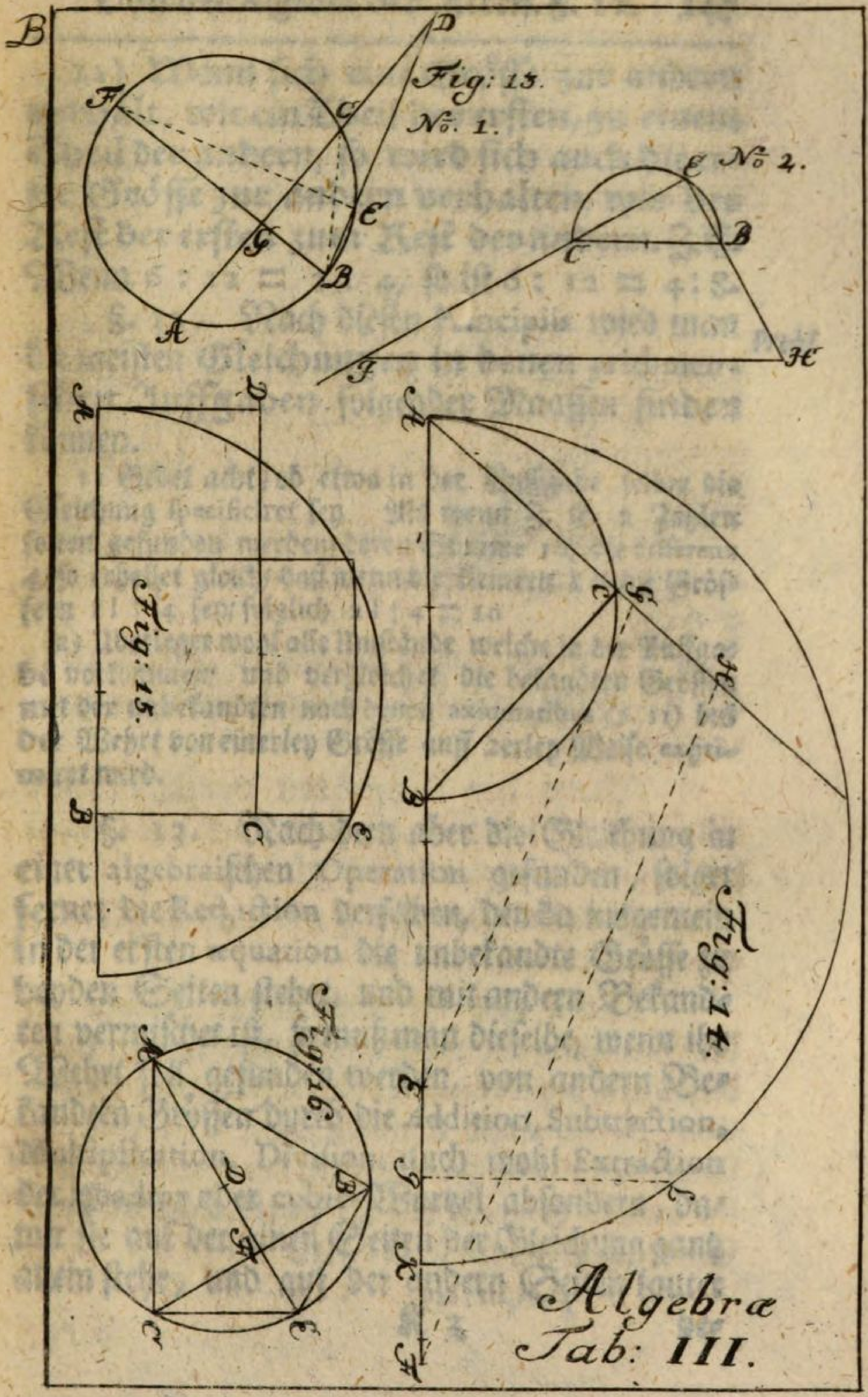
7) Wie auch die andere zur erſten, wie die 4te zur dritten. Z. E. 4:2 = 6 : 3.

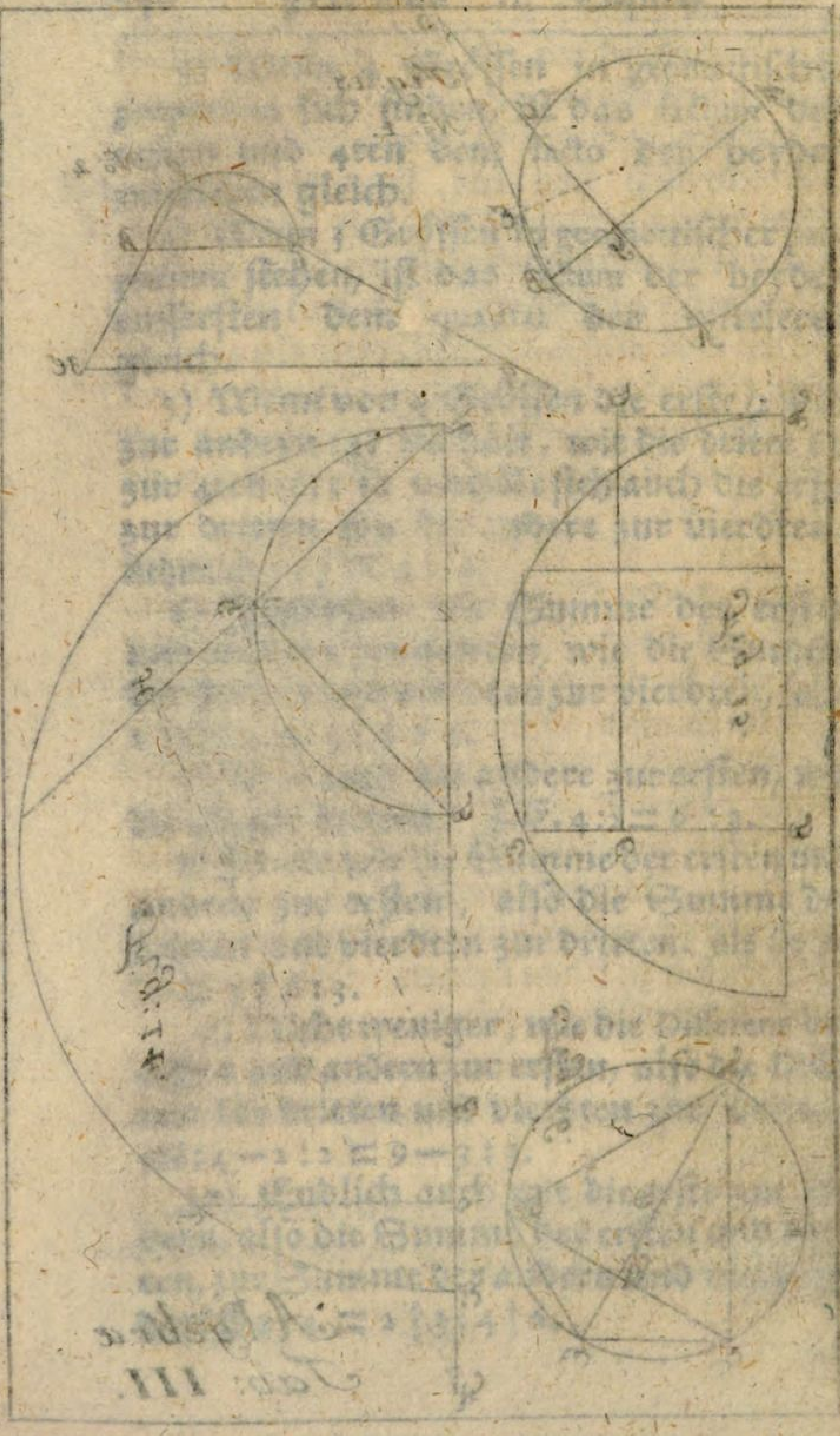
8) Ferner, wie die Summe der erſten und andern zur erſten, alſo die Summe der dritten und vierdten zur dritten. als : 2†4 : 2 = 3†6 : 3.

9) Nicht weniger, wie die Differenz der erſten und andern zur erſten, alſo die Differenz der dritten und vierdten zur dritten. als : 4—2 : 2 = 9—3 : 3.

10) Endlich auch wie die erſte zur andern, alſo die Summe der erſten und dritten, zur Summe der andern und vierdten, das iſt 2 : 4 = 2†3 : 4†6.

11)


B
Fig: 13.
No. 1.
No. 2.
F C D E G B A
E C B F H
Fig: 15.
A D B C E
Fig: 14.
A G C H B E I L K F
Fig: 16.
A D B H C E
Algebræ
Tab: III.



11) Wenn ſich eine Gröſſe zur andern verhält, wie ein Theil der erſten, zu einem Theil der andern, ſo wird ſich auch die erſte Gröſſe zur andern verhalten, wie der Reſt der erſten zum Reſt der andern. Z. E. Wenn 6 : 12 = 2 : 4, ſo iſt 6 : 12 = 4 : 8.

§. 12. Nach dieſen Principiis wird man die meiſten Gleichungen in denen arithmetiſchen Auffgaben folgender Maaſſen finden können. Probl

1) Gebet acht / ob etwa in der Auffgabe ſelber die Gleichung ſpecificiret ſey. Als wenn z. E. 2 Zahlen ſolten gefunden werden / deren Summe 10 / die differenz 4 / ſo erhellet gleich / daß wenn die kleinern 1 l / die Gröſſern 1 l + 4 ſey / folglich 2 l + 4 = 10

2) Uberleget wohl alle Umſtände welche in der Auffgabe vorkommen / und vergleichet die bekandten Gröſſen mit der unbekandten nach denen axiomatibus (§. 11) biß der Wehrt von einerley Gröſſe auff 2erley Weiſe exprimiret wird.

§. 13. Nach dem aber die Gleichung in einer algebraiſchen Operation gefunden, folget ferner die Reduction derſelben, den da insgemein in der erſten æquation die unbekandte Gröſſe zu beyden Seiten ſtehet, und mit andern Bekandten vermiſchet iſt, ſo muß man dieſelbe, wenn ihr Wehrt ſoll gefunden werden, von andern Bekandten Gröſſen durch die Addition, Subtraction, Multiplication, Diviſion, auch wohl Extraction der quadrat oder cubic-Wurtzel abſondern, damit ſie auf der einen Seiten der Gleichung gantz allein ſtehe, und auf der andern Seiten lauter

bekandte Gröſſen befindlich ſind, welches man allhie die Reduction nennet. Dieſes geſchiehet insgemein nach folgenden principiis, welche auch ſchon zum Theil oben (§. 10 Vorb.) ſind erklähret worden.

Axiomata.

1) Wenn zu gleichen gleiches hinzugethan wird, ſind die Summen gleich.

2) Wird von gleichen gleiches vongenommen, bleibet auch gleiches übrig.

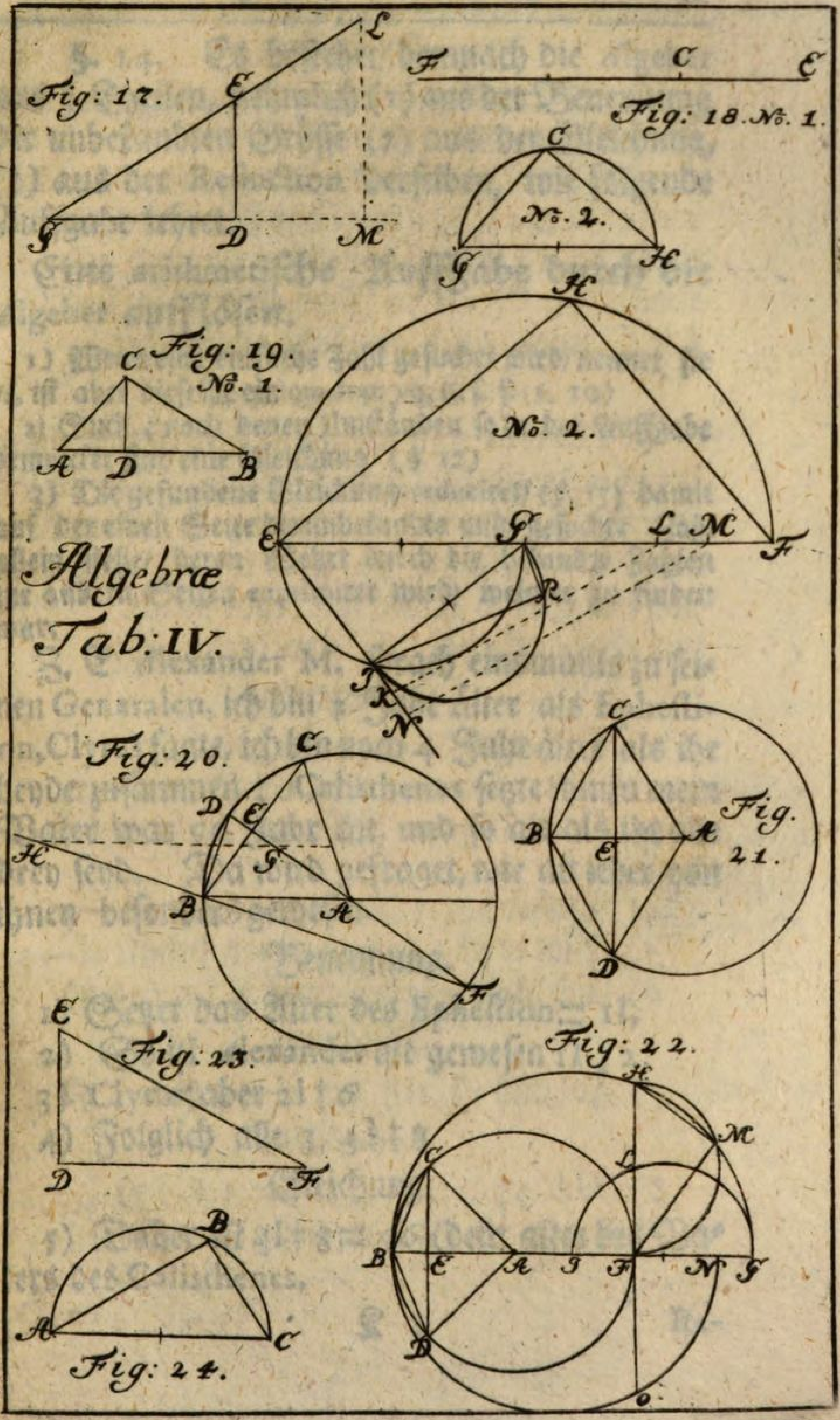
3) Wenn einerley Gröſſen in einander multipliciret werden, ſind die producta gleich.

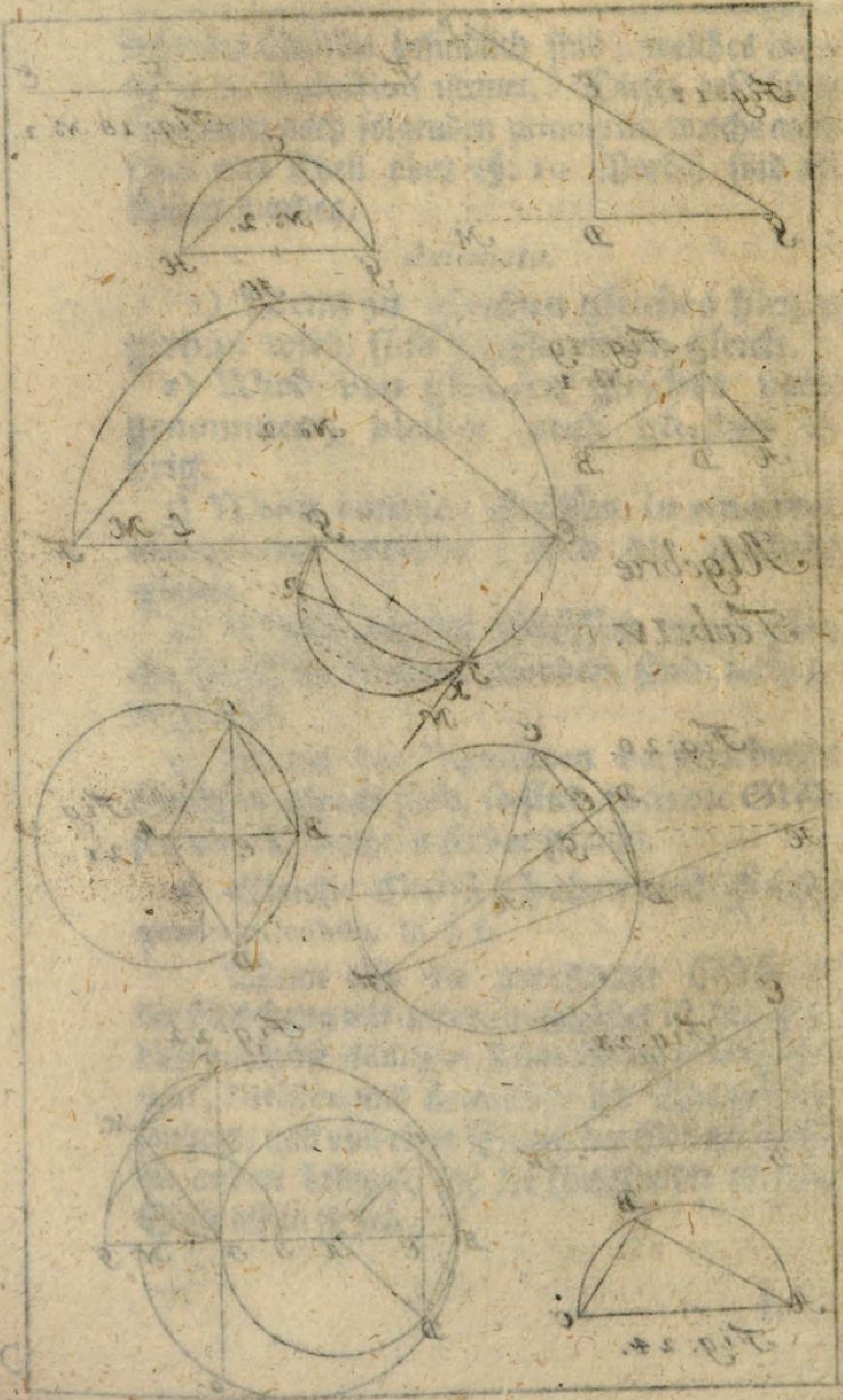
4) Wenn einerley Gröſſen durch gleiche Größen dividiret werden, ſind die quota gleich.

5) Wenn die Dignitäten verſchiedener Gröſſen gleich ſind, ſo ſind auch die Gröſſen oder Wurtzeln ſelber gleich.

6) Gleiche Gröſſen haben auch gleiche quadrata, cubos, u. ſ. f.

Wenn alſo die unbekandte Gröſſe in der Gleichung mit andern vermiſchet iſt, kan man dieſe durch die Addition, Subtraction, Multiplication, Diviſion und Extraction der Wurtzeln abſondern, und von einer Seiten der Gleichung auf die andere bringen, biß die Unbekandte an einer Seite allein ſtehet.


Algebræ
Tab: IV.
Fig: 17.
Fig: 18. No. 1.
No. 2.
Fig: 19.
No. 1.
No. 2.
Fig: 20.
Fig. 21.
Fig: 22.
Fig: 23.
Fig: 24.



§. 14. Es beſtehet demnach die *Algeber* aus 3 Theilen, nehmlich (1) aus der Benennung der unbekandten Grösse (2) aus der Gleichung, (3) aus der Reduction derſelben, wie folgende Auffgabe lehret.

Eine arithmetiſche Auffgabe durch die *Algeber* aufflöſen.

1) Wenn eine einfache Zahl geſuchet wird/ nennet ſie *1l*, iſt aber dieſelbe ein quadrat 1q, u. ſ. f. (§. 10)

2) Suchet nach denen Umſtänden ſo in der Auffgabe bemercket ſind eine Gleichung (§ 12)

3) Die gefundene Gleichung reduciret/ (§. 13) damit auf der einen Seite die unbekandte und geſuchte Zahl allein ſtehe/ deren Wehrt durch die bekandte Zahlen zur andern Seiten exprimiret wird/ welcher zu finden war.

Z. E. *Alexander* M. ſprach einsmahls zu ſeinen Generalen, ich bin 2 Jahr älter als Epheſtion, Clytus ſagte, ich bin noch 4 Jahr älter als ihr beyde zuſammen; Caliſthenes ſetzte hinzu mein Vater war *96* Jahr alt, und ſo alt als ihr alle drey ſeyd. Da wird gefraget, wie alt ieder von ihnen beſonders geweſen.

Benennung.

1) Setzet das Alter des Epheſtion = 1l,

2) So iſt *Alexander* alt geweſen 1l † 2

3) Clytus aber 2l † *6*

4) Folglich alle 3, 4l † 8

Gleichung.

5) Daher iſt 4l † 8 = *96* (dem alter des Vaters des Caliſthenes.

Reduction.

6) Wird zu beyden Seiten 8 weggenommen, bleibet 4l = 88 (ax. 2 §. 13)

7) Wird zu beyden Seiten mit 4 dividiret, bleibet 1l = 22; da nun 1l das Alter des Epheſtion war, (no. 1) ſo muß Epheſtion 22, und alſo *Alexander* 24, Clytus 50 Jahr alt geweſen ſeyn. Deren Summe auch *96* Jahr ausmachet.

Andere Exempel.

11) Tityrus und Melibæus ſtritten mit einander über der Anzahl ihrer Schaffe. Tityrus ſagte, gibſt du mir eins von deinen, ſo bekomme ich nochmahl ſoviel als du, gebe ich dir aber eines von meinen, ſo haben wir beyde gleich. Wie viel Schaaffe hat alſo iedweder gehabt?

Benennung.

1) Setzet Melibæus habe gehabt 1l.

2) Gibt er davon 1 weg, behält er 1l—1,

3) Und Tityrus bekömmt nochmahl ſo viel = 2l—2,

4) Daher hat er Anfangs gehabt 2l—3.

5) Gibt er nun hievon 1 weg, behält 2l—4,

6) Und Melibæus bekömmt 1l † 1. (no. 1)

Gleichung.

7) Folglich iſt 1l † 1 = 2l—4 (no. 5 6)

Reduction.

8) *Add.* 4; 1l † 5 = 2l (ax. 1 §. 13)

9) Subtr. 1l, 5 = 1l (ax. 2 §. 13)

10) Hat

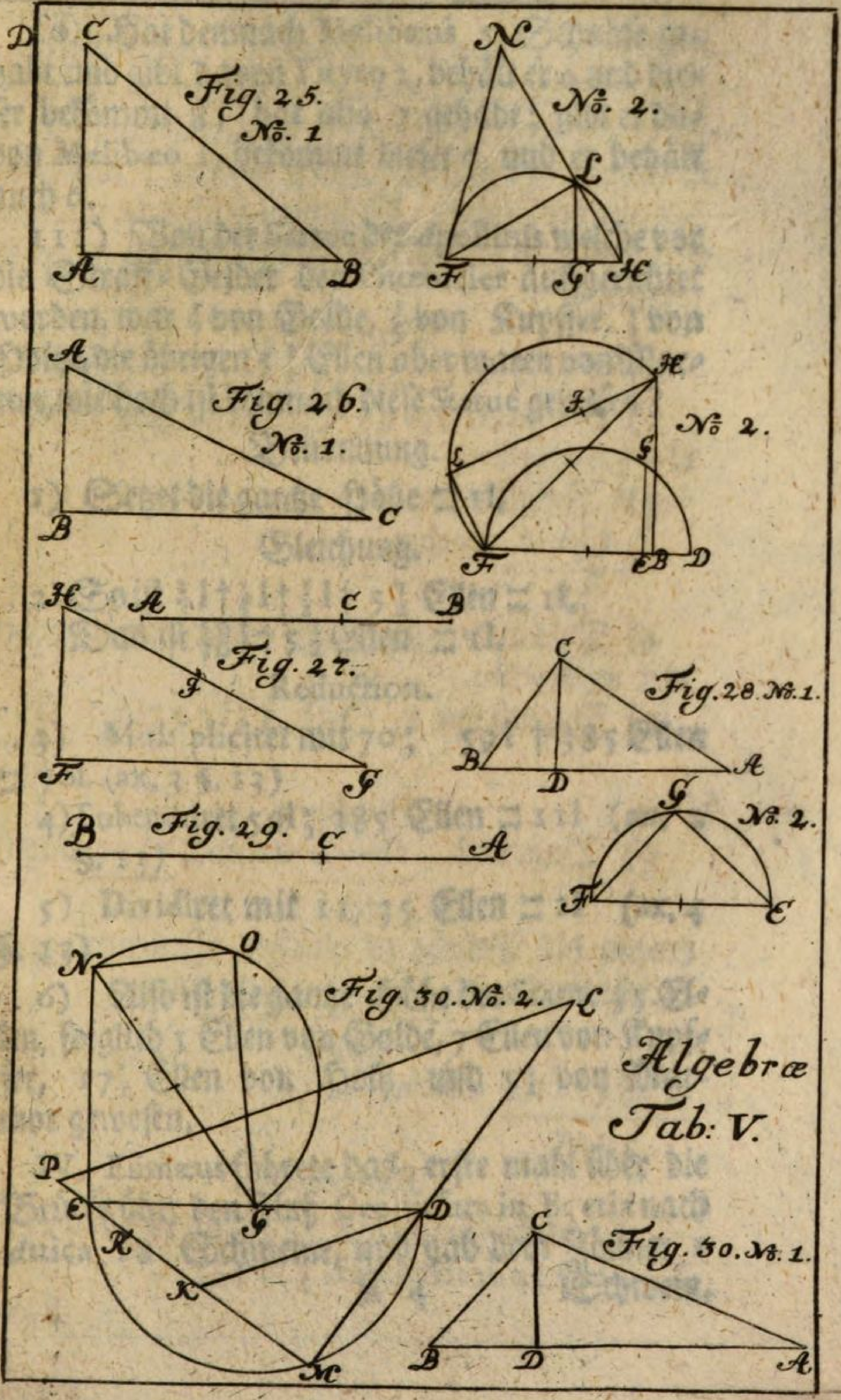
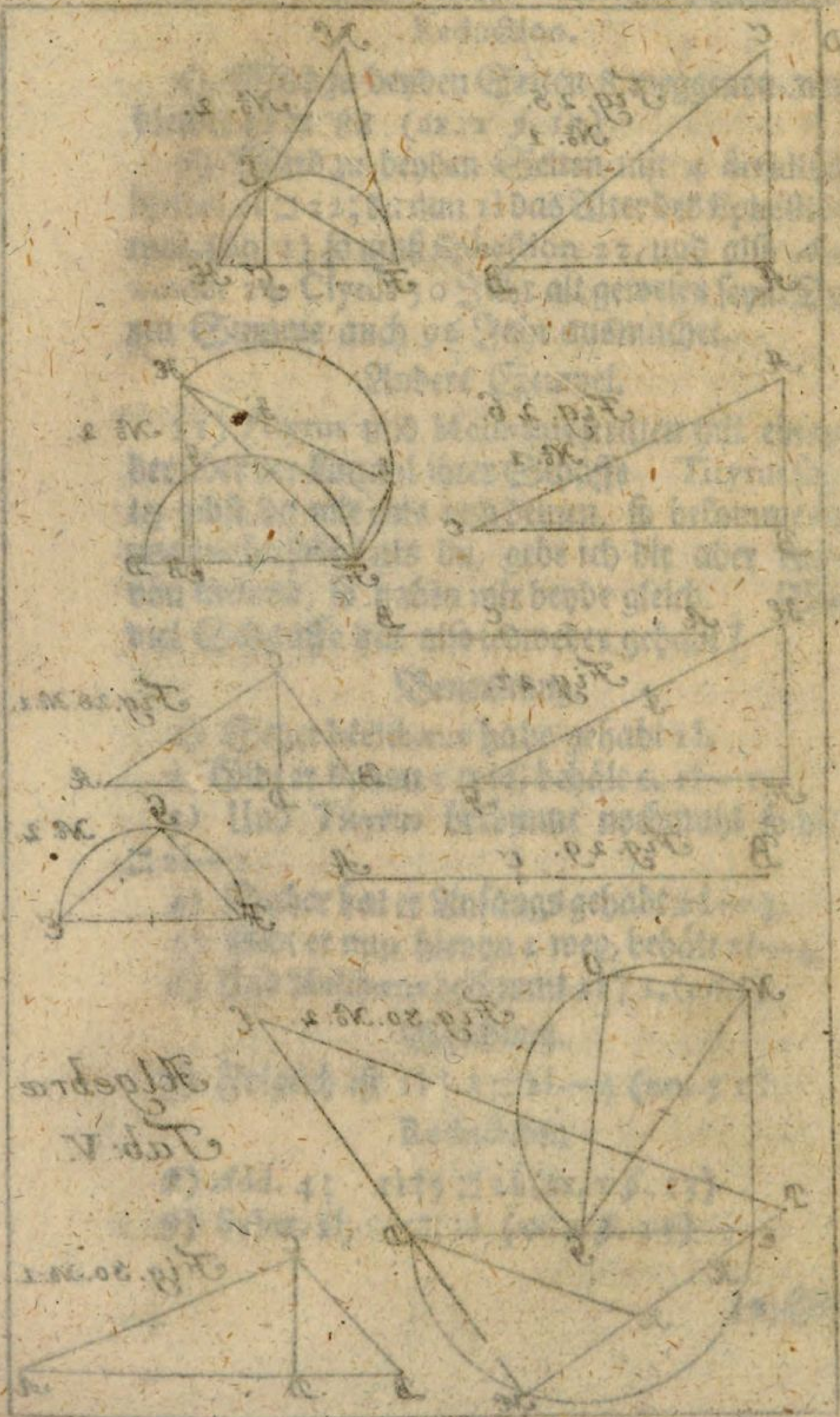


Fig. 25. No. 1
No. 2.
Fig. 26. No. 1.
No. 2.
Fig. 27.
Fig. 28. No. 1.
No. 2.
Fig. 29.
Fig. 30. No. 2.
Fig. 30. No. 1.
Algebræ
Tab: V.



10) Hat demnach Melibæus 5 Schaafe gehabt, und gibt davon Tityro 2, behält er 4, und dieſer bekömmt 8, hat alſo 7 gehabt; gibt er davon Melibæo 1, bekömmt dieſer 6, und er behält auch 6.

III) Von der Statue des *Apollinis* welche vor die Straff-Gelder der Phœnicier aufgerichtet worden, war $\frac{1}{7}$ von Golde, $\frac{1}{5}$ von Kupffer, $\frac{1}{2}$ von Holtze, die übrigen $5\frac{1}{2}$ Ellen aber waren von Marmor, wie hoch iſt demnach dieſe Statue geweſen?

Benennung.

1) Setzet die gantze Höhe $= 1l$.

Gleichung.

2) So iſt $\frac{1}{7}l + \frac{1}{5}l + \frac{1}{2}l + 5\frac{1}{2}$ Ellen $= 1l$.
Das iſt $\frac{59}{70}l + 5\frac{1}{2}$ Ellen $= 1l$.

Reduction.

3) Multipliciret mit 70; $59l + 385$ Ellen $= 70l$. (ax. 3 §. 13)

4) Subtrahiret $59l$; 385 Ellen $= 11l$ (ax. 2 §. 13)

5) Dividiret mit 11, 35 Ellen $= 1l$ (ax. 4 §. 13)

6) Alſo iſt die gantze Höhe der Statue 35 Ellen, folglich 5 Ellen von Golde, 7 Ellen von Kupffer, $17\frac{1}{2}$ Ellen von Holtz, und $5\frac{1}{2}$ von Marmor geweſen.

IV. Eumæus führete das erſte mahl über die Brücke über den Fluß Cephiſum in Boetia nach *Attica* 28 Schweine, und gab dem Zöllner 1

Schwein, darauff er 9 drachmas zurück bekam, das andere mahl hatte er 132 Schweine, für welche er ein gantzes Schwein und noch über das 4 drachmen in die Zoll-Bude liefferte; wie hoch hat alſo der Zöllner 1 Schwein geſchätzet, und wie viel Zoll hat für iedes Schwein müſſen gegeben werden?

Benennung.

1) Setzet ein Schwein koſte 1l,

2) So hat er vor 28 Schweine Zoll gegeben 1l — 9, drachm.

3) Folglich vor 1; 28 : 1l — 9 = 1 : $\frac{1l - 9}{28}$ drachm.

4) Das andere mahl hat er vor 132 gegeben 1l † 4 drachm.

5) Folglich vor 1, 132 : 1l † 4 = 1 : $\frac{1l \dagger 4}{132}$

Gleichung.

6) Daher iſt $\frac{1l - 9}{28}$ drach. = $\frac{1l \dagger 4}{132}$, das iſt (wenn die Brüche zu gleicher Benennung gebracht werden) $\frac{132l - 1188}{3696}$ drach. = $\frac{28l \dagger 112}{3696}$ drach.

Reduction.

7) Multipliciret mit 3696. iſt 132l — 1188 = 28l † 112 drachm. (ax. 3 §. 13)

8) Ad-

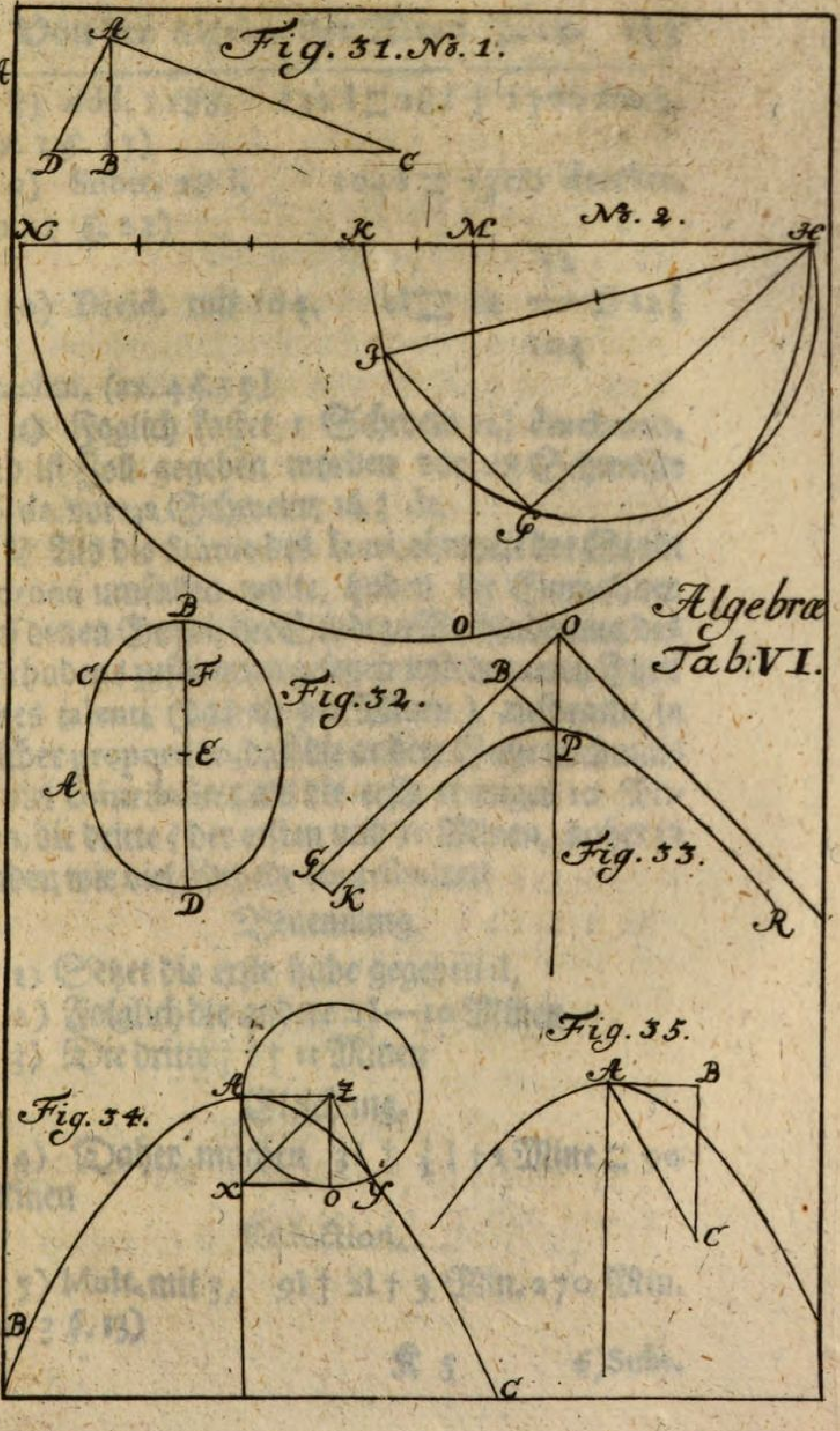
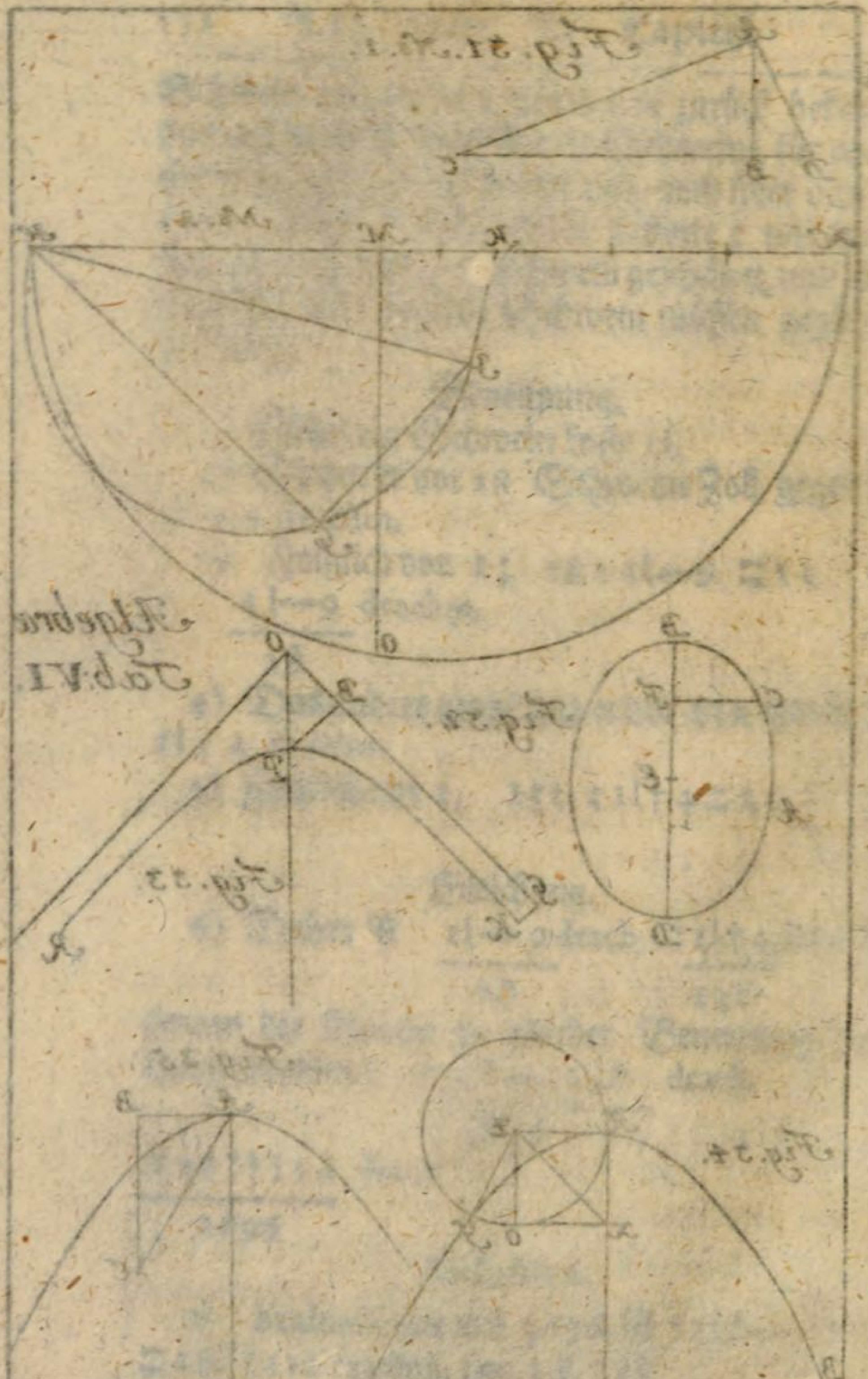


Fig. 31. No. 1. No. 2.

Fig. 32. Fig. 33.

Fig. 34. Fig. 35.

Algebræ Tab: VI.


Algebra Tab. VI.
Fig. 51. N. 1.
Fig. 52.
Fig. 53.
Fig. 54.

8) Add. 1188. $132\,l = 28\,l + 1300$ drach. (ax. 1 §. 13)

9) Subtr. 28 l. $104\,l = 1300$ drachm. (ax. 2 §. 13)

10) Divid. mit 104. $1\,l = 12\frac{52}{104} = 12\frac{1}{2}$ drachm. (ax. 4 §. 13)

11) Foglich koſtet 1 Schwein $12\frac{1}{2}$ drachmen, und iſt Zoll gegeben worden vor 28 Schweine $3\frac{1}{2}$ dr. vor 132 Schweine $16\frac{1}{2}$ dr.

V Als die Statue des Icari ohnweit der Stadt Corone umfallen wolte, haben die Einwohner auf denen Gaſſen der Stadt zu Verhinderung des Schadens zuſammen geleget, und den 12ten Theil eines talenti (das iſt 90 Minen) aufbracht, in ſolcher proportion, daß die andere Gaſſe nochmahl ſo viel contribuiret als die erſte weniger 10 Minen, die dritte $\frac{2}{3}$ der erſten und 11 Minen, daher zu finden wie viel iedwede contribuiret?

Benennung.

1) Setzet die erſte habe gegeben 1 l,

2) Folglich die andere 2 l — 10 Minen

3) Die dritte $\frac{2}{3}\,l + 11$ Minen

Gleichung.

4) Daher machen $3\,l + \frac{2}{3}\,l + 1$ Mine $= 90$ Minen

Reduction.

5) Mult. mit 3, $9\,l + 2\,l + 3$ Min. 270 Min. (ax. 3 §. 13)

6) Subtrah. 3 Minen; 11l = 267 Min. (ax. 2 §. 13)

7) Divid. mit 11. 1l = 24 $\frac{3}{11}$ Minen.

8) Hat alſo die erſte gegeben 24 $\frac{3}{11}$, die andere 38 $\frac{6}{11}$, die 3te 27 $\frac{2}{11}$, folglich alle 3, 90 Minen.

VI) Die Gymnaſiaſten in Megara hatten dem Ariſtotogitoni einem Kunſtreichen Bildhauer die Statuen der 9 Muſen zu verfertigen verdungen, davor ſie ihm verſprochen und voraus gegeben 36 Minen nebſt einen güldenen Becher in Forme eines Widders, als er aber 2 von denen Statuen fertig gemacht, zog er nach Aeolien, und behielt vor ſeine bißherige Arbeit den Becher, doch gab er denen zu Megara noch 6 Minen heraus, wie hoch hat er den Becher æſtimiret?

Benennung.

1) Setzet der Becher koſte 1l,

2) So hat er vor die Bilder der 9 Muſen bekommen 1l + 36 Minen.

3) und demnach vor 1 Bild, 9 : 1l + 36 min. = 1 : $\frac{1l + 36 \text{ min.}}{9}$

4) folglich vor 2 Bilder $\frac{2l + 72 \text{ min.}}{9}$

Gleichung.

5) Daher iſt der Werth der 2 Statuen 1l − 6 min. = $\frac{2l + 72 \text{ min.}}{9}$

Re-

Reduction.

6) multipl. mit 9, 9 l — 54 min. = 2 l + 72 min. (ax. 3 §. 13)

7) add. 54 min. 9 l = 2 l + 126 min. (ax. 1 §. 13)

8) ſubtrah. 2 l; 7 l = 126 min. (ax. 2 §. 13)

9) divid. mit 7. 1 l = 18 min (ax. 4 §. 13)

10) alſo hat er den Becher auf 18 Minen geſchätzet, und vor die 2 Statuen bekommen 12 Minen.

VII. Die Einwohner in Argo ſpieleten vielfältig das Spiel ſo bey ihnen Apodidroſcinda genannt würde, da einem der zum Könige erwehlet worden, die Augen zugebunden wurden, darauf die übrigen ſich verſteckten, welche er nachmahls, wenn ihm die Decke vor den Augen weggenommen, aufſuchen muſte, da dieſe inzwiſchen ſeinen Thron einzunehmen bemühet waren; dieſes Spiel trieben einsmals Jungfrauen und Knaben mit einander, da anderthalbmahl ſo viel Knaben als Jungfrauen vorhanden waren, von denen Knaben hatte der König $\frac{2}{3}$, von den Jungfrauen $\frac{3}{4}$ gefunden, und ehe er noch die 6 übrigen finden können, war ſein Thron eingenommen, wie viel Knaben und Jungfrauen ſind vorhanden geweſen?

Benennug.

1) Setzet, es ſeyn 1 l Knaben geweſen;

2) alſo war die Anzahl der Jungfrauen $\frac{2}{3}$ l,

3] folg-

3) folglich hat er gefunden $\frac{2}{3}$ l Knaben, $\frac{2}{3}$ l. $\frac{3}{4}$ = $\frac{6}{12}$ = $\frac{1}{2}$ l Jungfrauen.

Gleichung.

Daher denn $\frac{2}{3}$ l † $\frac{1}{2}$ † 6 = 1 l † $\frac{2}{3}$ l das iſt = $\frac{7}{6}$ l † 6 = $\frac{10}{6}$ l.

Reduction.

5) multipl. mit 6; 7 l † 36 = 10 l (ax 3 §. 13)

6) ſubtr. 7 l; 36 = 3 l (ax. 2 §. 13)

7) divid. mit 3; 12 = 1 l (ax 4 §. 13)

8) Dieſerwegen ſind 12 Knaben da geweſen, und alſo 8 Jungfrauen, zuſammen 20 Kinder, von denen Knaben ſind 8 gefunden, von denen Jungfrauen 6, in allen 14, daher noch 6 verſtecket geweſen.

VIII. Es hat iemand 2 Becher ſammt einen Deckel, welcher 18 thl. koſtet, wird dieſer Deckel auf den erſten Becher geſetzet, iſt derſelbe nochmahl ſoviel werth als der andere, wird aber derſelbe Deckel auf den andern Becher geſetzet, iſt er noch $\frac{1}{4}$ mehr werth als der erſte, was koſten demnach beyde Becher?

Benennung.

1) Setzet der erſte Becher koſte 1 l,

2) ſtehet alſo der Deckel darauf 1 l † 18 thl.

3) daher der andere Becher koſtet $\frac{1}{2}$ l † 9 thl.

4) ſtehet alſo auf dieſen der Deckel iſt ſein werth $\frac{1}{2}$ l † 27 thl.

Gleichung.

5) Dieſerwegen iſt $\frac{1}{2}$ l † 27 thl. = 1 l † $\frac{1}{4}$ l.

Redu-

Reduction.

6) ſubtrah. $\frac{1}{2}$ l. 27 thl. = $\frac{3}{4}$ l (ax. 2 §. 13)
7) mult. mit 4. 108 thl. = 3 l (ax. 4 §. 13)
8) divid. mit 3. 36 thl. = 1 l (ax. 4 §. 13)
9) Koſtet alſo der erſte Becher 36 thl., ſo macht er mit ſamt den Deckel 54 thl., daher der andere Becher koſten muß 27 thl.

IX. Es ſind 3 Fäſſer *A*, *B*, *C*, davon das erſte mit Wein angefüllet, die anderen 2 ſind leer, wird B aus A angefüllet, bleiben in *A* noch $\frac{2}{3}$ übrig; wird C aus *A* angefüllet, bleiben in *A* $\frac{5}{9}$ übrig: Solte aber *A* aus *B* und C angefüllet werden, würden noch 8 Kannen daran fehlen, wie viel Maaß gehen alſo in *A*, *B* und C?

Benennung.

1) Setzet, in das Faß *A* gehe 1 l,
2) ſo wird in B gehen $\frac{1}{3}$ l,
3) in C $\frac{4}{9}$ l.
4) folglich in B und C, $\frac{1}{3}$ l † $\frac{4}{9}$ l = $\frac{21}{27}$ l = $\frac{7}{9}$ l.

Gleichung.

5) Iſt demnach $\frac{7}{9}$ l † 8 = 1 l.

Reduction.

1) multipl. mit 9. 7l † 72 = 9l (ax. 3 §. 13)
2) ſubtrah. 7l. 72 = 2l (ax. 2 §. 3)
3) divid. mit 2. 36 = 1l (ax 4. §. 13)
4) folglich gehen in das Faß A 36 Kannen, in B 12 Kannen, in C 16 Kannen.

X. Es vermacht ein Vater auf ſeinen Sterbe-Bette ſeinem älteſten Sohn 1000 thl. und $\frac{1}{5}$ der übrigen Erbſchafft. Dem andern 2000 thl.

thl. und $\frac{1}{5}$ des übrigen. Den 3ten 3000 und $\frac{1}{5}$ des übrigen. Und ſo ferner denen folgenden ieden 1000 mehr als dem vorhergehenden und noch $\frac{1}{5}$ der übrigen Erbſchafft. Nachdem ſie aber mit einander nach dieſen Teſtament getheilet, hat ſich gefunden, daß ſie alle gleich viel bekommen, wie viel Söhne hat er alſo gehabt, und wie ſtarck iſt die Erbſchafft geweſen?

Benennung.

1) Setzet, die dantze Erbſchafft ſey $= 1l$.

2) ſo hat der erſte bekommen 1000 thlr. $+ \frac{1l - 1000}{5}$

3) der andere $2000 + \frac{1l - 3000}{5} - \frac{1l + 1000}{25}$

$= 2000 + \frac{4l - 14000}{25}$

Gleichung.

4) Dieſerwegen iſt $1000 + \frac{1l - 1000}{5} = 2000 + \frac{4l - 14000}{25}$

Reduction.

5) ſubtr. 1000; $\frac{1l - 1000}{5} = 1000 + \frac{4l - 14000}{25}$ (ax. 2 §. 13.

6) multi-

6) multipl. mit 5; $1l—1000 = \dagger \frac{4l—14000}{5}$ (ax. 3 §. 13)

7) multipl. nochmahl mit 5. 5l—5000 = 25000 † 4l—14000 = 5l—5000 = 11000 † 4l (ax. 3 §. 13)

8) add. 5000. 5l = 16000 † 4l (ax. 3 §. 13)

9) ſubtr. 4l. 1l = 16000 (ax. 4 §. 13)

10) alſo iſt die gantze Erbſchafft 16000 thl. davon hat der erſte bekommen 1000 † 3000 = 4000 thl; der andere 2000 † 2000 = 4000 thlr. Daher auch 4 Söhne vorhanden geweſen.

XI. Unter einen Könige ſtehen verſchiedene Fürſten, unter ieden Fürſten verſchiedene Grafen, ein ieder Grafe commendiret eine gewiſſe Anzahl Soldaten. Ein ieder Fürſt hat nochmal ſo viel Grafen unter ſich als Fürſten vorhanden, und ieder Graf viermal ſo viel Soldaten als Fürſten ſind. Nun iſt $\frac{1}{200}$ der Soldaten 9mal ſo viel als die Anzahl der Fürſten, wie viel Grafen, und wie viel Soldaten ſind unter der Bothmäſſigkeit des Königes.

Benennung.

1) Setzet die Anzahl der Fürſten 1l

2) Folglich iſt die Anzahl der Grafen 1l·2l = 2q.

3) Die Anzahl der Soldaten 2q. 4l = 8c.

Glei=

Gleichung.

4) $\frac{8c}{200} = \frac{1c}{25} = 9l$

Reduction.

5) multipl. mit 25; 1c = 225l = 1q·1l = 225l (ax. 3 §. 13)

6) divid. mit 1l; 1q = 225 (ax. 4 §. 13)

7) extr. rad. quad. 1l = 15 (ax. 5 §. 13)

8) Dieſerwegen ſind 15 Fürſten, 480 Grafen, 27000 Soldaten geweſen.

XII. Der Platz eines Garten iſt länglicht und in 588 quadrat Plätze getheilet, die Breite deſſelben hält $\frac{3}{4}$ von der Länge. Wie lang und wie breit iſt demnach dieſer Garten?

Benennung.

1) Setzet die Länge 1l,

2) So iſt die Breite $\frac{3}{4}$l,

3) Der gantze Platz $\frac{3}{4}$q (probl. 18 §. 33 geom).

Gleichung.

4) Daher $\frac{3}{4}$q = 588.

Reduction.

8) mult. mit 4. 3q = 2352 (ax. 3 §. 13).

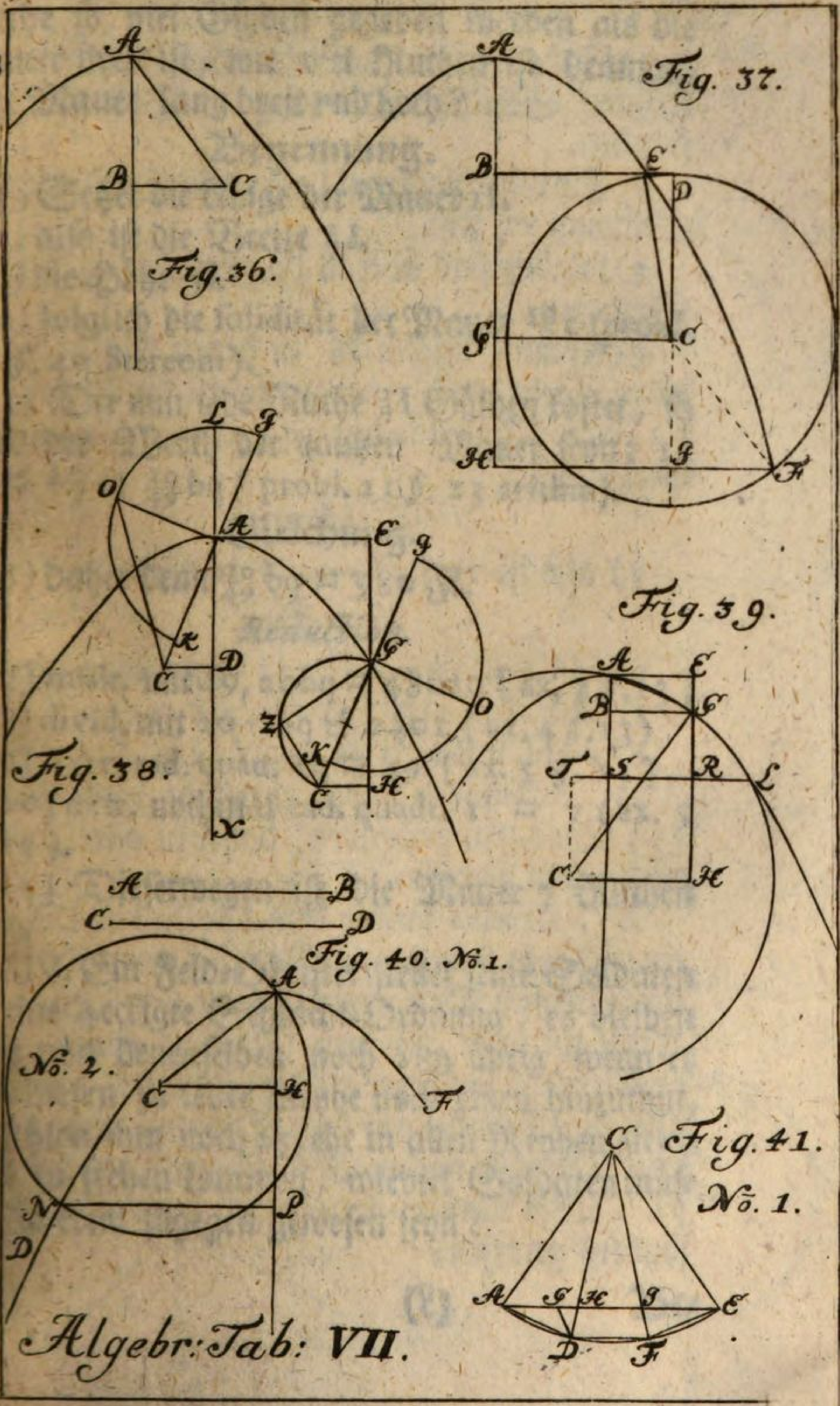
6) divid. mit 3; 1q = 784 (ax. 4 §. 13).

7) extr. rad. qadr. 1l = 28 (ax. 5 §. 13).

8) Alſo iſt die Länge des Garten 28 Fuß, und folglich die Breite 21 Fuß.

XIII. Es wird eine Mauer welche $3\frac{1}{2}$ mahl ſo lang als breit, und 5 mahl ſo hoch als lang, Ruthen-Weiſe vor 980 Fl. verkauffet, daß vor iede

Ruthe



Algebr: Tab: VII.

Ruthe ſo viel Gülden gegeben werden als die Mauer breit iſt, wie viel Ruthen iſt demnach dieſe Mauer lang breit und hoch?

Benennung.

1) Setzet die Länge der Mauer 1l.

2) alſo iſt die Breite $\frac{2}{7}$l.

3) die Höhe 5l.

4) folglich die ſolidität der Mauer $\frac{10}{7}$c (probl. 11 §. 40 Stereom).

5) Da nun iede Ruthe $\frac{2}{7}$l Gülden koſtet, ſo wird der Werth der gantzen Mauer ſeyn; 1: $\frac{2}{7}$l = $\frac{10}{7}$ c: $\frac{20}{49}$ bq (probl. 21 §. 23 arithm).

Gleichung.

6) daher denn $\frac{20}{49}$ bq = 980 Fl.

Reduction.

7] mult. mit 49, 20bq = 48020 [ax. 3 §. 13]

8] divid. mit 20 1bq = 2401 (ax. 4 §. 13)

9] Extr. rad. quad. 1q = 49 [ax. 5 §. 13]

10] extr. nochmal rad. quadr. 1l = 7 (ax. 5 §. 13).

11] Dieſerwegen iſt die Mauer 7 Ruthen lang.

XIV. Ein Feld-Obriſter ſtellet ſeine Soldaten in eine 4eckigte Schlacht-Ordnung, es bleiben aber von denenſelben noch 284 übrig, wenn er von dieſen zu ieder Reyhe noch einen hinzuthut, ſo fehlen ihm noch 25, ehe in allen Reyhen gleich viel zu ſtehen kommen, wieviel Soldaten müſſen überall zugegen geweſen ſeyn?

Benennung.

1) Setzet daß anfangs in ieder Reyhe der 4 eckigten Schlacht-Ordnung 1l Soldaten geſtanden.

2) So wird die Anzahl aller in dieſer Schlacht-Ordnung 1q ſeyn.

3) folglich ſind überall da geweſen 1q † 284 Soldaten.

4) Kommt nachmals zu denen Soldaten in ieder Reyhe noch einer zu, ſo iſt die Anzahl 1l † 1, davon das quadrat 1q † 2l † 1 (§. 19 arith. ſpecios.)

Gleichung.

5) alſo iſt 1q † 2l — 24 = 1q † 284

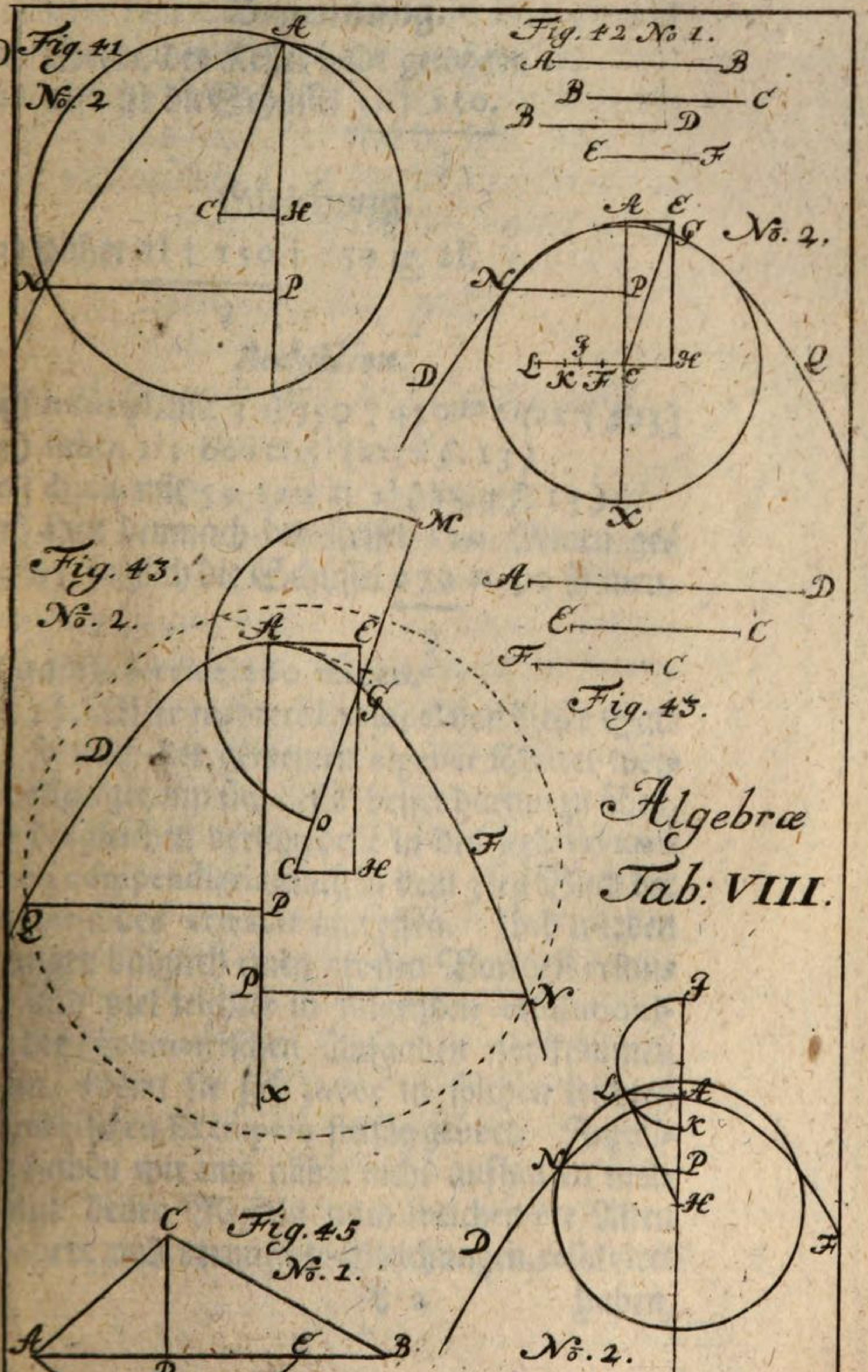
Reduction.

6) add. 24. 1q † 2l = 1q † 308 (ax. 1 §. 13)
7) ſubtr. 1q. 2l = 308 (ax. 2 §. 13)
8) divid. mit 2; 1l = 154 (ax. 4 §. 13)

9) Dieſemnach haben zuerſt in ieder Reyhe 154 Soldaten geſtanden, daher in allen 24000 vorhanden geweſen.

XV. Crœſus ſandte dem Apollini in Delphos ein güldenes Service, eine Schüſſel, einen Keſſel, einen Dreyfuß. Der Dreyfuß hielt 150 Minen, der Keſſel wenn er auf dem Dreyfuß ſtund, war noch 3mahl ſo ſchwer als die Schüſſel. Stund aber die Schüſſel auf dem Dreyfuß, war ſie mit dem Dreyfuß nochmahl ſo ſchwer, als der Keſſel. Wie ſchwer iſt demnach iedes Stück beſonders geweſen?

Be-



Algebræ
Tab: VIII.

Benennung.

1) Setzet, der Keſſel habe gewogen 1l.
2) alſo iſt die Schüſſel $\frac{1l \dagger 150}{3}$.

Gleichung.

3) daher $\frac{1l \dagger 150}{3} \dagger 150 = 2l$.

Reduction.

4) multipl. mit 3. $1l \dagger 150 \dagger 450 = 6l$ (ax. 3 §. 13)
5) ſubtr. 1l; $600 = 5l$ (ax. 2 §. 13)
6] divid. mit 5; $120 = 1l$ (ax. 4 §. 13)
7] Hat demnach der Keſſel 120 Minen gewogen, folglich die Schüſſel $\frac{270}{3} = 90$ Minen, das gantze Service 360 minen.

§. 15. Wer mehrere Exempel von dieſer Gattung ſo nach der gemeinen algeber ſolviret werden verlanget, um ſich deſto beſſer darinn zu üben, wird dergleichen verſchiedene in des ſeel. STVRMII matheſi compendiaria, auch in dem 3ten Buch der arithmetic des STIFELII antreffen. Und werden Anfänger dadurch einen groſſen Vortheil erlangen, und viel leichter in folgenden reſolutionibus der geometriſchen Aufgaben fortkommen können, wenn ſie ſich zuvor in ſolchen leichten arithmetiſchen Exempeln fleißig geübet. Inzwiſchen haben wir uns allhie nicht aufhalten wollen mit denen Reguln nach welchen die Alten die höhere und vermiſchte Gleichungen reſolviret

haben, weil dieſelben noch viele und weitläufftigere demonſtrationes erfordern würden, welche heutiges Tages, wie aus folgenden erhellen wird, viel leichter erklähret werden, daher es unnöthig iſt, iemand durch unnütze Weitläufftigkeit verdrüßlich zu machen.

Das III. Capitel.

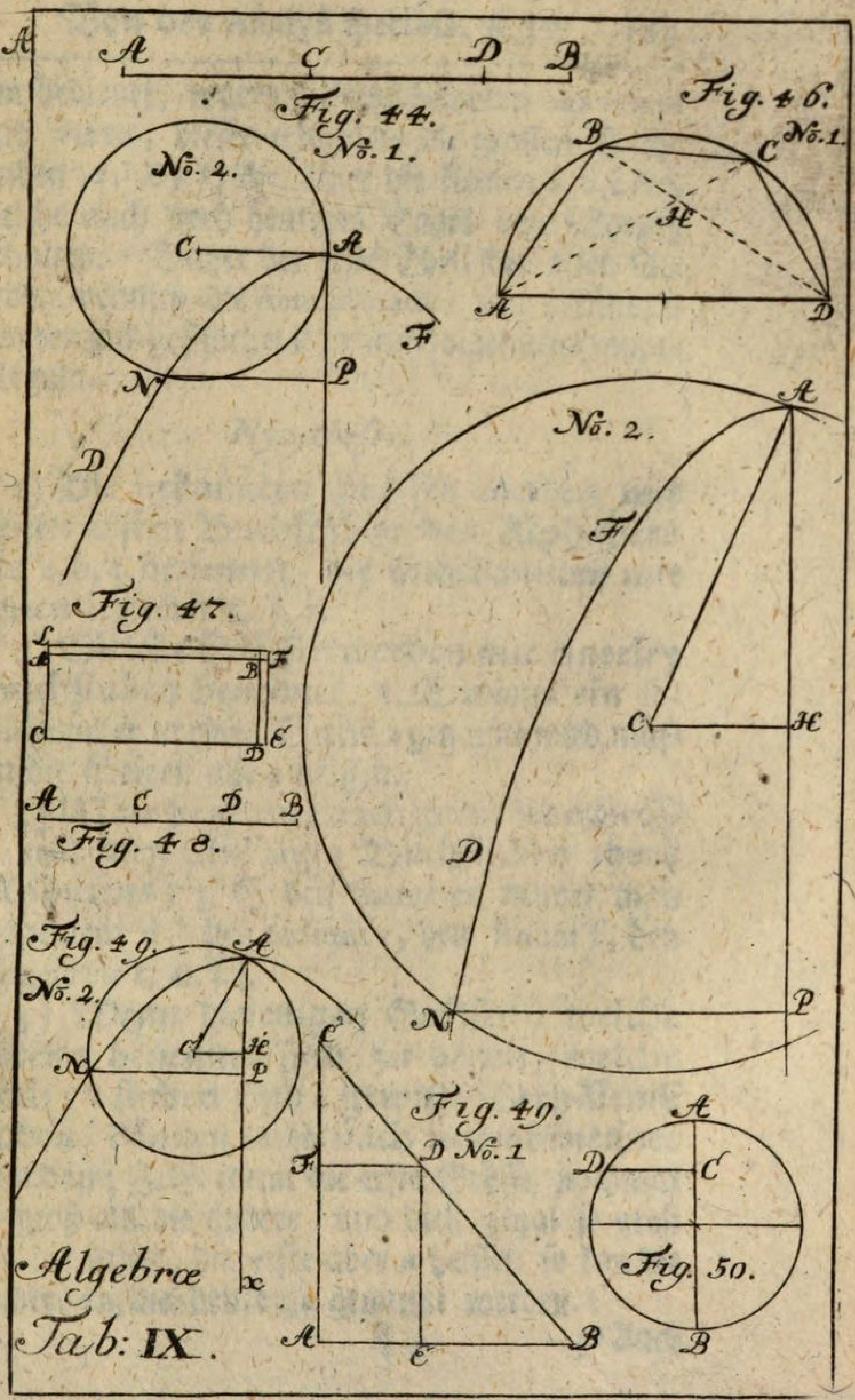
von

Denen einfachen Gleichungen in der analyſi ſpecioſa.

§. 16. Nachdem im vorigen ſeculo die hochberühmten mathematici FRANC. VIETA, GVILIELM. OVGTHRED, THOMAS HARRIOT RENATVS DES CARTES, FRANC. a SCHOOTEN, GERH. VAN KINCHYSEN nebſt andern die algeber nicht nur auf arithmetiſche ſondern auch auf geometriſche Aufgaben appliciret / und durch dieſelbe in allen Theilen der mathematic viele bisher verborgene Wahrheiten entdecket, haben ſie angefangen, ſo wohl die bekannten als unbekannten Gröſſen in denen algebraiſchen Aufgaben mit Buchſtaben zu benennen und zu unterſcheiden, wodurch dieſelben ungemein viel leichter und kürtzer worden. Inzwiſchen hat die alte Algeber auf ſolche Weiſe ein gantz anderes Anſehen gewonnen; und iſt dieſe neue Algeber zum Unterſcheid der alten ſpecioſa genannt worden.

§. 17 Die erſten unter denen, welche ſich in denen algebraiſchen reſolutionibus der Buchſtaben

ben



Algebræ
Tab: IX.

ben bedienet, waren die ietzt-belobten CARTESIUS und VIETA, dieſer erwehlete die groſſen Buchſtaben *A*, B, C &c. iener die kleinen a, b, c &c. welche auch noch heutiges Tages den Vorzug behalten. Daher der erſte Theil der alten Algeber, nemlich die denomination ſehr verändert worden, und geſchiehet ietzo nach folgenden Haupt-Reguln.

Hypotheſes.

1) Die bekannten Gröſſen werden mit denen erſten Buchſtaben des Alphabets als a, b, c, benennet, die unbekannten mit denen letztern x, y, z.

2) Gleiche Gröſſen werden mit einerley Buchſtaben benennet. z. E. wenn ein ſemidiameter in einen Circkul a genannt wird, müſſen die übrigen alle a heiſſen.

3] Man benennet auch gerne iede Gröſſe mit den Anfangs Buchſtaben ihres Nahmens, z. E. den diameter nennet man insgemein d, den radium r, den ſinum ſ, den tangenten t, u. ſ. f.

4) Wenn dieienigen Gröſſen, welche bereits benennet ſind, zu denen, welche noch zu finden ſind, gewiſſe Verhältniß haben, können dieſe nach ienen benennet werden; Z. E. wenn die erſte Gröſſe nochmal ſo groß als die andere, und dieſe 3mal ſo groß als die dritte, die erſte aber a heiſſet, ſo kan die andere 2a, die dritte 3a genannt werden.

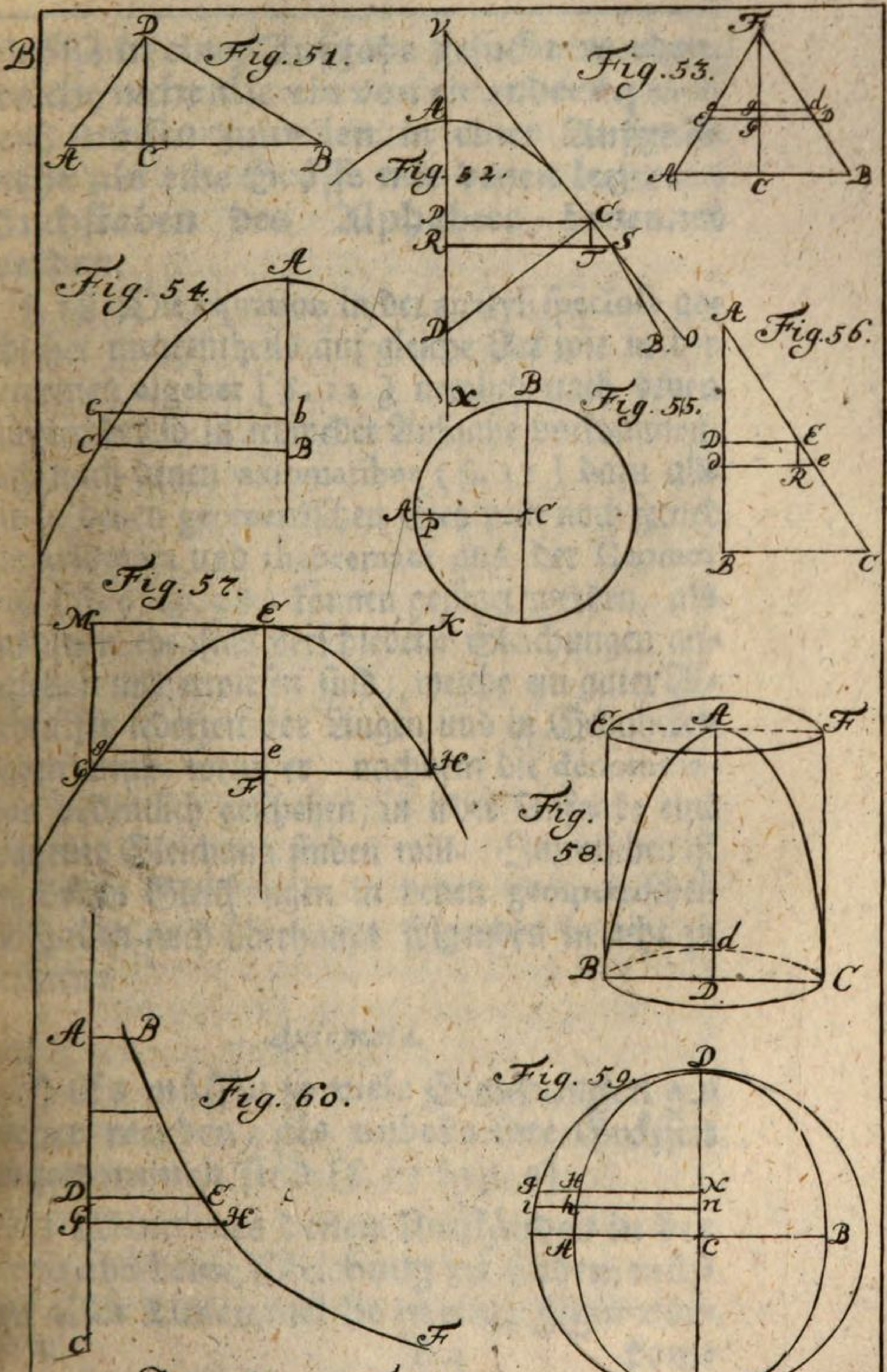
5] Auch diejenigen Grőſſen, deren Werth von andern Grőſſen, ſie mőgen bekannt oder unbekannt ſeyn, dependiret, werden nicht nach Gefallen, ſondern nach denen, von welchen ſie dependiren, benennet. Z. E. wenn in einen gerade-winck-lichten Triangul die eine Seite a heiſſet, die andere b, muß die hypothenuſa nicht c, ſondern $\sqrt{aa + bb}$ (th. 8 §. 29 geom) genannt werden.

6] Damit auch die Brűche vermieden, und die Rechnungen deſto leichter werden, iſt groſſe Behutſamkeit bey der denomination nőthig, indem nicht allemal rathſam, die gegebenen Grőſſen ſelbſt zu benennen, ſondern man benennet őfters zuvor andere, von welchen der Werth der űbrigen dependiret. Z. E. weil die grőſte von 2 quantitäten allzeit der halben Summe ſamt der halben differenz gleich iſt, (Coroll. th. 5 §. 26 arithm.) ſo nennt man nicht die Summe, ſondern die halbe Summe a, und die halbe differenz b, damit die grőſte quantität $a + b$, die kleineſte $a - b$ ſey.

7] Wenn eine einfache Grőſſe a heiſſet, wird ihr quadrat a^2, der cubus a^3 genannt.

8] Die Verhältniſſen der Grőſſen gegen einander werden insgemein durch die vocales e, i, o, exprimiret, Z. E. $1 : 3 = e : o$.

9] Wenn mehr als eine unbekannte Grőſſe



Algebræ Tab: X.

Gröſſe in einer Aufgabe geſucht werden, welche nicht alle ein von einander dependiren, müſſen zuweilen in einer Aufgabe mehr als eine Gröſſe mit denen letzteren Buchſtaben des Alphabets benennet werden.

§. 18 Die æquation in der analyſi ſpecioſa geſchiehet mehrentheils auf gleiche Art wie in der gemeinen algeber [§. 12] nemlich nach denen Umſtänden, ſo in iedweder Aufgabe vorkommen, uud nach denen axiomatibus (§. 11) dazu allhie in denen geometriſchen Exempeln noch ferner die axiomata und theoremata aus der Geometrie (§. 6, 29, 38) können gefüget werden, als darinnen ebenfals verſchiedene Gleichungen angegeben und erwieſen ſind, welche ein guter Algebraiſte iederzeit vor Augen und in Gedancken haben muß, wenn er, nachdem die denomination ordentlich geſchehen, in ieder Aufgabe eine bequeme Gleichung finden will. Inzwiſchen iſt bey denen Gleichungen in denen geometriſchen Aufgaben noch überhaupt folgendes in acht zu nehmen:

Axiomata.

1) Es müſſen ſo viele Gleichungen geſuchet werden, als unbekannte Gröſſen angenommen ſind. [§. 17 hyp. 9]

2) Wenn aus denen Umſtänden in der Aufgabe keine Gleichung zu finden, müſſen aller Linien, welche in einer Figur vor-

kommen, ihre Verhältniſſen wohl überleget und unterſuchet werden, wie nach denen axiomatibus und theorematibus (§. 6, 29, 38 geom.) eine aus der andern zu finden.

5) Damit auch ſowohl gerade winckelichte als ähnliche Triangul entſtehen mögen, müſſen öffters perpendiculair oder parallel Linien gezogen, auch einige auf gewiſſe Länge ausgezogen werden, damit ſie einander gleichen, ſich ſchneiden, oder gewiſſe Winckel machen, wie es die Umſtände in jeder Aufgabe mit ſich bringen, und wegen vieler Veränderungen der Umſtände ſich beſſer durch eigenes Nachſinnen als viele vorgeſchriebene Reguln lernen läſſet.

§. 19 Drittens folget auch in der analyſi ſpecioſa auf die æquation die reduction derſelben, welche, wenn nur eine unbekannte Gröſſe in der denomination benennet worden, bey einfachen und quadrat-Gleichungen gäntzlich einerley iſt mit der reduction in der gemeinen Algeber; [§. 13] ſind aber mehr als eine unbekannte Gröſſe benennet worden, müſſen die gefundenen Gleichungen gegen einander gehalten werden, damit eine unbekannte Gröſſe aus der andern erklähret werde, und alſo eine allein übrig bleibe. Es werden aber alle Gleichungen auf einerley Weiſe reduciret, daher auch nicht

nöthig

nöthig, daß von einer iedweden ins beſondere gehandelt werde.

§. 20 Letztlich weil in der analyſi ſpecioſa ſowohl die bekannten als unbekannten Gröſſen anfangs mit Buchſtaben benennet ſind, (§. 17) ſo wird auch zuletzt nach vollendeter reduction, der Werth der gefundenen Gröſſen nur allein durch Buchſtaben exprimiret werden, deren Werth aus der denomination leicht zu erkennen. Indeſſen entſtehet daher noch der 4te Theil in der analyſi, nemlich die conſtruction oder effection der reducirten æquation; denn es wird in derſelben eine gewiſſe Regul vorgeſchrieben, nach welcher das in der Aufgabe geſuchte kan gefunden werden. Man theilet die conſtruction in die arithmetiſche und geometriſche; iene geſchiehet durch die addition, ſubtraction, multiplication, diviſion auch extraction derer Wurtzeln nach der Buchſtaben-Rechnung auf ſolche Weiſe wie die reducirte æquation angibt. Z. E. wenn $x = \frac{ab}{c}$, ſo müſte die bekannte Gröſſe a mit der bekannten Gröſſe b multipliciret, und das product durch die 3te bekannte Gröſſe c dividiret werden, ſo würde das quotum die unbekannte Gröſſe x geben. Die geometriſche conſtruction hingegen wird genannt, wenn nach der gefundenen Formul in der reducirten æquation verſchiedene gerade und krumme Linien gezogen werden, die unbekannte Gröſſe zu determini-

miniren, z. E. wenn x eine Linie bedeutet, welche $= \frac{ab}{2a-c}$, muß die bekannte Linie a zuvorderſt dupliret, und von dieſen duplo die Linie c ſubtrahiret werden, ſo gibt der Reſt $2a-c$; hierauf muß zu $2a-c$, a und b die 4te proportionalis geſucht werden (probl. 41 §. 24 geom) welche $= \frac{ab}{2a-ab}$.

§. 21 Es ſind aber dieſe conſtructiones geometricæ nach dem Unterſcheid der Gleichungen verſchiedentlich, weil auf eine andere Weiſe eine einfache, auf andere eine quadratiſche, wieder anders eine cubiſche u. ſ. f. auch alle übrige höhere Gleichungen conſtruiret werden, daher iedwede billig eine beſondere Erklährung gebrauchet. In denen einfachen Gleichungen kommen viele caſus vor, welche nach folgender Aufgabe conſtruiret werden.

Probl Eine einfache Gleichung conſtruiren.

1) wenn $x = a$, iſt die bekannte Gröſſe ſelber der Unbekannten gleich.

2) Iſt $x = a + b$, gibt die Summe der beyden bekannten Gröſſen die Unbekannte.

3) Iſt $x = a - b$, gibt die differenz der beyden bekannten Gröſſen die unbekannte.

4) Iſt $x = a + b - c - d$ gibt die differenz der Summe beyder bekannten Gröſſen $a + b$ und der andern beyden $c + d$ die unbekaunte Gröſſe.

5) iſt $x = \frac{a}{b}$; ſuchet die 4te proportionalem zu b, 1 und a = $\frac{a}{b}$ (probl. 41 §. 24 geom.)

6) iſt $x = \frac{a^2}{b}$; ſuchet die dritte proportionalem zu b und a = $\frac{a^2}{c}$ (ibid).

7) Iſt $x = \frac{ab}{c}$; ſuchet die 4te proportionalem zu c, a, und b = $\frac{ab}{c}$ (ibid).

8) Wenn $x = \frac{fb + fg}{h - c}$; ſuchet die 4te proportionalem zu h-c, b + g und f = $\frac{cf + gf}{h - c}$ (ibid).

9) Wenn $x = \frac{ab + mn}{r + s}$; ſuchet die 4te proportionalem zu a, m, und n, = $\frac{mn}{a}$; (ibid) nennet ihr nun $\frac{mn}{a}$ Z. E. = c ſo iſt ac = mn (th. 1 §. 22 arithm) folglich $\frac{ab + ac}{r + s} = \frac{ab + mn}{r + s}$; welche Gleichung (no. 8) conſtruiret wird r + s : b + c = a : $\frac{ab + ac}{r + s}$.

10) iſt $x = \frac{aabc}{ffg}$; ſuchet die dritte proportionalem zu f und a $= \frac{aa}{f}$, welche Groͤſſe ihr z. E. d nennen koͤnnet/ ſo iſt $fd = aa$ (th. 1 §. 22 arithm), und $\frac{fdbc}{ffg} = \frac{dbc}{fg} = \frac{aabc}{ffg}$. Hierauf ſuchet ferner zu f, d und b die 4te proportionalem $= \frac{db}{f}$, welche ihr z. E. h nennen koͤnnet/ ſo iſt $fh = db$; folglich $\frac{hfc}{fg} = \frac{hc}{g} = \frac{aabc}{ffg}$; Dieſerwegen ſuchet nochmahls die 4te proportionalem zu g, h, und c $= \frac{hc}{g}$, welche der unbekannten Groͤſſe x gleich iſt.

11) Es kan auch der 9te und 10te caſus folgender maſſen reſolviret werden. Es ſey z. E. $\frac{ab + mn}{r + s} = x$; ſuchet demnach 1) zwiſchen a und b die mittlere proportionalem, (probl. 42 §. 24 geom) iſt dieſelbe z. E. $= c$, ſo iſt $cc = ab$, (th. 3 §. 22 arithm.) 2) ſuchet auch die mittlere proportionalem zwiſchen m und n, iſt dieſelbe z. E. $= d$, ſo iſt abermahl $dd = ma$, (ibid) folglich $\frac{cc + dd}{r + s} = \frac{ab + ma}{r + s}$; beſchreibet daher 3) ein gerade winckliches Triangul/ und machet deſſen eine Seite $= c$; die andere $= d$, ſo wird die hypothenuſa $= \sqrt{cc + dd}$ (th 8 §. 29 geom.)/ ſuchet die dritte proportionalem zu $r + s$ und $\sqrt{cc + dd}$, welche $= \frac{cc + dd}{r + s} = x$.

Schol.

Schol. Man hat bey dieſen conſtructionibus hauptſächlich darauf zu ſehen, daß ſie fein ordentlich und leicht werden, damit keine irregulaire Figuren daraus entſtehen, welches ſich aber wegen der unendlich vielen Umſtände ſo in denen Gleichungen vorkommen, durch keine gewiſſe reguln determiniren läſſet, ſondern billig eines iedweden eigenen Nachſinnen muß überlaſſen werden. Inzwiſchen werden nachfolgende verſchiedene Exempel die beſte Anleitung dazu geben können.

Exempel.

1] Es ſoll ein parallelogrammum ABCD [fig. 6] deſſen Seiten AB und AC gegeben ſind, auf ſolche Weiſe getheilet werden, daß wenn das Behältniß FGHB davon abgeſchnitten, 2 gleiche parallelogramma AEHG und ECFD übrig bleiben.

Benennung.

1) Es ſey	AB 34 = a	4) EA = x
2)	AC 32 = b	5) AH = a — c (1,3)
3)	HB 4 = c	6) CE = b — x (3,4)

Gleichung.

1] wird AB = CD = a
mult. mit CE = b — x
ist rectang. ED = ab — ax

2) $AH = a - c$
mult. mit $AE = x$

rectang. $AG = ax - cx$.

3) Folglich iſt $ab - ax = ax - cx$ (ex hypoth.)

Reduction.

1) Add. ax; $ab = 2ax - cx$ (ax. 1 §. 13)

2) Divid. mit $2a - c$; $\frac{ab}{2a - c} = x$ (ax. 4 §. 13)

Arithmetiſche Conſtruction.

1) Ziehet von der Seite AB doppelt genommen $= 2a$ die Seite $HB = c$ ab ſo iſt die differenz $2a - c = 64'$.

2) Multipliciret $AB = a$ mit $AC = b$, ſo iſt das product $= ab = 1088$.

3) Dividiret dieſes Product ab mit der differenz $2a - c$ (no. 1) ſo gibt, das quotum 17 die diſtanz AE, welche von A nach C muß herab geſetzet, und durch E die parallele EG gezogen werden.

Geometriſche Conſtruction (nach dem 7ten Caſu)

1) Ziehet die Linie LM (no. 2) und traget in dieſelbe AB 2mahl herum aus L in M.

2) Setzet aus M zurück nach L die Linie AB in O, daß die Linie LO ſey $= 2a - c$.

3) Suchet

3) Suchet zu LO, (2a—c) AB ≕ OM (≕ a) und BC ≕ LN (≕ b) die 4te proportionalem NR

$$(= \frac{ab}{2a-c} = x)$$

4) Machet AE ≕ NR und ziehet durch E mit AB die parallele EF.

Schol. Hieraus flieſſet alſo die General-Regul, nach welcher alle andere problemata von dieſer Art können reſolviret werden. 1) Nehmlich dupliret die längere Seite des parallelogrammi. 2) Von dem duplo ſubtrahiret die gegebene Seite des kleinern Behältniſſes. (3) Suchet zu dieſer differenz und denen Seiten des parallelogrammi die 4te proportionalem, welche die andere Seite des Behältniſſes geben wird. Wird demnach daſſelbe in dem gröſſern parallelogrammo beſchrieben, (probl. 7 §. 30 geom.) ſo bleiben 2 gleiche parallelogramma übrig.

II.) Es ſoll eine gegebene Linie AB (Fig. 7) welche nach Gefallen in C geſchnitten, biß in D ausgezogen werden, daß das rectangulum von AD und BD dem □ von CD gleich werde.

Benennung.

1) Es ſey AB ≕ a
2) CB ≕ b
3) BD ≕ x
4) AD ≕ a † x (n. 3)
5) CD ≕ b † x (n. 2. 3)

Gleichung.

1) $CD = b + x$

$\quad\quad b + x$

2) □ $CD.\ bb + 2bx + xx$

4) $AD = a + x + b$

5) $BD = x$

5) rectang. $ABD. = ax + xx + bx$

6) Folglich $b^2 + 2bx + xx = ax + x^2 + bx$

Reduction.

1) Subtr. xx; $b^2 + 2bx = ax + bx$ (ax. 2 §.13)

2) Subtr. 2bx; $b^2 = ax - bx$ (ibid.)

3) Div. mit a—b; $\frac{b^2}{a-b} = a$ (ax. 4 §. 13

Arithmetiſche Conſtruction.

1) Multipliciret die Länge der Seite $CB = b$ mit ſich ſelbſt, ſo iſt das quadrat $= bb$

2) Ziehet von $AB = a$, die Seite $CB = b$ ab, ſo iſt der Reſt a—b.

3) Mit dieſen Reſt dividiret das quadrat bb (no. 1) ſo gibt das quotum $\frac{bb}{a-b}$ die geſuchte Linie — BD.

Geometriſche Conſtruction.

Suchet die dritte proportional-Linie zu der differenz $AB - CB = a - b$ und der Linie $CB = b$ welche die verlangte Linie $\frac{bb}{a-b}$ geben wird.

III. Wenn

III) Wenn in dem gerade winckklichten Triangul ABC (Fig. 8) die baſis AB und BD die differenz zwiſchen dem catheto AC und der hypothenuſa BC gegeben, ſoll die hypothenuſa ſammt dem catheto gefunden, und das gantze Triangul conſtruiret werden.

Benennung.

1) Setzet $AB = a$

2) $BD = c$

3) $BC = x$

4) $AC = x - c$ (no. 3, 2)

Gleichung.

1) $BC = x$ 2) $AC = x - c$ 3) $AB = a$

$\square BC = xx$, $\square AC = x^2 - 2cx + cc$, $\square AB = aa$

4) Folglich $xx = x^2 - 2cx + cc + aa$ (th. 8 §. 29 geom.)

Reduction.

1) Add. $2cx$; $x^2 + 2cx = x^2 + cc + aa$ (ax. 1 §. 13)

2) Subtrah. xx; $2cx = cc + aa$ (ax. 2 §. 13

3) Divid. mit $2c$; $x = \frac{cc + aa}{2c}$ (ax. 4 §. 13)

Arithmetiſche Conſtruction.

1) Multipliciret $AB = a$ mit ſich, ſo iſt das $\square = aa$

2) Ingleichen $BD = c$ mit ſich, ſo iſt das $\square = cc$

3) Addiret die quadrate $aa + cc$ (n. 1, 2)

4) Dividiret die Summe mit der doppelten Seite $BD = 2c$; ſo entſtehet das quotum

$$\frac{aa + cc}{2c} = x$$

Geometriſche Conſtruction.

1) Dupliret $BD = {}^2c$

2) Ziehet AB (no. 2) $= a$

3) Richtet aus A auf die Perpendicularem $AC = c$,

4) So iſt $BC = \sqrt{aa + cc}$

5) Suchet zu $CE = 2c$, und $CB = EF = \sqrt{aa + cc}$ die dritte proportionalem $BG = \frac{ac + cc}{2c} = x$

IV. Es ſollen in einen triangulo rectangulo aus einer gegebenen Seite AB (Fig. 8 no. 2) nebſt der Summe der andern Seite AC und der hypothenuſa BC, ſowohl die Seite AC als die hypothenuſa beſonders gefunden werden.

Benennung.

Es ſey 1) $AB = a$ 3) $BC = x$ daher

2) $AC + CB = b$ 4) $AC = b - x$ (no. 2, 3)

Gleichung.

1) $AC = b - x$ 2) $BC = x$ 3) $AB = a$

$\square AC = bb - 2bx + xx$ $\square BC = xx$ $\square AB = aa$

4) $bb - 2bx + x^2 + a^2 = xx$ (th. 8 §. 29 geom.)

Reduction.

1) Add. 2bx; $aa + bb + xx = x^2 + 2bx$ (ax. 1 §. 13)

2) Subtr x^2; $a^2 + bb = + 2bx$ (ax. 2 §. 13)

3) Divid. mit 2b; $\frac{bb + aa}{2b} = x$ (ax. 4 §. 13)

Schol. Weil dieſe Gleichung mit der in vorhergehenden Exempel einerley, kan ſie auch auff gleiche Art conſtruiret werden.

V. Es ſoll die gröſte von 2 gegebenen Linien AB und CD (Fig. 9) auf ſolche Weiſe in 2 Theile getheilet werden, daß $\frac{1}{3}$ des gröſſern und $\frac{1}{8}$ des kleinern der Linie CD gleiche.

Benennung.

Es ſey 1) $AB = a$

2) $CD = b$

3) Der gröſte Theil $= x$

4) Alſo der kleineſte $a - x$

Gleichung.

$$\frac{x}{3} + \frac{a - x}{8} = b$$

Reduction.

1) Mult. mit 8; $\frac{8x}{3} + a - x = 8b$ (ax. 3 §. 13)

2) Mult. mit 3; $8x + 3a - 3x = 24b$ (ibid.)

5) Subtr. 3a; $5x = 24b - 3a$ (ax. 2 §. 13)

4) Divid. mit 5; $x = \frac{24b - 3a}{5}$ (ax. 4 §. 13)

Arithmetiſche Conſtruction.

1) Multipliciret CD = b mit 24, und AB = a mit 3

2) Ziehet das letztere product 3a von dem erſten 24b ab.

3) Den Reſt dividiret mit 5, ſo gibt das quotum $\frac{24b-3a}{5}$ den geſuchten gröſten Theil, wird derſelbe von AB abgezogen, bleibet der kleinere übrig.

Geometriſche Conſtruction.

1) Nehmet CD = b 24mahl;

2) Subtrah. AB = a 3mahl davon.

3) Den Reſt theilet in 5 Theile, ſo iſt $\frac{1}{5}$ $= \frac{24b - 3a}{5} = x$.

VI. Es ſoll in einen ſtumpff-wincklichten triangul (Fig. 10 no. 1) aus denen gegebenen 3 Seiten das perpendicul gefunden werden, welches von dem Scheitel-Punct C auf die ausgezogene baſin fället.

Benennung.

Es ſey 1) AB = a
2) BC = b
3) AC = c
4) BD = x
5) AD = a + x (no. 1, 4)
6) CD = $\sqrt{cc - a^2 - 2ax - xx}$ (th. 8. §. 29 geom.)

Glei-

Gleichung.

1) □ BC = bb

2) □ BD xx

3) bb — xx = cc — a² — 2ax — xx (th. 8 ſ. 29 geom.)

Reduction.

1) Add. xx; bb = cc — a² — 2ax (ax. 1 ſ. 13)

2) Subtr. bb und add. 2ax; cc — bb — a² = 2ax (ibid.)

3) Divid. mit 2 a; $\frac{cc - bb - a^2}{2a} = x$. (ibid. no. 4)

Arithmetiſche Conſtruction.

1) Ziehet von dem quadrat der längſten Seite AC die beyden quadrate der übrigen Seiten AB und BC ab.

2) Den Reſt dividiret mit dem duplo der baſis AB, ſo gibt das quotum die diſtanz BD, auf welche dieſelbe baſis muß ausgezogen werden zum perpendicul CD.

Geometriſche Conſtruction.

1) Ziehet über AC (Fig. 10 no. 2) = c einen halben Circkul und traget in denſelben aus A in B die Seite AB = a, ſo wird CB = $\sqrt{cc - aa}$ (probl. 41 ſ. 34 geom.)

2) Ziehet wieder über CB einen halben Circkul, und traget aus C in D die Linie BC = b (Fig. 10 no. 1), ſo iſt BD = $\sqrt{cc - aa - bb}$ (ibid.)

3) Suchet zu AB ($= a$) 2mahl genommen $= BF$, und BD, ($= \sqrt{cc - aa - bb}$) $= FG = BK$ die dritte proportionalem KH, welche $= \frac{cc - aa - bb}{2a} = x$.

VII. Wenn die Theile AL und BL in der Linie AB (Fig. 11) gegeben, und ſo wohl über AB als AL und LB halbe Circkel gezogen ſind, ſollen die radii HV und MN gefunden werden mit welchen man kleine Circkul ziehen kan, die ſo wohl den groſſen halben Circkul über AB, als die kleineren über AL und BL wie auch die perpendicularem welche aus L über AB gezogen iſt, berühren.

1) Der radium VH zu finden.

Benennung.

1) Setzet $AD = b$

2) $EL = c$

3) $AB = 2b + 2c$ (no. 1, 2) daher $AC = b + c$

4) $VH = LK = x$.

5) $DK = b - x$ (no. 1, 4) deſſen □ $bb - 2bx + xx$

6) $DH = b + x$ (no. 1, 4) deſſen □ $bb + 2bx + xx$

7) Folglich iſt die differenz des □ DK und des □ DH $= 4bx =$ □ KH (th. 8 §. 29 geom.)

8) FH $=$ b † c $-x$ (no. 3, 4) deſſen quadrat $=$ cc † xx † bb † 2bc $-$ 2bx $-$ 2cx;

9) FK $=$ c † x $-$ b (no. 2, 4, 1) deſſen □ $=$ cc † xx † bb † 2cx $-$ 2bc $-$ 2bx.

10) Daher die differenz der □ FH und FK, 4cb $-$ 4cx $=$ □ KH (th. 8 §. 29 geom.)

Gleichuug.

4bc $-$ 4cx $=$ 4bx (no. 7, 10)

Reduction.

1) Add. 4cx; 4bc $=$ 4bx † 4cx (ax. 1 §. 13)

2) Divid. mit 4b † 4c; $\frac{4bc}{4b \dagger 4c} = \frac{bc}{b \dagger c} = x$ (ax. 4 §. 13)

Arithmetiſche Conſtruction.

1) Multipliciret AD $=$ b mit EL $=$ c

2) Addiret AD $=$ b und EL $=$ c, mit der Summe b † c dividiret das erſte product, (no. 1) ſo gibt das quotum den verlangten ſemidiameter VH $= \frac{bc}{b \dagger c}$

Geometriſche Conſtruction.

Suchet die 4te proportionalem zu b † c, b, und c welche $= \frac{bc}{b \dagger c} = x$, folglich den ſemidiameter VH gibt.

Schol. Der ſemidiameter des andern kleinern Circkuls MN wird auff gleiche Weiſe gefunden.

VIII. Wenn die 4 Seiten eines Trapezii ſo in einen Circkul beſchrieben, gegeben ſammt einer Diagonali, ſoll die andere Diagonalis gefunden werden.

Es ſey das Trapezium ABCD (Fig. 11 no. 2), in welchen die Seiten AB, BC, CD und DA ingleichen die diagonalis AC gegeben, BD aber ſoll gefunden werden; ziehet aus C nach BD die Linie CG, daß der Winckel GCD = BCH

Benennung.

1) Setzet AB = a, BC = b, CD = c, AD = d, AC = g. BD = x.

2) Weil alſo in denen trianguln BAC und CDG, die Winckel BCA = GCD (conſtr.) und BAC = CDG (th. 13 §. 6 geom.) ſo iſt CA (= g) : AB = CD (= c) : DG $\left(= \frac{ca}{g}\right)$

3) Ingleichen weil in denen trianguln CAD und CBG die Winckel CAD = CBD (th. 13 §. 6 geom.) und ACD (= ACG † GCD) = BCG (= BCH † HCG) per conſtr.) ſo iſt auch AC (= g) : AD (= d) = BC (= b) : BG $\left(= \frac{bd}{g}\right)$

4) Folglich iſt BD = $x = \frac{ca}{g} \dagger \frac{bd}{g}$ (no. 2, 3)

Conſtruction.

Suchet die 4te proportional-Linie zu g, c, und a, ingleichen zu g, b, und d, die Summe derſelben gibt die geſuchte diagonalem.

Coroll. Hieraus erhellet, daß das rectangulum der beyden diagonalium in dergleichen Trapezio ſo groß, als die Summe der beyden rectangulorum zweyer gegen einander überſtehenden Seiten, den wenn in der gefundenen Gleichung ($x = \frac{ca + bd}{g}$;) an beyden Seiten mit g multipliciret wird, iſt xg (das product der beyden diagonalium) = ca (dem product 2 gegen einander ſtehenden Seiten AB und CD) + bd (dem Product der andern beyden gegen einander überſtehenden Seiten. (BC und DA)

IX. Es ſollen 3 Quantitäten gefunden werden, deren erſte mit einer gegebenen, z. E. 73, nochmahl ſo viel mache, als die beyden übrigen halten, die andere ſoll mit eben derſelben gegebenen 3mal ſo viel machen als die beyden übrigen, und die dritte mit eben derſelben 4mahl ſo viel als die beyden übrigen.

Benennung.

1) Die gegebene Gröſſe ſetzet = a

2) Die erſte der geſuchten = x

3) Weil aus dieſen die Benennung der übrigen noch nicht zu finden, ſo nennet auch die andere von denen geſuchten Gröſſen = y (hyp. 9 §. 17)

4) Folglich wird die dritte ſeyn = $\frac{y + a - y}{2}$;

weil alſo 2 unbekandte Gröſſen angenommen ſind, müſſen auch 2 Gleichungen gefunden werden (ax. 1 §. 18)

Die erſte Gleichung vor y;

$y + a = 3x + \frac{3x + 3a - 3y}{2}$

Die andere Gleichung vor x;

$\frac{x + a - y}{2} + a = 4x + 4y.$

Die erſte Reduction der Gleichung vor x;

1) Add. y; $\frac{x + a}{2} + a = 4x + 5y$ (ax. 1 §. 13)

2) Mult. mit 2; $x + 3a = 8x + 10y$ (ax. 3 §. 13)

3) Subtr. x; $3a = 7x + 10y$ (ax. 2 §. 13)

4) Subtr. 10y; $3a - 10y = 7x$ (ibid.)

5) Divid. mit 7; $\frac{3a - 10y}{7} = x$ (ax. 4 §. 13)

Die Reduction der andern gleichung vor y;

1) Add. 3y; $4y + a = \frac{3x + 3a}{2} + 3x$ (ax. 1 §. 13)

2) Mult. mit 2; $8y + 2a = 9x + 3a$ (ax. 3 §. 13)

3) Subtr. 2a; $8y = 9x + a$ (ax. 2 §. 13)

4) Subſtituiret den Wehrt von x aus der erſten Reduction $8y = \frac{27a - 90y}{7} + a$

5) Mult. mit 7; $56y = 34a - 90y$ (ax. 3 §. 13)

6) Add. 90y; $146y = 34a$ (ax. 1 §. 13)

7) Di-

7) Divid. mit 146; $y = \frac{34a}{146}$ (ax. 4 §. 13)

Arithmetiſche Conſtruction.

1) Multipliciret die gegebene Zahl 73 = a mit 34

2) Das product 2482 dividiret mit 146, ſo gibt das quotum 17 die andere geſuchte Gröſſe.

3) Dieſe (weil nach der erſten Reduction $x = \frac{3a - 10y}{7}$) multipliciret mit 10, das product 170 ziehet von dem triplo der gegebenen Zahl = 219 ab, den Reſt 49 dividiret mit 7, ſo gibt das quotum 7 die erſte Zahl.

4) Addiret die erſte Zahl 7 zu der gegebenen 73, die Summe 80 halbiret, und ziehet von der Helffte 40 die andere gefundene Zahl 17 ab, ſo bleibet die dritte $(\frac{x + a}{2} - y) = 23$ übrig.

5) Dieſemnach ſind die 3 geſuchten Gröſſen 7, 17, 23.

§. 22. Zuweilen geſchiehet es daß in denen Auffgaben nicht Umſtände gnug vorhanden, darnach ſo viele Gleichungen zu finden, als unbekandte Gröſſen angenommen werden müſſen; daraus den erhellet, daß einige von ſolchen unbekandten Gröſſen nicht eigentlich determiniret ſind. In ſolchen Fall kan alſo nach Gefallen vor die geſuchten Gröſſen, für welche ſich keine Gleichung finden will, iedwede bekandte angenom-

nommen, und aus derſelben der Wehrt der übrigen beſtimmet werden; Sintemahl in denenſelben ſo vielerley Veränderungen geſchehen können, als ſich dieienigen Gröſſen, welche nach Gefallen angenommen ſind, verändern laſſen. Wir wollen dieſes deutlicher zu zeigen nachfolgende Exempel hinzu fügen.

I. Es ſoll zwiſchen beyden Linien AB und *AC* (Fig. 12) welche einen beliebigen Winckel mit einander machen, dergleichen Punct D gefunden werden, daß wenn von denſelben die Linien *DC* und DB mit AB und *AC* parallel gezogen werden, die Summe derſelben *BC* † *BD* der gegebenen Linie *EF* gleich werde.

Benennung.

1) Nennet EF = a
2) BD = x,
2) *CD* = y.

Gleichung.

x † y = a.

Reduction.

Subtrah. x; ſo iſt y = a—x; da nun in der Auffgabe ſich keine andere Umſtände mehr finden, daraus der Wehrt von x eigentlich könne beſtimmet werden, iſt klahr, daß iede Linie welche nur kleiner iſt als a, ſtatt x könne angenommen werden, weßhalben zwiſchen denen Linien AB und *BC* auch ſo viel puncte D können genommen werden, als die Linie BD variiren kan.

Arith-

Arithmetiſche Conſtruction.

Nehmet nach Gefallen BD gröſſer oder kleiner an/ und ſubtrahiret ſie von der gegebenen Linie EF = a, ſo wird der Reſt $a - x$, die andere Linie CD geben.

Geometriſche Conſtruction.

1) Nehmet in der gegebenen Linie EF nach Gefallen EG = x, und traget ſie aus A in B, FG aber aus A in C.

2) Ziehet aus B mit AC, und aus C mit AB Bogen die ſich ſchneiden in D.

3) Ziehet die Linien BD und CD, welche werden CD = AC = EG, und AB = FG ax. 2 §. 29 geom.) und alſo folglich die Summe derſelbe = EF.

II. **Wenn in einen Circkul** ABCF (Fig. 13) **über dem** diameter BF **eine** perpendicularis GD **auffgerichtet wird, welche die** circumferenz **des Circkuls nach Gefallen ſchneidet in** A **und** C, **und aus** B **gerade Linien nach** C **und** D **gezogen ſind, deren die letztere die** circumferenz **ſchneidet in** E, **und die Linien** BE **und** BC **bekandt ſind, ſoll die Länge der Linie** ED **gefunden werde.**

Benennung.

Damit AD könne determiniret werden, muß ſo wohl der diameter des Circkuls BF als die diſtanz BG bekandt ſeyn, daher beyderley müſſen gefunden werden.

Setzet alſo 1) BE = a, 2) BC = b, 3) ED = x, 4) BG = y, 5) BF = z, daß 6) GF = $z - y$ (n. 5, 4)

Die

Die erſte Gleichung.

1) $\square GC = \square BC - \square BG = b^2 - y^2$ (th. 8 §. 29 geom.)

2) Eben daſſelbe $\square GC$ iſt auch $= zy - yy$, weil GC die mittlere proportionalis zwiſchen BG und GF, (probl. 42 §. 24 geom. und th. 2 §. 22 arithm.) daher

3) $bb - y^2 = zy - y^2$, (no. 1. 2) das iſt, $bb = zy$.

4) $y : a + x = a : z$ (propos. 4 lib. VI Euclidis)

5) Folglich $yz = a^2 + ax$ (th. 1 §22 arithm.)

6) Daher $bb = a^2 + ax$ (no. 3, 5)

Reduction.

1) Subtr. a^2, ſo iſt; $bb - aa = ax$ (ax. 2 §. 13)

6) Divid. mit a; $\frac{bb - aa}{a} = x$.

Weil demnach in der Auffgabe keine weitere Umſtände vorhanden daraus der beſondere Wehrt von y und z daß iſt von BG und BF könnte determiniret werden, kan man dieſelben nach belieben annehmen. Beſchreibet alſo in gefälliger Weite einen Circkul, und nehmet in einen beliebigen diametro auch nach Gefallen die diſtanz DG, ſo werdet ihr iedesmahl nach der gefundenen Gleichung die verlangte diſtanz ED durch folgende conſtruction finden können.

Arith-

Arithmetiſche Conſtruction.

Ziehet von dem quadrat der Seite BC = bb, das quadrat der Seite BE = aa ab, den Reſt = bb—aa dividiret mit BE = a, ſo gibt das quotum $\frac{bb-aa}{a}$ die Länge der Linie ED, damit aus E die perpendicularis GE ſo über dem diameter BF ſtehet, nachdem ſie ausgezogen worden, muß abgeſchnitten werden in D.

Geometriſche Conſtruction.

1) Ziehet über BC = b einen halben Circkul (no. 2) und traget aus B in die peripherie die Linie *BC* = a in E, ſo wird CE $\sqrt{bb-aa}$ (th. 18 §. *6*, und th. 8 §. 29 geom)

2) Suchet zu BE = a und *CE* = BH = $\sqrt{bb-aa}$ die dritte proportionalem (probl. 42 §. 24 geom) welche $\sqrt{\ } = \frac{bb-aa}{a}$, mit welcher die perpendicularis GD aus *E* (no. 1) muß abgeſchnitten werden.

III. **Es ſoll ein gerade-wincklichter Triangul beſchrieben werden, deſſen Umfang gegeben iſt.**

Benennung.

Nennet 1) den Umfang des Trianguls = a 2) die eine Seite = y, 3) die andere = x, ſo iſt, 4) die hypothenuſa = a—x—y

Glei-

Gleichung.

Folglich $a^2 + x^2 + y^2 - 2ax - 2ay = xx + yy$ (th. 8 §. 29 geom.).

Reductio.

1) ſubtr. $xx + yy$; $a^2 - 2ax - 2ay - 2xy = 0$ (ax. 2 §. 13)

2) add. $2ay + 2xx$; $a^2 - 2ax = 2ay + 2xy$ (ax. 1. §. 13)

3) divid. mit $2a + 2x$; $\frac{a^2 - 2ax}{2a + 2x} = y$ (ax. 4 §. 13)

Da nun keine andere Umſtände in der Aufgabe mehr übrig ſind, daraus eine beſondere Gleichung vor x könte gefunden werden, ſo kan man x nach Gefallen annehmen.

Arithmetiſche Conſtruction.

1) Nehmet die eine Seite $= x$, ſo groß als ihr wollet, nur nicht über die Helffte des gegebenen Umfangs.

2) ſubtrahiret die Seite 2mal von dem duplo des gegebenen Umfangs $= 2a$,

3) multipliciret daſſelbe duplum mit der (no. 1) angenommenen Seite.

4) das product $= 2ax$ ſubtrahiret von dem quadrat des gegebenen Umfangs $= aa$.

5) den Reſt $aa - 2ax$ dividiret mit den gefundenen Reſt (no. 2) $= 2a - 2x$: ſo gibt das quotum $= \frac{aa - 2ax}{2a - 2x}$ die andere Seite des Tri-

Geo-

angul, welche über die erſte muß perpendiculair geſtellet werden.

Geometriſche Conſtruction.

1) Wenn die eine Seite $IK = x$, nach Gefallen angenommen, ſuchet zwiſchen $2a = AI$ und x die mittlere proportionalem $IL = \sqrt{2ax}$.

2) Ziehet über $AB = a$ einen halben Circkul, und traget in denſelben aus A in C die Seite $\sqrt{2ax}$ (no. 1) ſo wird $BC = \sqrt{aa - 2ax}$ (th. 8 §. 29 geom).

3) Suchet die dritte proportionalem zu $2a - x = AE$, und $\sqrt{aa - 2ax} = CB = EF$ welche $HG = \frac{aa - 2ax}{2a - x}$ (th. 3 §. 22 arith.) folglich die andere Seite in dem geſuchten Triangul.

IV. **Es ſollen 4 Zahlen von der Art gefunden werden, daß die Summe der erſten und der andern der dritten gleich ſey, und die differenz der erſten und andern der 4ten gleiche.**

Benennung.

Setzet 1) die erſte ſey $= x$, 2) die andere $= y$, 3) die dritte $= z$, 4) die 4te $= v$; ſo iſt 5) die Summe der beyden erſten $= x + y$, 6) die differenz $= x - y$.

Erſte Gleichung.

$x + y = z$.

Reduction.

ſubtr. y; $x = z - y$

Andere Gleichung.

$x - y = t$

Reduction.

add. y; $x = t + y$

Dritte Gleichung.

$z - y = t + y$

Reduction.

1) add. y; $z = t + 2y$

2) ſubtr. t; $z - t = 2y$

3) divid. mit 2; $\frac{z - t}{2} = y$

Vierdte Gleichung.

$x = z - \frac{z + t}{2} = \frac{z + t}{2}$;

Weil alſo nichts mehr übrig daraus die Gröſſe der Zahlen z und t könten determiniret werden, ſo erhellet, daß man dieſelben nach Gefallen könne annehmen; ſollen aber x und y keine gebrochene Zahlen ſeyn, ſo müſſen vor z und t gerade Zahlen genommen werden. Setzet z. E. $z = 12$, $t = 4$, ſo iſt $x = 8$, $y = 4$;

Das IV. Capitel.

Von denen Quadratiſchen Gleichungen.

§. 23. Die quadratiſchen Gleichungen werden eben ſo gefunden wie die einfachen/ (§, 18) auch findet ſich bey der reduction derſelben, wenn nur einerley dignität der unbekannten Gröſſe vorkommt, kein anderer Unterſchied, als daß die quadrat Wurtzel zu beyden Seiten in der (§. 19) reducirten Gleichung müſſe extrahiret werden, wie [§. 19 arithm. ſpecioſ.] gelehret worden, dahero iſt nur allein die conſtruction dieſer Gleichungen von der vorhergehenden etwas unterſchieden. Weil aber auch hiebey wieder verſchiedene caſus vorkommen, wollen wir dieſelben in folgender Aufgabe kürtzlich erklähren.

Eine quadratiſche Gleichung, darinn nur einerley dignität der unbekannten Gröſſe vorkömmt, conſtruiren. Probl

I) Wenn $xx = ab$, und alſo $x = \sqrt{ab}$. Suchet die mittlere proportionalem zwiſchen a und b, probl. 42. §. 24 geom), welche $= \sqrt{ab}$ (th. 3 § 22 arithm).

II) Wenn $xx = ab + cd$, folglich $x = \sqrt{ab + cd}$. Suchet die mittlere proportionalem zwiſchen a und b $= \sqrt{ab}$, ingleichen zwiſchen c und d $= \sqrt{cd}$, nachmahls beſchreibet ein gerade wincklichtes Triangul, deſſen eine Seite $= \sqrt{ab}$, die andere $= \sqrt{cd}$, ſo wird die hypothenuſa $= \sqrt{ab + cd}$ (th. 8 §. 29 geom).

III) Wenn $xx = ab - cd$, und folglich $x = \sqrt{ab - cd}$. Suchet abermahl die mittlere proportionales zwiſchen a und b $= \sqrt{ab}$, und c und d $= \sqrt{cd}$, nachmals ziehet über $\sqrt{ab}$ einen halben Circkul / und traget in denſelben aus dem einen termino des diametri $\sqrt{cd}$, ſo wird die dritte Seite des Trianguls/ welches über dem diameter conſtruiret wird, ſeyn $= \sqrt{ab - cd}$ (th. 8 §. 29 geom).

IV. Wenn $xx = \frac{cddf}{hh}$, und alſo $x = \sqrt{\frac{cddf}{hh}}$; ſuchet zu h, c, und d die 4te proportionalem (probl. 41 §. 24 geom) welche $= \frac{cd}{h}$ (probl. 21 §. 23 arithm.) wird nun dieſe z. E. g genannt / ſo iſt $hg = cd$ (th. 1 §. 22 arithm.), folglich $\sqrt{\frac{hgdf}{hh}} = \sqrt{\frac{gdf}{h}} = x$. Hierauf ſuchet nochmahls die 4te proportionalem zu h, g und d, welche $= \frac{gd}{h}$; nennet ihr dieſelbe z. E. m, ſo iſt $hm = gd$, daher $\sqrt{\frac{hmf}{h}} = \sqrt{\frac{gdf}{h}} = \sqrt{mf} = x$. Endlich ſuchet die mittlere proportionalem zwiſchen m und f welche $= \sqrt{mf}$ (th. 3 §. 22 arithm.) $= xx$.

V. Wenn $xx = \frac{h^2k^2}{cc}$; ſo iſt $x = \frac{hk}{c}$; daher ſuchet die 4te proportionalem zu c, h, und k $= \frac{hk}{c}$;

VI. Wenn $xx = \frac{bbcc + bccd + bagd - afgc}{am + cp}$

) Su-

a) Suchet die mittlere proportionalem zwiſchen c und p $= \sqrt{cp}$ z. E. q daher $cp = qq$ (th. 3 §. 22 arithm.)

b addiret die quadrata mm und qq (probl. 40 §. 34 geom.) und ſetzet die Summe $= rr$. Daß

$$\frac{hbcc + bccd + bagd - afgc}{mm + cp} = \frac{hbcc + bccd + bagd - afgc}{rr}$$

c) Suchet die 4te proportionalem zu r, b, und c; $= \frac{bc}{r} =$ z. E. s; ſo iſt $rs = bc$; ingleichen zu r, b und a. $= \frac{ab}{r} =$ z. E. t, ſo iſt $rt = ab$, nicht weniger zu r, a, und f $= \frac{af}{r} =$ z. E. l, ſo iſt $rl = af$; folglich $\frac{hbce + bccd + bagd - afgc}{rr} = \frac{shc + scd + tgd - lgc}{r}$

d) weiter ſuchet die 4te proportionalem zu r, s, und c $= \frac{cs}{r} =$ z. E. n, ſo iſt $rn = cs$, ingleichen zu r, t und g $= \frac{tg}{r} =$ z. E. k; ſo iſt $rk = tg$. Endlich auch zu r, l und g $= \frac{lg}{r} =$ z. E. i, ſo iſt $ri = lg$.

Daher, $\frac{ſhc + ſcd + tgd - lgc}{r} = ah + nd + kg - ic$

e) Suchet die mittlere proportionales zwiſchen a und h, $= \sqrt{ah}$, n und d, $= \sqrt{nd}$, k u. g, $= \sqrt{gk}$, i und c $= \sqrt{ic}$,

f) addiret die quadrata derer radicum nh, nd, und kg (probl. 40 §. 34 geom)

g) von der Summe $nh + nd + kg$ ziehet ab das quadrat der Seite $\sqrt{ic}$ (probl. 41 §. 34 geom.) der Reſt iſt $= nh + nd + kg - ic = xx$; folglich die Seite dieſes quadrats $= \sqrt{nh + nd + kg - ic} = x$.

VII. Wenn $xx = \frac{4aacc - c^4}{aa} = 4cc - \frac{c^4}{aa}$

a) Suchet die dritte proportionalem zu a und c $= \frac{cc}{a}$, nennet dieſelbe z. E. f; ſo iſt $af = cc$, und $ff = \frac{c^4}{aa}$

b) Beſchreibet ein gerad-wincklichtes Triangul deſſen hypothenuſa $= 2c$, die eine Seite $= f$, ſo wird das □ der anderen ſeyn, $4cc - ff = \frac{4aacc - c^4}{aa} = xx$ (th. 8 §. 29 geom.) folglich iſt dieſe Seite ſelber $= \sqrt{\frac{4aacc - c^4}{aa}} = x$.

Hierauf folgen wieder einige Exempel darinnen quadratiſche Gleichungen vorkommen.

1) Wenn die Seiten eines oblongi bekannt, ſoll die Seite eines quadrats gefunden werden, welches dem oblongo gleich ſey.

Benennung.

1) Nennet die gröſſere Seite des oblongi AB (fig. 15) $= a$.

2) die kleinere BC $= b$.

3) des geſuchten quadrats BE $= x$

Gleichung.

Daher iſt $ab = x^2$ (probl. 18 und 17. §. 33 geom)

Reduction.

Extr. rad. $\sqrt{ab} = x$ (ax. 5. §. 13) *Con-*

Conſtruction.

Suchet die mittlere proportionalem zwiſchen a und b denen Seiten des oblongi, dieſe gibt die verlangte Seite des quadrats.

II. Wenn die Seiten eines gleichſeitigen Triangubs gegeben, ſoll das centrum des Circuls gefunden werden, welcher um dieſes Triangul beſchrieben wird.

Benennung.

1) Setzet, der gleichſeitige Triangul ſey ACB, (fig. 16) und um denſelben ſey die peripherie beſchrieben, deren centrum D.

2) ſchneidet demnach den Bogen CB in der peripherie in 2 Theile in E, ſo wird CE die Seite des 6 Ecks.

3) Und weil die Triangul BFE und CFE gleiche Winckel haben, (th. 5 §. 6 geom) auch 2 gleiche Seiten, ſo ſchneidet AE die Linie CB in 2 gleiche Theile, und machet auch gerade Winckel mit ihr, folglich gehet ſie durchs centrum. (Coroll. th. 6 §. 6 geom).

4) Nennet demnach AC = a.

5) CE = AD (probl. 1. §. 5 trigon) = x deſſen □ = xx.

6) ſo wird AE ſeyn = 2x, deſſen □ = 4xx

7) folglich das □ AC = 3xx (th. 8 §. 29 geom)

Gleichung.

Daher denn aa = 3xx.

Reduction,

1) divid. mit 3; $\frac{aa}{3} = xx$ (ax. 4 §. 13)

2) extr. rad. $\sqrt{\frac{aa}{3}} = x$ (ax. 5 §. 13)

Conſtructio.

Suchet demnach die mittlere proportionalem zwiſchen $\frac{a}{3} = (\frac{1}{3}$ AC) und a, (= AC) welche $= \sqrt{\frac{aa}{3}} = x$. Nachmahls macht aus A und C mit dieſen ſemidiameter $\sqrt{\frac{aa}{3}}$ einen Durchſchnitt in D, welcher das geſuchte centrum gibt.

III. Wenn die hypothenuſa eines Trianguli rectanguli, und die Verhältniß der Seiten gegen einander gegeben, ſoll das Triangul ſelbſt conſtruiret werden.

Benennung.

1) Nennet die hypothenuſam GL (fig. 17) = a

2) Die Seiten GM und LM ſollen ſich zu einander verhalten wie GD: ED = e: o

3) GM nennet = x, ſo iſt ML = $\frac{ox}{e}$

Glei-

Gleichung.

folglich, $aa = xx + \frac{o^2 x}{e^2}$ (th. 8 §. 29 geom)

Reduction.

1) mult. mit e^2; $aaee = eexx + ooxx$ (ax. 3 §. 13),

2) divid. mit $ee + oo$; $\frac{aaee}{ee+oo} = xx$ (ax. 4 §. 13)

3) extr. rad. $\sqrt{\frac{aaee}{ee+oo}} = ae : \sqrt{ee+oo} = x$ (ax. 5 §. 13)

Conſtruction.

1) Beſchreibet ein gerad-wincklichtes Triangul GDE (no. 2) deſſen eine Seite $GD = e$; die andere $DE = o$, ſo wird die hypothenuſa $GE = \sqrt{ee+oo}$ (th. 8. §. 29 geom).

2) Ziehet GE aus in L, daß GL = der gegebenen hypothenuſa, und laſſet aus L in GD (nachdem dieſelbe ausgezogen worden) die perpendicularem LM fallen, dieſe iſt $= ae : \sqrt{ee+oo}$; weil $GE (= \sqrt{ee+oo}) : ED (= e) = GL (= a) : LM$ (probl. 41 §. 24 geom.) folglich iſt GLM das verlangte Triangul.

IV. Wenn der Innhalt eines parallelogrammi nebſt der Summe der Seiten gegeben, ſoll das rectangulum ſelber conſtruiret werden.

Benennung.

1) Es ſey der Innhalt des verlangten rectanguli = □ der Linie EC (fig. 18) = a^2

2) die Summe der Seiten = EF = b.

3) die halbe differenz der Seiten = x

4) folglich iſt die gröſte Seite $\frac{b}{2} + x$, die kleinere $\frac{b}{2} - x$; Der Innhalt des rectanguli $\frac{bb}{4} - xx$ (probl. 18 §. 33 geom).

Gleichung.

Folglich $\frac{bb}{4} - xx = aa$.

Reductio.

1) add. xx; $\frac{bb}{4} = aa + xx$ (ax. 1 §. 13)

2) ſubtr. aa; $\frac{bb}{4} - aa = xx$ (ax. 2 §. 13)

3) extr. rad.; $\sqrt{\frac{bb}{4} - aa} = x$ (ax. 5. §. 13)

Conſtructio.

Ziehet über GH (no. 2) $\frac{b}{2}$ (= ½ EF) einen halben Circkul und traget in denſelben aus G die Seite des gegebenen quadrats (= a) in C, ziehet nachmahls die Seite CH, welche = $\sqrt{a^2 - aa}$, der halben differenz der Seiten des

des oblongi. Wird demnach dieſe zu $\frac{b}{2}$ ($= \frac{1}{2}$ EF) addiret, ſo habt ihr die grőſte Seite des oblongi, wird ſie davon ſubtrahiret, bleibet die kleine Seite űbrig.

V. Wenn die baſis und Summe der űbrigen beyden Seiten, wie auch die Hőhe eines Trianguls gegeben, ſoll iede Seite deſſelben beſonders gefunden, und das Triangul conſtruiret werden.

Benennung.

Es ſey 1) die baſis AB (fig. 19) $= a$

2) die Summe der Seiten $AC + BC = b$

3) die Hőhe $CD = c$

4) die halbe differenz der Seiten AD und $BD = y$

5) daher $AD = \frac{a}{2} - y$, $BD = \frac{a}{2} + y$

6) die differenz der Seiten BC und $AC = x$

7) daher die grőſte Seite $BC = \frac{b + x}{2}$; die kleinere $\frac{b - x}{2}$.

8) folglich $\square BC = \frac{bb + bx + xx}{4}$

9) $\square AC \frac{bb - bx + xx}{4}$

10) $\Box BD \frac{aa}{4} + ax + yy$

11) $\Box AD \frac{aa}{4} - ax + yy$

Die erſte Gleichung.

1) Weil $\Box AC = \Box AD + \Box CD$, und $\Box CB = \Box CD + \Box DB$ (th. 8 §. 29 geom.) So iſt:

2) $\Box BC - \Box AC = \Box DB + \Box CD - \Box CD - \Box DA = \Box BD - \Box BA$. Daher $\frac{bb}{4} + bx + xx - \frac{bb}{4} + bx - xx = \frac{aa}{4} + ay + yy - \frac{aa}{4} + ay - yy$. Das iſt: $2bx = 2ay$.

Reduction.

3) divid. mit $2a$; $\frac{bx}{a} = y$ (ax. 4 §. 13)

Die andere Gleichung.

$\Box BC - \Box BD = \Box CD$ (th. 8 §. 29 geom) daher $\frac{bb}{4} + bx + xx - \frac{aa}{4} - ay - yy = ce$ oder ſubſtituiret den Werth von y aus der erſten Gleichung, ſo iſt; $\frac{bb}{4} + bx + xx - \frac{aa}{4} - bx - \frac{bbxx}{aa} = ce$

Reduction.

1) mult. mit aa; $\frac{aabb}{4} + aaxx - \frac{a^4}{4} - bbxx = aacc$ (ax. 3 §. 13)

2) add. bbxx. $\frac{aabb}{4} + aaxx - \frac{a^4}{4} = aacc + bbxx$

3) ſubtr. aaxx. $\frac{aabb}{4} - \frac{a^4}{4} = aacc + bbxx - aaxx$

4) ſubtr. aacc; $\frac{aabb}{4} - \frac{a^4}{4} - aacc = bbxx - aaxx$

5) divid. mit $bb - aa$; $\frac{aabb - a^4 - 4aacc}{4bb - 4aa} = xx$

6) extr. rad. $\sqrt{\frac{aabb - a^4 - 4aacc}{4bb - 4aa}} = x.$

Conſtruction.

1) Ziehet über EF (no. 2) $= 2b$ einen halben Circkul, und beſchreibet in denſelben über dem diameter EF ein gerad-wincklichtes Triangul EHF, deſſen eine Seite EH $= 2a$, ſo wird die andere Seite FH $= \sqrt{4bb - 4aa}$ (th. 8 §. 29 geom).

2) Beſchreibet auch über EG $= b$ einen halben Circkul und in denſelben über dem diameter EG ein gerad-wincklichtes Triangul EIG, deſſen eine Seite EI $= 2c$, ſo wird die dritte EG $= \sqrt{bb - 4cc}$ (ibid).

3) Uber

3) Uber eben dieſer Seite IG beſchreibet nochmals einen halben Circkul und in demſelben ein gerad-wincklichtes Triangul IKG, deſſen eine Seite IK $= a$, ſo wird die andere KG, $= \sqrt{bb - 4cc - aa}$ (ibid).

4] Suchet zu EL $=$ EH $= \sqrt{4bb - 4aa}$ (no. 1) LM $=$ GK $\sqrt{bb - 4ccaa - aa}$ und EK $= a$ ($= \sqrt{aa}$) die 4te proportionalem KN, welche $= \frac{\sqrt{aabb - 4aacc - a^4}}{\sqrt{4bb - 4aa}} = x$. (th. 1. §. 22 arith)

5] addiret derowegen dieſe gefundene Linie zur halben Summe der gegebenen Seiten, ſo habet ihr die gröſte Seite, ſubtrahiret ſie auch davon, ſo habt ihr die kleineſte, und folglich alle 3, daher ihr das Triangul conſtruiren könnet (probl. 3 §. 30 geom).

VI. Es ſoll aus dem gegebenen ſemidiametro eines Circkuls und der Seiten eines zehn Ecks, die Seite des fünff Ecks ſo ſich in denſelben Circkul beſchreiben läſſet, gefunden werden.

Benennung.

1) Es ſey der Radius AB (fig. 20) $= a$

4) die Seite des X Ecks BD $= c$

5) die Seite des V Ecks BC $= x$

4) daher

4) Daher $CE = \frac{x}{2}$, und $EA = \sqrt{aa - \frac{xx}{4}}$ (th. 8 §. 29 geom.)

5) $DE = a - \sqrt{aa - \frac{xx}{4}}$

6) $\square BD = \frac{xx}{4} + a^2 - 2a\cdot\left(\sqrt{aa - \frac{xx}{a}}\right) + aa - \frac{xx}{4}$ (ibid.)

Gleichung.

$cc = \frac{xx}{4} + a^2 - 2a\cdot\left(\sqrt{aa - \frac{xx}{4}}\right) + aa - \frac{xx}{4}$ (no. 2, 6) $= 2aa - 2a\cdot\left(\sqrt{aa - \frac{xx}{4}}\right)$

Reduction.

1) Add. $2a\cdot\left(\sqrt{aa - \frac{xx}{4}}\right)$ und ſubtr. cc;

$2aa - cc = 2a\cdot\left(\sqrt{aa - \frac{xx}{4}}\right)$ (ax. 1, 2 §. 13)

2) Multipliciret beyderley Grůſſen mit ſich ſelbſt; $4a^4 - 4aacc + c^4 = 4a^2\cdot\left(aa - \frac{xx}{4}\right)$; das iſt $4a^4 - 4aacc + c^4 = 4a^4 - \frac{4aaxx}{4}$.

3) Sub-

3) Subtr. $(4a^4)$ $c^4 - 4aacc = - aaxx$

4) Add. a^2x^2 u. $4aacc$; $4a^2cc = c^4 + a^2x^2$

5) Subtr. c^4; $4a^2cc - c^4 = a^2xx$

6) Divid. a^2; $\frac{4a^2cc - c^4}{aa} = xx$

7) Extr. rad. $\sqrt{\frac{4a^2cc - c^4}{aa}} = x.$

Conſtruction.

1) Weil FD = 2a, und BD = c ſo iſt FB = $\sqrt{4aa - cc}$ (th. 8 §. 29 geom.)

2) Machet AG = c (= $\sqrt{cc}$) und ziehet der Linie AB durch G eine parallele GH, ſo wird dieſelbe in der Linie FB (nach dem ſie ausgezogen worden) BH abſchneiden, welche = der geſuchten Seite des pentagoni, weil FA ($\sqrt{aa}$) : AG ($\sqrt{cc}$) = FB ($\sqrt{4aa - cc}$) : BH ($\sqrt{\frac{4aacc - c^4}{a^2}}$)

VII. Aus dem gegebenen ſemidiametro des Circkuls ſoll der Sinus von 60 graden gefunden werden.

Benennung.

1) Es ſey der ſemidiameter AB (Fig. 21) = a

2) Ziehet die Seiten des hexagoni CB und BD = AB, das iſt die chordas von 60 graden (probl. 1 §. 5 trigon.)

3) Neu-

3) Nennet CD die chorde von 120 graden $= x$

4) Ziehet hierauff den ſemidiameter AD, und AC ſo ſind in denen gleichſeitigen trianguln CAB und DAB die Winckel CAB = DAB (th. 4 §. 6 geom.)

5) Daher auch in denen trianguln DAE und CAE, ſo wohl die Winckel in E gerade, als die Seiten CE = DE (th. 3 §. 6 geom.)

6) Folglich haben auch die triangul BEC und AEC die Winckel und Seiten gleich; daß

$$BE = EA = \frac{a}{2}.$$

Gleichung.

$$\square CB - \square BE = a^2 - \frac{a^2}{4} = \square CE \frac{x}{4}$$

(th. 8 §. 29 geom.)

Reduction.

mult. mit 4; $3a^2 = x^2$
extr. rad. $\sqrt{3a^2} = x.$

Conſtruction.

Suchet die mittlere proportionalem zwiſchen 3a und a, welche $= \sqrt{3aa} = CD$, davon ½ CE der Sinus des Winckels von 60 gr.

VIII. Wenn der ſemidiameter des Circkuls gegeben, ſoll die chorde des Bogen von 45 grad gefunden werden.

Benennung.

1) Es ſey (1) der ſemidiameter AB = AC (Fig. 22) = a

2) BC Die chorde des Bogen von 45° = x

3) Daher nach voriger demonſtration CE = ED.

4) Und in dem gerade wincklichten triangul CEA die Seite AE = EC (weil der Winckel EAC 45° th. 5 §. 6 geom.)

5) CD (hypothenuſa des gerade wincklichten triangul CAD) = $\sqrt{2aa}$ (th. 8 §. 29 geom.)

6) Folglich CE = AE $\sqrt{\frac{1}{2}aa}$

7) Und EB = $a - \sqrt{\frac{1}{2}aa}$

Gleichung.

$$\square CB = xx = \square CE + \square BE = \tfrac{1}{2}aa + a^2 - 2a\sqrt{\tfrac{1}{2}aa} + \tfrac{1}{2}aa = 2aa - 2a.\sqrt{\tfrac{1}{2}aa}.$$

Reduction.

extr. rad. $x = \sqrt{2aa - 2a\sqrt{\frac{1}{2}aa}}$

Conſtruction.

1) Continuiret den diameter BF (= 2a) in G; daß FG ſey = a, und ſuchet zwiſchen BF (2a) und FG (a) die mittlere proportionalem FH = $\sqrt{2aa}$

2) Machet FI = $\frac{a}{2}$, und ſuchet zwiſchen FI

und

und FG $\left(\frac{a}{2}\right)$ und a die mittlere proportionalem

$$FL = \sqrt{\frac{a^2}{2}}.$$

3) Machet FN = FL $\left(\sqrt{\frac{a^2}{2}}\right)$ und ſuchet

wieder zwiſchen BF und FN $\left(2a \text{ und } \sqrt{\frac{a^2}{2}}\right)$

die mittlere proportionalem FO $= \sqrt{2a^{\cdot}} \sqrt{\frac{1}{2}aa}$.

4) Uber FH ($= \sqrt{2aa}$) ziehet einen halben Circkul und traget darin aus F in M, die Seite

FO, $\left(\sqrt{2a^{\cdot}\sqrt{\frac{aa}{2}}}\right)$ ſo wird die Seite MH

$\sqrt{2aa - 2a^{\cdot}\sqrt{\frac{a^2}{2}}} = x$, das iſt die chorde des

Bogen von 45°.

§. 24. Zuweilen kommen auch in denen quadratiſchen Gleichungen nach angeſtelleter Reduction verſchiedene dignitäten der unbekandten Gröſſen vor, welche man vermiſchte Gleichungen (affectas) nennet. Z. E. $xx = ax + bb$. Da denn ſo wohl die Reduction als Conſtruction von

 der

der vorhergehenden etwas abweichet, wie folgende Auffgaben lehren.

Problem. 1. Eine quadratiſche Gleichung, darin verſchiedene Dignitäten der unbekandten Gröſſe vorkommen, reduciren.

1) Bringet alle unbekandte Gröſſen/ ſie mögen allein ſtehen oder mit andern multipliciret oder dividiret seyn/ auff die eine Seite der Gleichung/ nach denen axiomatibus (§. 13) Z. E. $xx - ax = bb$.

2) Nachmahls extrahiret die Wurtzel wenn es möglich iſt/ (§ 19 arithm. ſpecios.)

3) Wenn die unbekandten Gröſſen auf der einen Seiten der Gleichung kein vollkommenes quadrat ausmachen/ ſo addiret zu beyden Seiten noch ſo viel/ daß auff der Seiten wo die unbekandte Gröſſe befindlich ein vollkommenes quadrat zu ſtehen komme; Z. E. $xx - ax = bb$

$$= xx - ax + \frac{aa}{4} = bb + \frac{aa}{4}$$

Schol. Solte auch die unbekandte Gröſſe mit mehr als einer bekandten multipliciret ſeyn, ſo benennet die Summe aller dieſer bekandten Gröſſen mit einen Buchſtaben, damit die Wurtzel teſto leichter könne extrahiret werden.

Z. E. wenn $xx + ax + bx = aa + bb$; ſo nennet $a + b = f$, ſo iſt $xx + ax + bx = xx + fx = aa + bb$, und nachmahls $xx + \frac{ff}{4} + fx = aa + bb + \frac{ff}{4}$.

4) Wenn nachmahls zu beyden Seiten die radices gefunden/ ſo bringet alle Bekandte Gröſſen auff eine Seite (nach denen axiomatibus §. 13.) damit der Wehrt der unbekandten Gröſſe durch lauter bekandte Gröſſen expri-

primiret werde. Z. E. wenn $xx + ax + \frac{aa}{4} = bb + \frac{aa}{4}$, ſo iſt auch $\overline{x + a}^2 = \sqrt{bb + \frac{aa}{4}}$; daher ferner;

$x = \sqrt{bb + \frac{aa}{4}} - \frac{a}{2}$.

Eine vermiſchte quadratiſche Gleichung conſtruiren. Probl. 2.

1) Wenn $x = -\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{aa}{4} + bb}$; machet FD (Fig. 23) = $\frac{1}{2}a$, und richtet darüber perpendiculair auf DE = b, ſo wird die hypothenuſa EF = $\sqrt{bb + \frac{a^2}{4}}$ (th. 8 §. 29 geom.), wird demnach FD = $\frac{a}{2}$ hinzu gethan, iſt die Summe = $\frac{a}{2} + \sqrt{bb + \frac{a^2}{4}}$.

2) Wenn $x = \sqrt{\frac{aa}{4} + bb} - \frac{a}{2}$; machet

abermahl FE (Fig. 23) $= \sqrt{\frac{aa}{4} + bb}$ (no. 1)/ und ziehet davon DF $= \frac{a}{2}$ ab / ſo iſt der Reſt $= \sqrt{\frac{aa}{4} + bb} - \frac{a}{2}$.

Probl. 2. 3) Wenn $x = \frac{a}{2} + \sqrt{\frac{aa}{4} - bb}$. Beſchreibet einen halben Circkul über AC (Fig. 24) $= \frac{a}{2}$ /und traget in denſelben aus A den einen Ende des diametri die Seite b/ ſo wird die andere Seite BC in den gerade winckelichten triangul ABC $= \sqrt{\frac{aa}{4} - bb}$; wird hiezu $\frac{1}{2}$ AC $= \frac{a}{2}$ addiret/ iſt die Summe $= \frac{a}{2} + \sqrt{\frac{aa}{4} - bb}$.

Exempel.

1) Wenn die differenz beyder Seiten in einen gerade-wincklichten triangul inngleichen die differenz der gröſten Seite und der hypothenuſa bekand, ſoll iede Seite beſonders gefunden werden.

Be-

Benennung.

1) Es ſey in dem triangul *ABC* (Fig. 25 no. 1.) die differenz der Seiten $AB - AC = a$

2) Die differenz *AC* und der hypothenuſa $BC = b$

3) Die gröſte Seite $AB = x$, folglich die kleineſte *AC* $a - x$, und die hypothenuſa $BC = x + b$

Gleichung.

Daher, $xx + aa - 2ax + xx = xx + 2bx + bb$.

Reduction.

1) Subtr. $xx + 2bx + aa$; $xx - 2ax - 2bx = bb - aa$

2) Nennet $2a + 2b = 2c$; $xx - 2cx = bb - aa$

3) Add. cc; $xx - 2cx + cc = bb - aa + cc$

4) Extr. rad. $x - c = \sqrt{bb - aa + cc}$

5) Add. c; $x = c + \sqrt{bb - aa + cc}$

6) Reſtituiret den Wehrt von c; $x = a + b = \sqrt{2bb + 2ab}$.

Conſtruction.

1) Beſchreibet über der geraden Linie FH (no. 2) = FG (= *BC* − *AC*) = b + GH (= *AB* − *AC*) = a, einen halben Circkul.

2) Richtet aus G die perpendicularem GL biß an die peripherie auf, ſo iſt $LG = \sqrt{ab}$, und $FL = \sqrt{bb + ab}$

3) Ziehet durch L und H die gerade Linie LN = LF, ſo wird die hypothenuſa FN (in dem triang. rectang. FLN) $= \sqrt{2bb + 2ab}$

4) Addiret demnach dazu die Linie FH ($= a + b$), ſo wird die Summe $a + b + \sqrt{2bb + 2ab} = x$; der gröſten Seite des geſuchten trianguli. Subtrahiret ihr davon HG ($= a$), ſo habt ihr die kleineſte Seite, addiret ihr aber FG ($= b$) dazu, ſo habt ihr die hypothenuſam.

II) **Wenn die hypothenuſa und die differenz der Seiten gegeben, ſoll das triangulum rectangulum formiret werden.**

Benennung.

1) Es ſey die hypothenuſa *AC* (Fig. 26 no. 1) $= a$

2) Die differenz der Seiten $= b$

3) Die kleine Seite $AB = x$, daher die Gröſte $= x + b$.

Gleichung.

$\square AC\ (aa) = \square AB\ (= xx) + \square BC\ (= xx + 2bx + bb)$ (th. 8 §. 29 geom.)

Reduction.

1) Subtr. bb. $aa - bb = 2xx + 2bx$

2) Divid. mit 2; $\frac{aa - bb}{2} = xx + bx$

3) Add. $\frac{bb}{4}$; $\frac{aa - bb}{2} + \frac{bb}{4} = xx + bx + \frac{bb}{4}$

4) Extr.

4) Extr. rad. $\sqrt{\frac{aa-bb}{2}+\frac{bb}{4}} = x + \frac{b}{2}$

5) Subtr. $\frac{b}{2}$; $\sqrt{\frac{aa-bb}{2}+\frac{bb}{4}} - \frac{b}{2} = x$.

Conſtruction.

1) Suchet die mittlere proportionalem EG zwiſchen FE = b und ED = $\frac{a}{4} = \sqrt{\frac{bb}{4}}$.

2) Richtet über FB (no. 2) = $\frac{a}{2}$, die perpendicularem BH = $\frac{a}{2}$ auf, und ziehet die hypothenuſam HF = $\sqrt{\frac{2aa}{4}}$.

3) Beſchreibet über HF einen halben Circkul und traget aus F in I die Seite EG = $\sqrt{\frac{bb}{4}}$,

(no. 1) ſo wird die Linie HL $\sqrt{\frac{2aa - bb}{4}}$,

4) Iſt nun IH $= \frac{b}{2}$ ſo iſt IL $= \sqrt{\frac{2aa - bb}{4}}$ $- \frac{b}{2} = x$ die kleinere Seite AB in dem triangul, addiret ihr dazu b, ſo habt ihr auch die gröſſere Seite, und könnet das triangul conſtruiren.

III. **Es ſoll eine gerade Linie in 2 ungleiche Theile getheilet werden, daß ſich die gantze Linie zum Gröſſern Theil verhalte, wie dieſer zum kleinern** (welches man zu nennen pfleget: Sectionem ſecundum mediam et extremam rationem.)

Benennung.

1) Es ſey die gegebene Linie AB (Fig. 27) $= a$
2) Der gröſſere Theil $AC = x$;
3) Daher der kleinere $= a - x$ und folglich
4) ex hypoth. $a : x = x : a - x$

Gleichung.

$aa - ax = xx$ (th. 3 §. 22 arithm.)

Reduction.

1) Add. ax; $aa = xx + ax$

2) Add. $\frac{aa}{4}$ $aa + \frac{aa}{4} = xx + ax + \frac{aa}{4}$

3) Extr.

3) Extr. rad. $\sqrt{\frac{5}{4}aa} = x + \frac{a}{2}$

4) Subtr. $\frac{a}{4}\sqrt{\frac{5aa}{4}} - \frac{a}{2} = x$

Conſtruction.

Beſchreibet ein gerade wincklichtes Triangul deſſen eine Seite FG = a, die andere FH = $\frac{a}{2}$, ſo wird die hypothenuſa HG = $\sqrt{\frac{5aa}{4}}$ (th. 8 §. 29 geom.) Ziehet ihr alſo davon $\frac{a}{2}$ ab, ſo bleibet IG das gröſſere Stück $\sqrt{\frac{5aa}{4}} - \frac{a}{2}$ übrig.

IV. **Wenn der Inhalt eines trianguls und die ſumme der baſis und der Höhe gegeben, ſoll der triangul ſelber formiret werden.**

Benennung.

1) Setzet den Inhalt des trianguls ABC (Fig. 28) = aâ

2) Die Summe der baſis AB und der Höhe CD = b

3) Die

3) Die baſin AB = x, daher die Höhe b − x, und der Inhalt des Trianguls, $\frac{bx - xx}{2}$ (probl. 20 §. 33 geom).

Gleichung,

$$\frac{bx - xx}{2} = aa \text{ (no. 1, 3)}$$

Reduction.

1) mult. mit 2, $bx - xx = 2aa$

2) addiret xx, und ſubtrahiret bx und $2aa$; $xx - bx = -2aa$

3) add. $\frac{bb}{4}$; $xx - bx + \frac{bb}{4} = \frac{bb}{4} - 2aa$

4) extr. rad. $x - \frac{b}{2} = \sqrt{\frac{bb}{4} - 2aa}$

5) add. $\frac{b}{2}$; $x = \frac{b}{2} + \sqrt{\frac{bb}{4} - 2aa}$

Conſtruction.

1) Beſchreibet über $\frac{b}{2}$ (= FE no. 2) einen halben Circkul, und ziehet in denſelben FG = a, ſo wird EG = $\sqrt{\frac{bb}{4} - aa}$

2) addi-

2) addiret zu EG $\frac{b}{2}$, ſo gibt die Summe $\frac{b}{2}$ $\sqrt{\frac{bb-aa}{4}}$ die baſin, und wenn ihr dieſelbe von b ſubtrahiret, bleibet die Höhe übrig.

V. **Es ſoll eine gerade Linie auf ſolche Weiſe geſchnitten werden, daß das oblongum über der gantzen Linie und dem kleineſten Theile, gleich ſey dem oblongo über dem gröſten Theile und der differenz der Theile.**

Benennung.

1) Es ſey die gegebene Linie AB (Fig. 29) $= a$

2) der kleine Theil AC $= x$, folglich der gröſſere $a-x$.

3) die differenz der Theile $= a-2x$.

4) daher AB · AC $= ax$, und CB · differenz der Theile $= aa-3ax+2xx$.

Gleichung.

$ax = aa-3ax+2xx$.

Reduction.

1) Subtr. ax und aa; $-aa = 2xx-4ax$.

2) divid. mit 2; $-\frac{aa}{2} = xx-2ax$

3) add. aa. $aa-\frac{aa}{2} = xx-2ax+aa$

4) extr.

4) extr. rad. $\sqrt{\frac{aa}{2}} = x - a$

5) add. a. $a + \sqrt{\frac{aa}{2}} = x$

Conſtruction.

Suchet die mittlere proportionalem zwiſchen a und $\frac{a}{2} = \sqrt{\frac{aa}{2}}$, und addiret dazu die Linie AB = a, ſo gibt die Summe das kleinen Stück *A*C.

VI. Wenn die perpendiculaire Höhe, ingleichen die differenz der Theile, in welche ſelbige die baſin ſchneidet, nebſt der differenz der übrigen beyden Seiten gegeben, ſoll iedwede Seite beſonders gefunden, und das Triangul conſtruiret werden.

Benennung.

1) Es ſey die Höhe DC (fig. 30) = a

2) die differenz der Theile in der baſi *A*D und DB = b

3) die differenz der Seiten *AC* und *BC* = c.

4) *BC* = *x*

5) *BD* = y, folglich

6) *DA* = y + c

7) *AC* = x + b

Die erſte Gleichung.

□ D C + □ C *B* = aa + xx = □ *BD* = yy (th. 8 §. 29 geom.)

Die

Die andere Gleichung.

$\square DC + \square AC = aa + xx + 2bx + bb = \square AD = yy + 2cy + cc.$

Die erſte Reduction.

1) ſubtrahiret cc; $aa - cc + xx + 2by + bb = yy + 2cy$

2) ſubſtituiret den Werth von yy aus der erſten Gleichung, ſo iſt: $aa - cc + xx + 2bx + bb = aa + xx + 2cy.$

3) ſubtr. $aa + xx$; $2bx + bb - cc = 2cy$

4) div. mit 2c; $\frac{2bx + bb - cc}{2c} = y$

5) daher $yy = \frac{b^4 + 4b^3x - 2bbcc - 4bccx + c4 + 4bbxx}{4cc}$

Die andere Reduction.

1) $\frac{b^4 + 4b^3x - 2bbcc - 4bccx + c4 + 4bbxx}{4cc} = aa + xx$ (no. 5 und der erſten Gleichung).

2) mult. mit 4cc; $b^4 + 4b^3x - 2bbcc - 4bccx + c^4 + 4bbxx = 4aacc + 4ccxx.$

3) ſubtr. 4ccxx; $b^4 + 4b^3x - 2bbcc - 4bccx + 4bbxx + c^4 - 4ccxx = 4aacc$

4) ſubtr. $b^4 + c^4 - 2bbcc$; $4b^3x - 4bccx + 4bbxx - 4ccxx = 4aacc - b^4 - c^4 + 2bbcc$

5) divid. mit $4bb - 4cc$; $xx + bx = \frac{4aacc - b4 - c4 + 2bbcc}{4bb - 4cc}$

6) add.

6) Add. $\frac{bb}{4}$; $x^2 + bx + \frac{bb}{4} = \frac{bb}{4} + \frac{4aacc - b^4 - c^4 + 2bbcc}{4bb - 4cc}$

7) Extr. rad. $x^2 + \frac{b}{2} = \sqrt{\frac{bb}{4} + \frac{4aacc - b4 - c^4 + 2bbcc}{4bb - 4cc}}$

8) ſubtr. $\frac{b}{2}$; $x = \sqrt{\frac{bb}{4} + \frac{4aacc - b4 - c^4 + 2bbcc}{4bb - 4cc}} - \frac{b}{2}$

oder $\sqrt{\frac{b^4 - bbcc + 4aacc - b4 - c^4 + 2bbcc}{4bb - 4cc}} - \frac{b}{2}$

oder $\sqrt{\frac{4aacc - c^4 + bbcc}{4bb - 4cc}} - \frac{b}{2}$

Conſtruction.

1) Ziehet über $ED = 2b$ einen halben Circkul und traget in denſelben aus E in M 2 c, ſo iſt $MD = \sqrt{4bb - 4cc}$.

2) Richtet aus E über ED die perpendicularem $EN = 2a$ auf, und machet $EG = b$, ſo iſt $NG = \sqrt{4aa + bb}$.

3) Beſchreibet über NG einen halben Circkul und

und traget in denſelben aus N in O die Seite NO $= c$, ſo iſt OG $= \sqrt{4aa + bb - cc}$

4) Suchet zu MD $= \sqrt{4bb - 4cc}$ (no. 1) DL $=$ NG $= \sqrt{4aa + bb - cc}$ (no. 3) und MK $= \sqrt{cc} = c$ die 4te proportionalem, PK welche $= \sqrt{4aacc + bbcc - c^4}$; von dieſer

5) Ziehet KR $= \frac{\frac{4bb - 4cc}{b}}{2}$ ab, ſo gibt der Reſt RP das Stück BD in der baſi AB, und wenn dieſes gegeben, richtet aus D die perpendicularem CD auf, und conſtruiret das verlangte Triangul.

VII. Wenn in einen gerad-wincklichten Triangul der cathetus gegeben iſt, welcher aus dem geraden Winckel herabfället, wie auch die Summe der beyden Seiten, ſoll iede Seite beſonders gefunden, und das Triangul formiret werden.

Benennung.

1) Es ſey die Höhe des Trianguls ſo beſchrieben werden ſoll, AB (fig. 31) $= a$

2) die Summe der Seiten AC und AD $= b$,

3) die hypothenuſa CD $= x$

4) die differenz der Seiten CA $-$ AD $= y$, folglich

5) $AC = \frac{b + y}{2}$ und $AD\ \frac{b - y}{2}$

Die erſte Gleichung.

$\square CD = xx = \square AC + \square AD = \frac{bb + yy}{2}$

(th. 8 §. 29 geom).

Die andere Gleichung.

Weil die Triangul ACB und ACD gleiche Winckel haben, iſt $AC\ [= \frac{b + y}{2}] : AB\ [= a] = CD\ (= x) : AD\ [\frac{b - y}{2}]$ (th. 12 §. 6 geom.) daher; $ax = \frac{bb - yy}{4}$ (th. 1 §. 22 arithm.)

Reduction der andern Gleichung.

1) mult. mit 4. $4ax = bb - yy$

2) add. yy und ſubtr. 4ax; $yy = bb - 4ax$

3) extr. rad. $yy = \sqrt{bb - 4ax}$.

Reduction der erſten Gleichung.

1) mult. mit 2; $2xx = bb + yy$

2) ſubt. bb; $2xx - bb = yy$.

3) ſubſtituiret den Werth von yy aus der andern Gleichung, ſo iſt; $bb - 4ax = 2xx - bb$.

4) add. bb und 4ax; $2bb = 2xx + 4ax$

5) divid. mit 2; $bb = xx + 2ax$

6) add.

6) add. a^2; $bb + a^2 = xx + 2ax + aa$

7) extr. rad. $\sqrt{bb + a^2} = x + a$

8) ſubtr. a; $\sqrt{bb + a^2} - a = x$.

Conſtruction.

1] Beſchreibet ein gerad-wincklichtes Triangul HIK (no. 2) deſſen eine Seite IH = b, die andere IK = a, ſo wird die hypothenuſa KH $= \sqrt{bb + aa}$.

2) Ziehet von dieſer hypothenuſa den catetum AB = a = KM, ab, ſo bleibet MH die hypothenuſa in den verlangten Triangul CD übrig $= x = \sqrt{bb + aa} - a$.

3) continuiret HK in N, und machet MN = 4a, ſuchet darauf zwiſchen dieſen quadruplo und KM = x die mittlere proportionalem MO $= \sqrt{4ax}$.

Nachmahls 4) beſchreibet über IH der Summe der Seiten = b = einen halben Circkul, und ſetzet in denſelben aus H in P die Seite MO $= \sqrt{4ax}$, ſo wird die andere Seite IG = $\sqrt{bb - 4ax} = y$, welche der differenz der Seiten in dem verlangten Triangul gleich geſetzet; wird alſo zur Helffte derſelben $\frac{b}{2}$ addiret, ſo entſtehet die gröſſere Seite, wird ſie aber von $\frac{b}{2}$

abgezogen, bleibet die kleine Seite übrig, daher ſich das Triangul leicht conſtruiren läſſet.

Das VI. Capitel.

von

Denen höhern Gleichungen.

Def. 1 §. 25. **Wenn** nach geſchehener reduction **der** exponens **der unbekannten Gröſſe auf der einen Seite der Gleichung über 2 iſt, wird** ſelbige eine **höhere Gleichung genannt;** darinnen wiederum wie in denen quadratiſchen zuweilen nur eine, zuweilen mehrere dignitäten der unbekannten Gröſſe vorkommen, daher auch unter dieſen einige puræ als $x^3 = abc$, **andere** affectæ als $x^3 + acx = b^3$ genannt

Def. 2 werden. In dem letzteren Fall iſt die Gleichung entweder **vollkommen,** (completa) oder **unvollkommen,** (defectiva) **iene nennt**

Def. 3 **man, wenn** die exponenten **der unbekannten Gröſſen von dem Gröſten bis auf** 1 **in einer arithmetiſchen** progreſſion **abnehmen;** Z. E. $x^3 + axx - bbx = c^3$; **unvollkommen hingegen und mangelhafft iſt die Gleichung, wenn einer von denen** termi- nis, **welche zu einer vollkommenen Gleichung erfodert werden, fehlen.** Z. E. x^3

Def. 4 $- abx = aab$. In denen vermiſchten Gleichungen pfleget man die bekannten Gröſſen in dem andern termino p, im dritten q, im vierten r, im fünfften s u. ſ. f. zu nennen. So iſt

z. E.

z. E. $x^3 + axx - bbx = x^3 + pxx - qx$. In denen mangelhafften aber wird die Stelle desienigen termini der in der Gleichung fehlet mit einen Stern gezeichnet, z. E. $x^3 * - qx = a^2 b$.

§. 26. Es entſtehen die höhern und vermiſchten Gleichungen, wenn etzliche einfache, in welchen einerley unbekannte Gröſſe iſt, durch einander multipliciret werden, man muß aber vorhero alle terminos in der gantzen Gleichung ſowol bekannte als unbekannte durch die reduction auf die eine Seite der Gleichung bringen, damit alle zuſammen $= o$ werden; Auf ſolche Weiſe entſtehet durch die multiplication dieſer 3 einfachen Gleichungen $x = a$, $x = b$ und $x = - c$, das iſt $x - a = o$, $x - b = o$, und $x + c = o$, folgende höhere Gleichung

$$\begin{array}{llll} x^3 & - aax & - bcx & + acb = o \\ & - bxx & - acx & \\ & + cxx & + abx & \end{array}$$

$$= x^3 \overline{+ p} x \overline{+ q} x + r = o$$

§. 27 **Man nennet dieſe einfache Gleichungen durch deren** multiplication **in einander die höhern Gleichungen entſpringen, die Wurtzeln** (radices) deren höhern Gleichungen. Und dieſe ſind wiederum 3erley Gattung; einige ſind **wahre**, (affirmativæ) andere **falſche**, (negativæ) letztlich wieder andere **unmögliche** (imaginariæ). **Wahre werden genannt, wenn die bekannte Gröſſe, welche in einer ſolchen einfachen Gleichung der unbekannten gleich gilt, das** Def. 1 Def. 2

Zeichen † hat, z. E. x = † a; falſche ſind, wenn dieſelbe bekannte Gröſſe negativa iſt. z. E. x = − c; Unmöglich aber werden ſie genannt, wenn dieſelbe Gröſſe die Wurtzel einer verneinenden Gröſſe iſt. z. E. $\sqrt{-cc}$, weil dergleichen Wurtzel auf keinerley Weiſe ſeyn kan, ſintemahl durch iede multiplication einer Gröſſe in die andere, ſie mag poſitiva oder negativa ſeyn, ein quadratum poſitivum entſtehet (§. 11 arith. ſpecioſ.)

§. 28 Wenn wir alſo die höhern und einfachen Gleichungen aus deren multiplication in einander, iene entſtehen, etwas genauer gegen einander halten, erhellen folgende Eigenſchafften der höhern Gleichungen daraus.

Axiomata.

1) Wenn zu dem exponenten des erſten termini eins addiret wird, gibt die Summe die Anzahl derer terminorum, welche in der vollkommenen Gleichung ſich finden müſſen. Als in vorigen Exempel (§. 26) wenn der erſte terminus x^3, kommt zu dieſen exponenten noch 1 zu, iſt die Summe 4, und eben ſo viel terminos hat auch die vollkommene Gleichung $x^3 + pxx + qx + r = 0$.

2) Die bekannte Gröſſe in dem andern termino gibt die Summe aller Wurtzeln der höhern Gleichung. So iſt abermal in angeführten Exempel (§. 26) die bekannte Gröſſe im andern termino c − a − b, welches die Wurtzeln

oder

oder bekannten Gröſſen ſind in denen einfachen Gleichungen, aus deren multiplication die Höhere entſtanden iſt.

3) Die bekannten Gröſſen des dritten termini geben die producte, welche entſtehen, wenn 2 Wurtzeln mit einander multipliciret werden. So iſt in denſelben Exempel die bekannte Gröſſe des dritten termini $q = -bc - ac + ab$, das ſind die producte der radicum $+a + b - c$.

4) Der letzte terminus der Gleichung, (welchen einige das homogeneum comparationis nennen,) entſtehet, wenn alle Wurtzeln in einander multipliciret werden; wie in angeführten Exempel $r = abc$, und die Wurtzeln der Gleichung ſind $a + b - c$.

5) Der exponens des erſten termini gibt in ieder höhern Gleichung die Anzahl derer Wurtzeln. So war in unſern Exempel der exponens des erſten termini 3, und die Gleichung hat auch 3 Wurtzeln, als $a + b - c$.

6) Jedwede Gleichung hat ſo viel wahre Wurtzeln, ſo vielmahl in derſelben die Zeichen + und − verändert werden, und ſo viel falſche, ſo vielmahl einerley Zeichen auf einander folgen. Wie abermahl in voriger Gleichung $+x^3 + pxx + qx + r$; einerley Zeichen als + nur einmal auf einander folgen, hingegen zweyerley Abwechſelung der Zeichen, als

$\overline{+x^3+px^x}, \overline{+qx}+r$ zweymahl vorkommen, wie denn auch dieſe Gleichung 2 wahre radices als $+a$ und $+b$, und einen falſchen $-c$ hat.

Coroll. Hieraus erhellet, daß in ieder Gleichung gar leicht die wahre Wurtzeln in falſche, und die falſche in wahre Wurtzeln können verändert werden, indem nur allein die Zeichen + und − des andern, 4ten, 6ten termini u. ſ. w. dürffen verändert werden. Z. E. wenn ſtatt voriger Gleichung $+x^3-px^2-x+r$, geſetzet wird, $+x^3+pxx-qx-r$; ſo hat dieſelbe 2 falſche und eine wahre Wurtzel, weil 2mal einerley Zeichen auf einander folgen, als $+x^3$ $pxx+$ und $-qx-r$, hingegen nur eine Veränderung darinn vorkömmt, nemlich $+pxx-qx$.

§. 29. Die erſteren 5 axiomata ſind an ſich ſelber klar, weil ſie aus der Natur ſowohl der höhern Gleichungen, als der multiplication der einfachen entſpringen, das letzte und ſechſte kan zwar ſo deutlich aus gedachter multiplication nicht erwieſen werden, doch kan man nach demſelben ſicher ſchlieſſen, wie viel wahre und falſche radices dieſelbe Gleichung habe, wenn nur dieſelbe ordentlicher Weiſe aus der multiplication einfacher Gleichungen in einander entſtanden iſt. In andern hingegen, welche dergleichen Urſprung nicht haben, trifft dieſe Regul nicht allemahl zu, z. E, folgende Gleichung $x^3 - 6xx + 13x - 10 = 0$, ſolte nach gedachten 6ten axiomate 3 wahre radices haben, weil ſie

aber entſtehet, wenn die unmögliche Gleichung $xx - 4x + 5$ multipliciret wird mit $x - 2$, ſo hat ſie auch nur eine wahre Wurtzel, nemlich 2, die übrigen ſind imaginariæ.

§. 30. Damit die reduction der höhern Gleichungen deſto füglicher geſchehen könne, muß zum öfftern der Werth einer unbekannten Gröſſe durch die addition oder multiplication vermehret, zuweilen auch wohl durch die ſubtraction oder diviſion verringert werden. Beyderley kan am leichteſten auf folgende Art geſchehen.

Den Werth der unbekannten Gröſſe in einer Gleichung vermehren oder verringern. *Probl.*

1) Nehmet vor die unbekannte Gröſſe eine andere an / welche ſo groß ſey als die verlangte Summe / die differenz, das factum oder quotum.

2) reduciret die (no. 1) gefundenen Gleichung daß die erſte unbekannte Gröſſe wieder auf einer Seiten allein ſtehe (§. --).

3) Subſtituiret in der erſtgefundenen Gleichung den Werth der unbekannten Gröſſe / wie er (no. 2) gefunden / damit eine andere Gleichung heraus komme / in welcher der Werth derſelben unbekannten Gröſſe nach Verlangen vermehret oder verringert iſt.

Z. E. Es ſey die gegebene Gleichung;

$$\begin{array}{l} x^3 - axx - bcx + abc \\ \quad - bxx - acx \\ \quad + cxx + abx \end{array}$$

in dieſer Gleichung ſoll der Werth von x mit n vermehret werden, das iſt, es ſoll eine andere Gleichung gefunden werden, welche der ge-

gebenen gleich iſt, doch ſoll der Werth der unbekannten Gröſſe, ſo viel gröſſer als in der erſten Gleichung ſeyn, ſo viel die Gröſſe n austräget.

1) Setzet alſo $x + n = y$

2) So iſt, $x = y - n$. (ax. 2. §. 13).

3) folglich, $xx = y^2 - 2yn + nn$ (ax. 3 §. 13)

4) und

$$\begin{array}{rl} x^3 = & y^3 - 3nyy + 3ynn - n^3 \\ -axx = & -ayy + 2any - ann \\ -bxx = & -byy + 2bny - bnn \\ +cxx = & +cyy - 2cny + cnn \\ -acx = & \quad -acy + acn \\ -bcx = & \quad -bcy + bcn \\ +abx = & \quad +aby - abn \\ & \qquad +abc \end{array}$$

5) folglich die gantze Summe,

$$\begin{array}{l} y^3 - 3nyy + 3ynn - n^3 \\ \quad - ayy + 2any - ann \\ \quad - byy - 2bny - bnn \\ \quad + cyy - 2cny + cnn \\ \quad\quad - acy + acn \\ \quad\quad - bcy + bcn \\ \quad\quad + aby - abn \\ \quad\quad\quad + abc \end{array}$$

welches die neue Gleichung, ſo der gegebenen gleich iſt.

Ein anderes Exempel.

Es ſoll in derſelben gegebenen Gleichung der Werth der unbekannten Gröſſe auf n verringert werden.

Se-

Setzet wiederum $x - n = y$

ſo iſt

$$x = y + n$$
$$xx = y^2 + 2ny + nn$$
$$x^3 = y^3 + 3nyy + 3ynn + n^3$$

Daher denn

$$\begin{array}{rcl}
x^3 & = & y^3 + 3nyy + 3ynn + n^3 \\
- axx & = & - ayy - 2any - ann \\
- bxx & = & - byy - 2bny - bnn \\
+ cxx & = & + cyy + 2cny + cnn \\
- bcx & = & - bcy - bcn \\
- acx & = & - acx - acn \\
+ abx & = & + aby + abn \\
+ abc & = & abc
\end{array}$$

welche Gleichung der gegenüberſtehenden zur Lincken gleich iſt, demnach gilt in derſelben y (die unbekannte Gröſſe) n weniger als x.

Ein ander Exempel.

Es ſoll in voriger Gleichung der Werth der unbekannten Gröſſe x mit n multipliciret werden.

Setzet $x \cdot n = y$

So iſt $x = y : n$

$$xx = y^2 : n^2$$
$$x^3 = y^3 : n^3$$

Daher die verlangte Gleichung, welche der gegebenen zwar gleich iſt, doch eine andere unbekannte Gröſſe hat, welche $= x \cdot n$:

$$\left.\begin{array}{l} y^3 - ayy \\ n^3 - byy \\ \quad + cyy \end{array}\right\} : nn \quad \left.\begin{array}{l} - bcy \\ - acy \\ + aby \end{array}\right\} : n + abc$$

Noch ein anderes Exempel.

Es ſoll in eben derſelben Gleichung der Wehrt der unbekandten Gröſſe mit n dividiret werden;

Setzet $x : n = y$
ſo iſt $x = yn$
$xx = y^2 n^2$
$x^3 = y^3 n^3$

Folglich iſt die verlangte Gleichung.

$$\begin{array}{lll} y^3 n^3 & - ayynn & - acyn + abc. \\ & - byynn & - bcyn \\ & + cyynn & + abyn \end{array}$$

§. 31. Aus dieſen letzteren Exempeln erhellet, daß der Werth der unbekandten Gröſſe in einer Gleichung ſowohl durch die Multiplication vermehret, als durch die diviſion verringert werde, wenn die gegebene Gleichung in der Multiplication multipliciret, in der diviſion aber dividiret wird durch eine geometriſche Progreſſion deren erſter terminus 1, das nomen rationis dieſelbe Gröſſe iſt dadurch die Unbekandte in der gegebenen Gleichung ſoll multipliciret oder dividiret werden.

Wie

Wie z. E. in angenommener Gleichung;

$$\begin{matrix} x^3 - axx - acx \dagger abc = 0 \\ - bxx - bcx \\ \dagger\ cxx \dagger abx \end{matrix}$$

die unbekandte Gröſſe mit n multipliciret wird, wenn man ſetzet:

$$y^3 : n^3 \left.\begin{matrix} - ayy \\ - byy \\ \dagger\ cyy \end{matrix}\right\} : n^2 \left.\begin{matrix} - acy \\ - bcy \\ \dagger\ aby \end{matrix}\right\} : n \quad \dagger abc = o.$$

Das iſt, wenn an beyden Seiten mit n^3 multipliciret wird:

$$y^3 \cdot 1 \left.\begin{matrix} - ayy \\ - byy \\ \dagger\ cyy \end{matrix}\right\} \cdot n \left.\begin{matrix} - acy \\ - cby \\ \dagger\ aby \end{matrix}\right\} \cdot nn \dagger abcn^3 = o$$

Gleicherweiſe wird dieſelbe Gleichung dividiret mit n wenn man ſetzet:

$$\begin{matrix} y^3\, n^3 - ayyn^2 - acyn \dagger abc = o \\ - byyn^2 - bcyn \\ \dagger\ cyyn^2 \dagger abyn \end{matrix}$$

Das iſt, wenn an beyden Seiten mit n^3 dividiret wird:

$$y^3 : 1 \left.\begin{matrix} - ayy \\ byy \\ \dagger\ cyy \end{matrix}\right\} : n \left.\begin{matrix} - acyn \\ - bcyn \\ \dagger\ abyn \end{matrix}\right\} : n^2 \dagger abc : n^3 = o.$$

Da in der Multiplication die gegebene Gleichung iſt multipliciret, in der diviſion aber dividiret worden mit einer geometriſchen Progreſſion deren

deren erſter terminus 1, das nomen rationis n iſt.

§. 32. Ehe wir zur Reduction der höhern Gleichungen fortgehen, wird auch nöthig ſeyn, daß wir zuvor zeigen, wie mangelhaffte Gleichungen (defectivæ) in vollkommene, und dieſe hingegen in iene können verwandelt werden. Beyderley geſchiehet am füglichſten auf folgende Weiſe.

Probl. I. **Den andern terminum (wenn derſelbe in einer höhern Gleichung fehlet) reſtituiren.**

Addiret zu dem Werth der unbekandten Gröſſe (§. 30) 1 und ſuchet eine andere Gleichung welche der gegebenen gleich iſt/ in dieſer wird der andere terminus ſich verlangter maſſen finden.

Z. E. es ſey die gegebene Gleichung:

$x^3 * + aax + a^3 = 0.$

ſetzet $x + 1 = y$, ſo iſt $x = y - 1$

$$xx = y^2 - 2y + 1$$

$$\begin{array}{rl} x^3 = & y^3 - 3yy + 3y - 1 \\ 2aax = & + 2aay - 2aa \\ & + a^3 \end{array}$$

folglich die neue Gleichung: $y^3 - 3yy + 3y - 1 = 0.$

$$+ 2aay - 2aa$$
$$+ a^3$$

welche gantz vollkommen iſt.

Probl. 2 **Aus einer vollkommenen Gleichung den verlangten terminum auffheben.**

Wenn

Wenn der andere terminus der auffgehoben werden ſoll/ daß Zeichen $+$ hat/ ſo vermehret; ſtehet aber das Zeichen $-$ vor denſelben/ ſo ſubtrahiret von dem Wehrt der unbekandten Gröſſe in der gegebenen Gleichung einen Bruch deſſen Zehler die bekandte Gröſſe deſſelben andern termini, der Nenner aber der exponens des erſten termini iſt/ (§. 30) ſo werdet ihr eine neue Gleichung bekommen/ in welcher/ ob ſie ſchon der gegebenen gleich iſt/ dennoch der andere terminus verlangter maſſen fehlet. Z. E. Es ſoll aus der Gleichung $x^3 - axx - aax + a^3 = 0$/ der andere terminus $-axx$ auffgehoben werden:

ſetzet $x - \frac{a}{3} = y$; ſo iſt $x = y + \frac{a}{3}$.

daher $xx = y^2 + \frac{2}{3}ay + \frac{a^2}{9}$.

$$x^3 = y^3 + ay^2 + \frac{a^2y}{3} + \frac{a^3}{27}.$$

ſoglich $y^3 + ay^2 + \frac{a^2y}{3} + \frac{a^3}{27}$

$$- ayy - \frac{2aay}{3} + \frac{a^2}{9}$$

$$- aay + \frac{a}{3}.$$

$$+ a^3.$$

Weil ſich alſo in dieſer gleichgültigen Gleichung ay^2 und $-ayy$ gegen einander auffheben, ſo fället aus derſelben der andere terminus weg.

§. 33.

§. 33. Weiter dienet auch die Vermehrung des Wehrtes der unbekandten Gröſſe in einer Gleichung dazu, daß man durch dergleichen Multiplication die höhern Gleichungen von denen Brüchen befreyen kan, wie aus folgenden erhellet.

Probl **Die Brüche aus einer Gleichung wegſchaffen.**

1) Erweget ob die Nenner aller Brüche/ welche in der Gleichnng vorkommen/ ſich alle durch eine Zahl accurat auffheben oder dividiren laſſen.

2) Findet ſich dergleichen gemeiner diviſor ſo multipliciret dadurch (§. 30) den Wehrt der unbekandten Gröſſe in der gegebenen Gleichung.

3) Solte ſich aber kein gemeiner diviſor finden/ ſo bringet alle Brüche zu gleicher Benennung (probl. 14 §. 21 arithm.) und multiplieiret den Wehrt der unbekandten Gröſſe mit dieſen gemeinen Nenner / ſo wird eine neue Gleichung heraus kommen/ welche der gegebenen gleichet/ dennoch aber ohne Brüche iſt.

Z. E. es ſey die gegebene Gleichung:

$$x^3 \dagger 2\tfrac{1}{6}xx * - \tfrac{4}{6} = 0:$$

Weil die Brüche in dieſer Gleichung allbereit einen gemeinen Nenner (nehmlich 6) haben, ſo mulitipliciret mit denſelben den Wehrt der unbekandten Gröſſe.

Setzet derowegen $6x = y$, folglich iſt $x = y:6$. $x^2 = y^2 : 36$; $x^3 = y^3 : 216$, alſo wird die neue Gleichung ſeyn: $\frac{y^3}{216} \dagger \frac{13y^2}{216} * - \frac{144}{216} = 0$.

Das

Das iſt (wenn zu beyden Seiten mit 216 multipliciret wird) $y^3 + 13y^2 * - 144 = 0$.

Gleicherweiſe wenn die gegebene Gleichung wäre: $x^3 - \frac{axx}{c} - aax - \frac{a^3}{b} = 0$.

Bringet erſt die Brüche zu gleicher Benennung, ſo wird: $x^3 - \frac{abxx}{cb} + aax - \frac{ca^3}{cb} = 0$;

Nachmahls multipliciret den Wehrt der unbekandten Gröſſe mit cb, ſo iſt: $bcx = y$; daher

$x = y : bc$

$x^2 = y^2 : bbc^2$

$x^3 = y^3 : b^3c^3$.

Folglich die neue Gleichung:

$$\frac{y^3}{b^3c^3} - \frac{aby^2}{b^3c^3} + \frac{a^2b^2c^2y}{b^3c^3} - \frac{b^2a^3c^3}{b^2c^3} = 0.$$

Wird alſo an beyden Seiten mit b^3c^3 mulpliciret, iſt: $y^3 - aby^2 + a^2b^2c^2y - b^2a^3c^3 = 0$.

§. 34. Weil auch endlich in dem letzteren termino in einer ieden höhern Gleichung, als dem homogeneo comparationis (ax. 4 §. 28 alle radices derſelben Gleichung enthalten ſind, ſo können aus denſelben die ſowohl wahre als falſche Wurtzeln auff verſchiedene Art gefunden werden, wie folgende Auffgabe lehren wird.

Aus dem letzten termino einer Gleichung alle mögliche (rationales) Wurtzeln derſelben finden. Probl

(Q) 1) Re-

1) Reſolviret den letzten terminum der gegebenen Gleichung in ſeine factores.

2) Addiret oder ſubtrahiret die factores von der unbekandten Gröſſe in der gegebenen Gleichung.

3) Mit der Summe oder dem reſiduo dividiret die gegebene Gleichung.

4) Bleibet bey dieſer diviſion nichts übrig/ ſo iſt der angenommene factor eine von denen Wurtzeln der gegebenen Gleichung: und auf gleiche Weiſe laſſen ſich auch die übrigen Wurtzeln finden.

Z. E. Es ſey die gegebene Gleichung $x^3 = 3xx - 10x + 24$, welche (ax. 6 §. 28) 2 wahre und eine falſche Wurtzel hat. Nun ſind die factores des letzten termini 2, 3, 4, ingleichen 1, 3, 8, wie auch 1, 4, 6; dividiret demnach die gegebene Gleichung erſt mit $x - 1$, und da ihr findet daß 13 übrig bleiben, ſo dividiret dieſelbe Gleichung mit $x + 1$, und da abermahl 18 übrig bleiben, iſt ſolches ein Zeichen daß 1 weder eine wahre noch falſche Wurtzel der gegebenen Gleichung ſey; dieſerwegen müſſen die Wurtzeln der Gleichung ſeyn 2, 3, 4; damit ihr aber ſehet, welche von dieſen die wahren, und welche die falſche Wurtzeln ſeyn; ſo verſucht abermahl die diviſion mit $x + 2$, da nun auch hie 30 übrig bleiben, ſo wird x nicht $= -2$, ſondern $+2$ ſeyn; weßhalben 2 die eine wahre Wurtzel iſt in der gefundenen Gleichung. Und auf ſolche Art wird auch weiter gefunden, daß $+4$ die andere wahre, und -3 die eine falſche Wurtzel der gegebenen Gleichung ſey.

Eine andere Art.

1) Subſtituiret an ſtatt der unbekandten Gröſſe in der gegebenen Gleichung die factores des letzten termini, nachmahls.

2) Gebt acht/ ob die termini in der Gleichung ſich einander auffheben / oder auffheben würden/ wenn die Zeichen verändert würden/ geſchiehet ſolches ſo iſt der factor, welcher an die Stelle der unbekandten Gröſſe geſetzet worden im erſten Fall eine wahre Wurtzel/ im anderen eine falſche; (ax. 6 und Coroll. §. 28)

Z. E. In ietzt gegebener Gleichung waren die factores des letzten termini unter andern 2, 3, und 4.

Setzet demnach $x = 2$, ſo iſt $x^2 = 4$; $x^3 = 8$, $3xx = 12$, $10x = 20$; folglich die gantze Gleichung:

$8 - 12 - 20 + 24$, das iſt $32 - 32 = 0$, daher 2 eine wahre Wurtzel der gegebenen Gleichung.

Setzet ferner $x = 3$, ſo iſt $xx = 9$; $x^3 = 27$, $3xx = 27$, $10x = 30$, folglich die gantze Gleichung $27 - 27 - 30 + 24 = 51 - 57 = -6$; werden aber die Zeichen des andern und dritten termini in dieſer Gleichung verwechſelt, ſo iſt $27 + 27 - 30 - 24 = 54 - 54 = = 0$, daher -3 die falſche Wurtzel in der gegebenen Gleichung.

Endlich ſetzet auch $x = 4$; ſo iſt $x^2 = 16$, $x^3 = 64$; $3xx = 48$; $10x = 40$; und daher die gantze Gleichung $64 - 48 - 40 + 24 = 88 - 88 = 0$. Daraus erhellet daß $+ 4$ die andere wahre Wurtzel in der gegebenen Gleichung ſey.

Noch eine andere Art.

1) Subtrahiret die factores des letzten termini einen nach dem andern von der bekandten Gröſſe des andern termini.

2) Multipliciret die reſidua durch die factores deren differenz ſie geben.

3) Subtrahiret auch dieſe producta von der bekandten Gröſſe des dritten termini.

4) Die reſidua multipliciret wiederum durch dieſelben factores, und ſubtrahiret die Reſte von der bekandten Größe des folgenden termini.

5) Continuiret dieſe operation ſo lange biß ihr auff den letzten terminum kommt/ bleibet alsden nichts übrig/ ſo iſt der angenommene factor (no. 1) eine Wurtzel der gegebenen Gleichung.

Wir wollen abermahl die vorige Gleichung nehmen; $x^3 - 3xx - 10x † 24 = 0$. Da die factores des letzten termini unter andern ſind 2, 3, 4. Subtrahiret demnach dieſelben von der bekandten Gröſſe des andern termini

— 3xx	der andere terminus	— 3xx
— 2	der factor	† 4
— 1	die differenz	— 7
— 2	der factor	† 4
† 2	das product	— 28
— 10x	der 3te terminus	— 10x
— 12	die differenz	† 18
— 2	der factor	† 4
† 24	das product	† 72
† 24	der 4te terminus	† 24
0	der Reſt.	— 48

Hier-

Hieraus erhellet das † 2 eine Wurtzel der gegebenen Gleichung ſey, † 4 aber keine. (indem x—2 = 0, hingegen x—4 = — 48. Das fundament dieſer Operation erhellet aus denen axiomatibus (2, 3, 4 §. 28) und wird ſich augenſcheinlich finden, wenn wir eine Gleichung nehmen, darinn die bekandten Grőſſen derer terminorum mit Buchſtaben ausgedrűcket.

Setzet Z. E. $x^3 - axx - acx + abc = 0,$
$-bxx - bcx$
$+ cxx + abx$

Welche entſtehet, wenn die 3 Gleichungen x — a = 0, x — b = 0, und x † c = 0 in einander multipliciret werden, daher — a, — b und † c (die factores des letzteren termini) die radices ſind, wird einer von dieſen Z. E. — a von der bekandten Grőſſe des andern termini abgezogen, ſo bleibet die Summe der űbrigen beyden Wurtzeln űbrig (ax. 2 §. 28) = — b † c; wird dieſe differenz wieder mit den factor — a multipliciret, entſtehen 2 producta zweyer factorum in einander als † ab und — ac; werden dieſe von der bekandten Grőſſe des dritten termini abgezogen, bleibet das dritte productum der űbrigen factorum űbrig, (ax. 3 §. 28) = — bc; wird auch dieſes mit den erſtern factor multipliciret, entſtehet das product aller 3 factorum in einander = abc; wird nun ſolches von dem letzteren termino abgezogen, kan nichts űbrig bleiben (ax. 4 §. 28) W. Z. B.

§.35. Weil der letzte terminus in der Gleichung öffters in viele factores kan reſolviret werden, ſo wird es mühſam und verdrießlich, wenn man aus denſelben die geſuchten Wurtzeln auff jetzt beſchriebene Art heraus ſuchen ſoll. Dieſerwegen pfleget man wohl die gegebene Gleichung in eine andere zu verwandeln, darin der letzte terminus kleiner iſt, und folglich wenigere factores hat. Oder man ſuchet die Gräntzen welche die Wurtzeln in der gegebenen Gleichung nicht überſteigen können. Das erſtere kan auff folgende Weiſe geſchehen.

Probl. **Eine gegebene Gleichung in eine andere gleichgültige verwandeln, darin der letztere terminus wenigere factores hat.**

1) Setzet die unbekandte Gröſſe in der gegebenen Gleichung = 1, 2, 3 u. ſ. w. oder auch = − 1, − 2, − 3, u. ſ. f. Und ſubſtituiret dieſen Wehrt derſelben in der gegebenen Gleichung. Gebet dabey acht ob der Wehrt der gantzen Gleichung kleiner werde, als der Wehrt der gegebenen Gleichung.

2) Geſchiehet ſolches ſo ſuchet eine andere Gleichung welche der gegebenen gleich, darin zu dem Wehrt der unbekandten Gröſſe die (no. 1) angenommene Zahl addiret, oder davon ſubtrahiret, (§. 30) in dieſer wird der letzte terminus wenigere factores haben als in der gegebenen.

Z. E. wenn $x^3 - 3xx - 10x + 24 = 0$, ſo beſtehet 24 aus $1 \cdot 2 \cdot 12$, item $1 \cdot 3 \cdot 8$, item $1 \cdot 4 \cdot 6$, item $2 \cdot 3 \cdot 4$.

Setzet daher $x = 1$

$$
\begin{array}{rl}
\text{ſo iſt } x^3 &= 1 \\
-3xx &= -3 \\
-10x &= -10 \\
 & \ \ 24 \\
\hline
\end{array}
$$

und die gantze Gleichung $= 12$

Da nun der letzte terminus 12 wenigere factores hat als 24, nehmlich nur $1 \cdot 2 \cdot 6$, und $1 \cdot 3 \cdot 4$, ſo ſetzet $x - 1 = y$,

$$
\begin{array}{rl}
\text{ſo iſt } x &= y + 1 \\
x^2 &= y^2 + 2y + 1 \\
\hline
x^3 &= y^3 + 3y^2 + 3y + 1 \\
-3xx &= -3y^2 - 6y - 3 \\
-10y &= -10y - 10 \\
 & \ + 24 \text{ folglich} \\
\hline
\end{array}
$$

die neue Gleichung: $y^3 * - 13y + 12$.

Hieraus erhellet alſo daß obgleich 8 ein factor des letzten termini in der gegebenen Gleichung iſt, dennoch keine Wurtzel derſelben Gleichung ſeyn könne. Gleicherweiſe wollen wir ſetzen die Gleichung ſey: $x^3 - 7xx * + 36$; da die factores von 36 ſeyn können $1 \cdot 2 \cdot 18$, oder $1 \cdot 3 \cdot 12$; oder $1 \cdot 4 \cdot 9$; oder $1 \cdot 6 \cdot 6$;

Setzet daher $x = y + 4$

$$xx = yy + 8y + 16$$

$$x^3 = y^3 + 12yy + 48y + 64$$

$$7xx \quad - 7yy - 56y - 112$$

$$+ 36$$ folglich

die neue Gleichung. $y^3 + 5yy - 8y - 12$

In welcher der letzte terminus 12 wenigere factores hat, nehmlich nur 1 · 2 · 6, oder 1 · 3 · 4; daraus erhellet, daß weder 18 noch 9 die Wurtzeln der gegebenen Gleichung ſeyn können;

Def. §. 36. **Die Gräntzen der Gleichung werden 2 Gröſſen genandt, deren eine gröſſer, die andere kleiner iſt, als die Wurtzel der gegebenen, Gleichung ſeyn kan,** und wenn demnach dieſelben bekandt ſind, ſo kan man deſto leichter erkennen, welche unter denen vielen factoribus, ſo der letzte terminus der Gleichung öffters hat, die Wurtzeln derſelben Gleichung ſeyn möchten. Wie aber dieſe Gräntzen zu finden, läſſet ſich überhaupt nicht determiniren, wegen der vielen Veränderungen welche bey denen Gleichungen vorkommen. BARTHOLINVS hat einen beſondern tractat davon geſchrieben, in welchen er alle caſus, welche ſowohl in denen quadratiſchen als höhern Gleichungen vorkommen ſpecificiret, und wie die Gräntzen derſelben zu finden mit Exempeln erklähret, wir wollen nur die methode zu zeigen ein und anders anführen: Es ſey eine quadratiſche Gleichung: $xx - px + q = 0$, ſo iſt $q = px - xx$

Da

Da nun q eine wahre Gröſſe iſt, muß auch $px - xx$ eine wahre Gröſſe ſeyn, daher $px > xx$; folglich auch (wenn mit x dividiret wird) $p > x$. Gleicherweiſe iſt nach angeführter Gleichung auch $xx = px - q$, weßhaben abermahl $px > q$, und $x > \frac{q}{p}$. Wäre nun die Gleichung etwa $xx - 6x + 8$, daß $p = 6$, $q = 8$, ſo wäre x kleiner als 6, und gröſſer als $\frac{8}{6}$ oder $1\frac{1}{3}$; dieſemnach kan die Wurtzel der Gleichung nicht 1, auch nicht 8 ſeyn, ob gleich 1 und 8 die factores von 8 ſind.

Es ſey die cubiſche Gleichung $x^3 * - qx + r = 0$; ſo iſt $x^3 = qx - r$, daher $qx > r$, folglich auch $x > \frac{r}{q}$;

Gleicherweiſe iſt auch $r = qx - x$; daher $qx > x^3$, und (wenn mit x dividiret wird) $q > xx$; folglich $\sqrt{q} > x$. Dieſerwegen ſind die Gränzen der gegebenen Gleichung $\sqrt{q}$ und $\frac{r}{q}$; weil $x > \frac{r}{q}$, und $< \sqrt{q}$. Wäre nun die Gleichung $x^3 * - 35x + 84$, daß $q = -35$,

 und

und $r = 84$; ſo wären die Gräntzen $\frac{84}{35} = 2\frac{14}{35}$, und $\sqrt{84} = 9\frac{1}{10}$; woraus erhellet, daß obgleich die factores von 84, ſind $1 \cdot 2 \cdot 42$, $1 \cdot 3 \cdot 28$, $1 \cdot 4 \cdot 21$, $2 \cdot 4 \cdot 12$, $2 \cdot 3 \cdot 14$; $2 \cdot 6 \cdot 7$, $3 \cdot 4 \cdot 7$; dennoch die Wurtzeln der gegebenen Gleichung weder 1 noch 2, noch 28, noch 21, noch 14 ſeyn können;

Es ſey auch eine biquadratiſche Gleichung, nemlich $x^4 + px^3 - qx^2 - rx + s = 0$; ſo iſt $x^4 + px^3 + s = qx^2 + rx$, daher $x^4 < qx^2 + rx$; alſo auch $x^3 < qx + r$. Setzet $r = b^3$, nun iſt x entweder eben ſo groß, oder gröſſer, oder kleiner als b, iſt es eben ſo groß, oder gröſſer als b, ſo iſt $x^3 < qx + bbx$, folglich $x^2 < q + bb$, und $x < \sqrt{q + bb}$. Und das alſo noch vielmehr, wenn $x < b$ geſetzet wird, weil alsdenn $x < \sqrt{bb}$, folglich auch nothwendig $x < \sqrt{q + bb}$. Ferner iſt in der gegebenen Gleichung $qxx + b^3x > s$. Folglich $x > \frac{s}{qb + b^3}$; weil aber x kleiner ſeyn kan als b, ſo wird es doch auf keinerley Weiſe gröſſer ſeyn können als

$\frac{s}{qb + b^3}$; daher die Gränzen der gegebenen Glei-
chung ſind $\sqrt{q + bb}$, und $\frac{s}{qb + b^3}$.

Setzet nun an ſtatt der gegebenen Gleichung $x^4 + 6x^3 - 19xx - 84x - 180$; daß $p = 6$, $q = 19$, r oder $b^3 = 84$, $s = 180$. So ſind die Gränzen $\sqrt{q + bb}$, nechſtens $6\frac{1}{10}$, und $\frac{s}{qb + b^3}$ nechſtens $1\frac{1}{11}$. Kan demnach unter denen vielen factoribus, in welche der letzte terminus 180 reſolviret wird, keiner eine Wurtzel der Gleichung ſeyn, es ſey denn, daß er gröſſer als $1\frac{1}{11}$, und kleiner als $6\frac{1}{10}$; daraus leicht zu ſchlieſſen, daß dieſelben ſeyn müſſen $+ 2 + 3 - 5 - 6$.

Das VII. Capitel.

Von der Reduction der höhern Gleichungen.

§. 37. Wenn aus denen cubiſchen Gleichungen der andere terminus weggenommen wird, (probl. 2 §. 32) können nur 3erley Arten ſolcher Gleichungen vorkommen;

die erſte iſt: $x^3 * - aax - b^3 = 0$
die andere $x^3 * + aax - b^3 = 0$
die dritte, $x^3 * - aax + b^3 = 0$

daher

daher auch bey der reduction dieſer cubiſchen Gleichungen nur 3erley caſus ſich ereignen können, davon der erſte iſt, wenn $x^3 = a^2x + b^3$;

Soll di ſe reduciret werden, ſetzet

1) $x = y + z$, ſo iſt

2) $x^3 = y^3 + 3yyz + 3yz^2 + z^3$, und $a^2x = a^2y + a^2z$, folglich

3) $y^3 + 3yyz + 3yz^2 + z^3 = a^2y + a^2z + b^3$

4) Wäre nun $3yyz + 3zzy = a^2y + a^2z$, ſo bliebe $y^3 + z^3 = b^3$

5) divid. mit $y + z$, ſo iſt $3yz = a^2$

6) divid. nochmahl mit $3y$; $z = \frac{a}{3y}$, folg-

7) $y^3 + \frac{a^6}{27y^3} = b^3$ (no. 4 und 6)

8) mult. mit y^3; $y^6 + \frac{a^6}{27} = b^3y^3$.

9) ſubtr. $\frac{a^6}{27}$ und b^3y^3; $y^6 - b^3y^3 = \frac{a^6}{27}$

10) add. $\frac{b^6}{4}$; $y^6 - b^3y^3 + \frac{b^6}{4} = \frac{b^6}{4} - \frac{a^6}{27}$

11) extr. rad. quadr. $y^3 - \frac{b^3}{2} = \sqrt{\frac{b^6}{4} - \frac{a^6}{27}}$

12) add. $\frac{b^3}{2}$; $y^3 = \frac{b^3}{2} + \sqrt{\frac{b^6}{4} - \frac{a^6}{27}}$

13) extr. rad. cub. $y = \sqrt[3]{\frac{b^3}{2} + \sqrt{\frac{b^6}{3} - \frac{a^6}{27}}}$

14] Weil

14) Weil $y^3 + z^3 = b^3$ (no. 4) ſo iſt auch $z^3 = b^3 - y^3$; daher

15) $z^3 = \frac{b^3}{2} - \sqrt{\frac{b^6}{4} - \frac{a^6}{27}}$

16) extr. rad. cub. $z = \sqrt[3]{\frac{b^3}{2} + \sqrt{\frac{b^6}{4} - \frac{a^6}{27}}}$

17) Daher $x = y + z$ (no. 1) $= \sqrt[3]{\frac{b^3}{2} + \sqrt{\frac{b^6}{4} - \frac{a^6}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{b^3}{2} - \sqrt{\frac{b^6}{4} - \frac{a^6}{27}}}$.

Iſt nun a z. E. $= 3$, und $b = 10$, ſo iſt $\frac{b^3}{2} = 500$; $\frac{b^6}{4} = \frac{1000000}{4} = 250000$; $\frac{a^6}{27} = 27$; folglich $x = \sqrt[3]{500 + \sqrt{250000 - 27}} = \sqrt[3]{500 + \sqrt{249973}} + \sqrt[3]{500 - \sqrt{249973}}$.

§. 38. Auf eben ſolche Weiſe laſſen ſich die übrigen Formuln in denen cubiſchen Gleichungen reduciren, als wenn $x^3 = a^2x + b^3$; oder $x^3 = a^2x - b^3$; denn wenn man in beyderley Gleichung annimmt, daß $x = y + z$, ſo wird man in der erſten finden, daß $x = \sqrt[3]{\frac{b^3}{2}}$

$+ \sqrt{}$

$$+\sqrt{\frac{b^6}{4}+\frac{a^6}{27}}+\sqrt[3]{\frac{b^3}{2}-\sqrt{\frac{b^6}{4}+\frac{a^6}{27}}}.$$

in der andern aber: $x = \sqrt[3]{-\frac{b^3}{2}+\sqrt{\frac{b^6}{4}-\frac{a^6}{27}}}+\sqrt[3]{-\frac{b^3}{2}-\sqrt{\frac{b^6}{4}-\frac{a^6}{27}}}$

§. 39. So iſt denmach nichts mehr übrig, als daß die Wurtzel aus dieſer irrational-Gleichung extrahiret werde, welche ſich ebenfals auf obige Weiſe (§. 37) durch Gleichungen findeu läſſet; indem man nemlich den geſuchten radicem als eine unbekannte Gröſſe mit denen letzteren Buchſtaben des Alphabets x, y oder z benenet, und nachmahls den Werth derſelben ſuchet, als wenn z. E. der Werth $\sqrt[3]{500+\sqrt{249973}}+\sqrt[3]{500-\sqrt{249973}}$ ſoll gefunden werden; nennet

1) dieſe cubic-Wurtzel $= x+\sqrt{y}$, davon der cubus $= x^3+3xx\sqrt{y}+3xy+\sqrt{y^3}$

2) daher iſt $x^3+3xx\sqrt{y}+3xy+\sqrt{y^3} = 500\sqrt{249973}$

3) Setzet $3xx\sqrt{y}+\sqrt{y^3}=\sqrt{249973}$; ſo iſt das quadrat $9x^4y+6xxy^2+y^3 = 249973$.

4) und

4) und $x^3 + 3xy = 500$, davon das quadrat $x^6 + 6x^4y + 9x^2y^2 = 250000$.

5) Wird nun von dieſer Gleichung die vorhergehende (no. 3) abgezogen, ſo wird $x^6 - y^3 - 3x^4y + 3x^2y^2 = 27$.

6) extr. rad. cub. $x^2 - y = 3$

7) add. y: $x^2 = 3 + y$

8) ſubtr. 3; $x^2 - 3 = y$

9) ſubſtituiret den Werth von y in der Gleichung (no. 4) ſo iſt, $x^3 + 3x^3 - 9x = 150$

10) divid. mit 4. $x^3 - \frac{9x}{4} = 125$

11) ſubtrahiret 125; $x^3 * - \frac{9x}{4} - 125 = 0$,

12) Schaffet den Bruch aus der Gleichung (probl. §. 33) $z^3 * - 9z - 1000 = 0$.

13) Da nun die factores des letzten termini 1000, ſind: 1· 10· 100; ſo ſchlieſſet man (probl. § 34) daß 10 ſey | der radix dieſer Gleichung, folglich = z, weil demnach

14) $z = 2x$ (no. 12) ſo iſt $x = 5$, und folglich $y = 22$. (no. 8)

15) Dieſerwegen iſt die Wurtzel der gegebenen Gleichung $= x + \sqrt{y}$ (no. 1) $= 5 + \sqrt{22} + 5 - \sqrt{22} = 10$. W. Z. E.

§. 40.

§.40. In denen biquadratiſchen Gleichungen findet ſich entweder das biquadratum der unbekannten Gröſſe allein, oder es kommen mehrere dignitäten derſelben darinnen vor; Im erſten Fall kan aus dem biquadrat ſo gleich die quadrat-Wurtzel extrahiret werden, dadurch die Gleichung zu einer quadratiſchen reduciret wird. Extrahiret man alſo nochmal aus dieſer quadratiſchen Gleichung die quadrat-Wurtzel, ſo hat man den Werth der unbekannten Gröſſe gefunden. Z. E. wenn $x^4 = a^2bc$, ſo iſt $xx = a\sqrt{bc}$, und $x = \sqrt{a\sqrt{bc}}$. Iſt aber die biquadratiſche Gleichung vermiſchet, muß in derſelben zuvorderſt der andere terminus aufgehoben werden; (probl. 2 §. 32) Wenn ſolches geſchehen, läſſet ſich die biquadratiſche Gleichung in eine cubiſche verwandeln, aus welcher die Wurtzel (§. 37 und 38) kan extrahiret werden. Dieſes geſchiehet am leichteſten nach folgender Formul: Es ſey z. E. die biquadratiſche Gleichung:

$$\begin{array}{l} x^4 * + axx + cbx + ba = 0; \\ \quad\quad + bxx - cax \\ \quad\quad - ccxx \end{array}$$

welche Gleichung entſtehet, wenn die beyden quadratiſchen Gleichungen $x^2 + cx + a = 0$, und $x^2 - cx + b$ in einander multipliciret werden. Setzet demnach

1) $a + b - cc = q$; $cb - ca = r$, $ab = s$ (§. 29)

2) So

2) So iſt $q + cc = a + b$, und $b - a = \frac{r}{c}$

3) ſubtr. b; $q + cc - b = a$

4) Folglich $b - q - cc + b = \frac{r}{c}$ (no. 2, 3) $= 2b - q - cc = \frac{r}{c}$.

5) add. $q + c^2$; $2b = \frac{r}{c} + q + c^2$

6) divid. mit 2; $b = \frac{r}{2c} + \frac{q}{2} + \frac{c^2}{2}$

7) Folglich iſt, $a = q + cc - \frac{r}{2c} - \frac{q - c^2}{2}$ (no. 3, 6) $= \frac{q + cc}{2} - \frac{r}{2c}$

8) Daher $ba = \left(\frac{r}{2c} + \frac{q + cc}{2}\right) . \left(\frac{q + cc}{2} - \frac{r}{2c}\right)$ (no. 5, 6) $= \frac{q^2 + 2qcc + c^4}{4} - \frac{rr}{4cc}$

9) mult. mit 4cc; $q^2cc + 2qc^4 + c^6 - rr = 4abcc$

10) Da nun $ba = s$ (no. 1); ſo iſt $4ccba = 4ccs$; ſubtrahiret demnach 4ccs ſo iſt: $c^6 + 2qc^4 + q^2cc - rr - 4ccs = 0$

11] Setzet $cc = t$, ſo iſt: $t^3 + 2q^2t + q^2t - 4ts - rr = 0$

12] ſubſtituiret nun den Werth der bekannten Gröſſen q, r, s, (no. 1) welche z. E. ſeyn ſollen, $q = -86$, $r = 600$, $s = -851$, daher denn $2q = -172$, $4s = -3404$, $qq = -7396$, $r^2 = 36000$, ſo iſt (no. 11) $t^3 = -172t^2 - 10800 - 360000 = 0$

13) Da ſich alſo dieſe Gleichung vollkommen aufheben und dividiren läſſet mit $t - 100$, indem das quotum iſt, $tt - 72t - 3600$, ſo muß nothhalben $t - 100 = 0$, und $t = 100$, das iſt 100 die eine Wurtzel der gegebenen Gleichung ſeyn, (§. 34) und weil demnach $t = cc$, ſo iſt nothwendig $c = 10$ [no. 11]

14] daher ferner [no. 7] $a = \frac{-86 + 100}{2} - \frac{600}{2} = 7 - 30 = -23$

15] und b (no. 6) $= \frac{600}{20} - \frac{-86 + 100}{2} = 30 + 7 = 37$.

16] Dieſerwegen ſind die beyden æquationes, durch deren multiplication die höhern gegebenen Gleichungen entſtanden, als $xx + cx + a = x^2 + 10x - 23 = 0$, und $xx - cx + b = xx - 10x + 37 = 0$.

17) addiret ihr in der erſten Gleichung 23

und

und ſubtrahiret in der andern 37, ſo iſt $x^2 + 10x = 23$, und $x^2 - 10x = -37$

18) wird in beyden Gleichungen zu beyden Seiten 25 addiret, iſt $x^2 + 10x + 25 = 48$, und $x^2 - 10x + 25 = -12$

19] Wird ferner an beyden Seiten die quadrat-Wurtzel ausgezogen, iſt $x + 5 = \sqrt{48}$, und $x - 5 = -\sqrt{12}$

20] Wird in der erſten Gleichung 5 ſubtrahiret, in der andern addiret, iſt $x = \sqrt{48} - 5$, und $x = 5 - \sqrt{12}$.

21] Folglich ſind die Wurtzeln der gegebenen quadratiſchen Gleichung, aus deren multiplication die gegebene Höhere entſtanden: $\sqrt{48} - 5$ und $5 - \sqrt{12}$.

§. 41. Man hat ſonſt noch andere Manieren, die Wurtzel einer Gleichung auf das genaueſte zu finden, und derſelben ſo nahe zu kommen, daß der Unterſcheid zwiſcheu der gefundenen und geſuchten Wurtzel für nichts zu achten. Wie ſolches in allen Gleichungen geſchehen könne, hat der berühmte HALLEY in Engländ in denen transactionibus anglicanis (no. 210 p. 136) durch einige general Reguln erklähret, welche wir mit ein oder anderen Exempel illuſtriren wollen.

Es ſey eine quadrati che Gleichung $xx - 14x + 48 = 0$, deren Gräntzen (§. 38) 3 ½ und 14, weil demnach 3 kleiner iſt als x, ſo ſetzet

1) $x = 3 + y$ daher

$$2)\; xx = 9 + 6y + yy$$
$$-14x = -42 - 14y$$
$$+48$$

Folglich

$$3)\; 15 - 8y + yy = 0$$

4) $15 = 8y - yy$; oder weil die Wurtzel nur vor das erſte bey nahe geſucht wird $15 = 8y$

5) Das iſt $\frac{15}{8} = 1\frac{7}{8} = y$

6) Convertiret hierauf den Nenner des Bruchs in zehn Theile, ſaget nemlich $8 : 7 = 10 :$ dieſerwegen iſt

7) $y = 1\frac{8}{10}$ (no. 5) daher

8) $x = 3 + 1\frac{8}{10}$ oder $\frac{48}{10}$ (bey nahe);

damit ihr aber den geſuchten Werth von x noch näher findet, ſo ſetzet ferner:

10) $x = \frac{48}{10} + y$

11) ſo iſt, $x^2 = \frac{2304}{100} + \frac{96y}{10} + yy$

$$-14x = -\frac{672}{10} - 14y$$
$$+48$$

Folglich 12) $\frac{2304 - 6720 + 4800}{100}$

$$+\frac{96y - 140y}{10} + yy = 0$$

oder

oder, $\frac{384}{100} - \frac{44y}{10} - yy = 0$, oder weil man den Werth der Wurtzel nur nechſtens ſuchet $\frac{384}{100} = \frac{44y}{10}$

13) das iſt (wenn mit $\frac{44}{10}$ dividiret wird) $\frac{3640}{4400} = y$

14) Wird alſo auch dieſer Bruch in einen andern, deſſen Nenner 10000 reduciret, ſo gilt derſelbe $\frac{8727}{10000}$

15) daher $y = \frac{8727}{10000}$

16) folglich $x = \frac{48}{10} + \frac{8727}{10000} = \frac{48000 + 8727}{10000} = \frac{56727}{10000}$; wollet ihr den Werth von x noch näher haben, ſo ſetzet

17) $x = \frac{56727}{10000} + y$. ſo iſt

18) $x^2 = \frac{3217952529}{100000000} + \frac{1134549}{10000} = y^2$

$-14x = -\frac{794178}{10000} - 14y$

$+ 48$

Folglich

$$19)\ \frac{3217952529}{100000000} - \frac{79417800000}{} + \frac{480000000}{} + \frac{113454y}{10000} - \frac{140000}{} + \frac{y^2}{} = 0$$

$$(\text{oder } 20)\ \frac{76172529}{100000000} - \frac{26546y}{10000} = 0$$

$$\text{Daher } 21)\ \frac{76172529}{100000000} = \frac{26546y}{10000}$$

und 22) wenn ihr mit $\frac{26546y}{10000}$ dividiret:

$\frac{76172529}{265460000} = y$; das iſt nach geſchehener reduction, $\frac{286907741279289}{100000000000000000} = y$

alſo iſt 23) $x = \frac{5672700000000000}{1000000000000000} + \frac{286907741279289}{1000000000000000} = \frac{5959607741279289}{1000000000000000}$

welche Zahl von dem wahren radice 6 neue auf ein weniges abgehet, und demſelben allzeit näher kömmt, ie öffter dieſe operation wiederholet wird.

Es ſey ein ander Exempel da die Wurtzel der cubiſchen Gleichung $x^3 - 35x + 84 = 0$ ſoll

ſoll auf das genaueſte gefunden werden. Weil die Gräntzen dieſer Gleichung (§. 38) ſind $2\frac{14}{35}$ und $9\frac{1}{10}$

ſo ſetzet 1) $x = 2 + y$ ſo iſt

$$x^3 = 8 + 12y + 6yy + y^3$$
$$-35x = -70 - 35y$$
$$+ 84$$

folglich 2) $22 - 23y + 6yy + y^3 = 0$

oder 3) $22 = 23y - 6yy - y^3$; oder weil die verlangte Wurtzel doch nur erſt bey nahe geſuchet wird, $22 = 23y$.

4) daher denn; $\frac{22}{23} = y$

5) und alſo $x = 2 + \frac{22}{23} = \frac{295}{100}$ bey nahe;

6) Setzet ferner $x = \frac{195}{100} + y$; und ſuchet den Werth von y auf gleiche Weiſe, ſo werdet ihr der wahren Wurtzel der gegebenen Gleichung allzeit näher kommen, ie weiter und länger dieſe operation continuiret wird.

Das IIX. Capitel.

von der Conſtruction derer höhern Gleichungen.

§. 42. Die conſtruction derer höhern Gleichungen iſt von verſchiedenen Algebraiſten auf verſchiedene Weiſe bishero angeſtellet worden. Vor

Vor Zeiten war man bemühet, dieſelben allein mit den Circkul und Linial zu verrichten, nach der ſo genannten regula CARDANI (§. 9) der Herr von TSCHIRNHAVSEN hat in denen Leipziger actis de an. 1683 M. Maio eine methode gezeiget, wie man alle hinteren terminos aus einer vermiſchten Gleichung könne wegſchaffen, damit in ſelbiger nur eine eintzige dignität der unbekannten Grösſe übrig bleibe, welches aber nicht ſonder vielfältige extractiones derer radicum geſchehen kan, daher die Rechnung ſehr weitläufftig und verdrießlich fället. Weit glücklicher ſind in dergleichen Erfindungen geweſen, IACOBVS BERNOVLLI, SLVSIVS, wie auch THOMAS BACKERVS. Unter dieſen hat der erſtere in denen Leipziger actis Ao. 1689 M. Sept. die approximation auf die geometriſchen conſtructiones appliciret, und gezeiget, wie man mit dem Circkul und Linial auf eine gewiſſe Art und gleichförmige operation, welche ſo weit es beliebig iſt kan continuiret werden, den Werth der unbekannten Grösſe in einer ieden Gleichung auf das genaueſte conſtruiren könne. SLVSIVS hat in ſeinem Meſolabo gezeiget, wie durch compoſition des Circkuls mit denen ſectionibus conicis die Wurtzel einer ieden höhern Gleichung zu finden. BACKERVS hat ſich bey eben dieſer operation ſeiner eigenen ſelbſt erfundenen Regul bedienet, welche er regulam centralem nennet.

§. 43 Damit wir des SLVSII methode die höhern Gleichungen zu conſtruiren deſto leichter erkläh-

klähren können, müſſen wir zuvor etwas weniges von denen locis geometricis gedencken, als nach welchen ietzt-erwehnter mathematicus alle höhere Gleichungen conſtruiret. Man verſtehet demnach in der analyſi durch die locos geometricos gewiſſe Linien, welche bey der conſtruction der Gleichungen, inſonderheit, wenn darinnen einige unbekannte Gröſſen keinen beſtimmten Werth haben, (in æquationibus indeterminatis §. 22) gebraucht werden; daher werden einige Gleichungen mit geraden Linien (ad rectam), andere durch einen Circkul (ad circulum), andere durch die Kegelſchnitte (ad parabolam, ellipſin oder hyperbolam) conſtruiret. *Def.*

§. 44 Mit bloſſen geraden Linien können alle diejenigen Gleichungen conſtruiret werden, in welchen die indeterminirte unbekannte Gröſſe, weder in ſich ſelbſt noch in eine andere unbekannte Gröſſe multipliciret iſt; Z. E. wenn $\frac{+ay}{c} + b = 0$. Mit den Circkul werden dieſelben Gleichungen aufgelöſet, in welchen beyde unbekannte Gröſſen zur andern dignität erhoben, auſſer dieſen aber keine andere dignitäten ſelbiger Gröſſen vorkommen, überdas auch beyderley quadrata einerley Zeichen haben. Z. E. $xx + yy - ab = 0$. Die parabel muß ferner gebraucht werden, wenn nur eine von denen unbekannten Gröſſen in der gegebenen Gleichung

zur andern dignität erhoben, z. E. $xx - by + cc = 0$. Hingegen muß man ſich einer ellipſis bedienen, wenn beyderley unbekannten Gröſſen quadrata in der Gleichung vorkommen, die zwar einerley Zeichen haben, auſſer dieſem aber auch mit andern bekannten Gröſſen multipliciret, oder dividiret ſind, Z. E. $xx + ayy - cc = 0$. Endlich wird eine hyperbola gebraucht, wenn in denen ietzt-erwehnten Gleichungen zu deren conſtruction eine ellipſis nöthig war, die quadrata deren unbekannten Gröſſen ungleiche Zeichen haben, oder gar keiner unbekannten Gröſſe quadrat allein vorhanden, ſondern nur beyde in einander multipliciret ſind; Z. E. $xx - \frac{ayy}{b} + cc = 0$; oder $xy - ab = 0$.

45. Die Oerter, welche ſich an eine gerade Linie oder Circkul conſtruiren laſſen, pfleget man ebene (locos planos) zu nennen, zum Unterſchied derer, welche an die Kegelſchnitte conſtruiret werden, die man cörperliche (locos ſolidos) nennet. Es kommen aber bey der conſtruction der höhern Gleichungen zuweilen verſchiedene Oerter vor, daher zuvorderſt nöthig ſeyn will, zu zeigen, wie allerhand Oerter in mancherley und denen vornehmſten Fällen conſtruiret werden.

Probl. I. **Einen Ort an eine gerade Linie conſtruiren.**

Es ſoll z. E. die Gleichung $x = \frac{ay}{b}$ conſtruiret werden.

Suchet

Suchet (probl. 41 §. 24 geom) die 4te proportionalem zu b, a und y; (welche weil ihre Gröſſe nicht determiniret iſt / nach Gefallen kan angenommen werden) ſelbige wird = $\frac{ay}{b}$ (th. 1 §. 22 arithm.) = x.

Einen Ort an einen Circkul conſtruiren. *Probl. 2.*

Es kommen hiebey zerley Caſus vor, welche verſchiedentlich conſtruiret werden.

Der erſte Caſus.

Wenn $xx + yy = ay = 0$, das iſt $xx = ay - yy$.

Suchet die mittlere proportionalem (probl. 42 §. 24 geom.) zwiſchen a — y (da y abermahl nach Gefallen genommen wird) und y; dieſelbe wird = $\sqrt{ay - yy}$ (th. 3 §. 22 arithm.) = $\sqrt{xx}$.

Der andere Caſus.

Wenn $xx + yy - aa = 0$, das iſt $xx = aa - yy$.

Ziehet von dem quadrat der Seiten a, das quadrat der Seiten y (welche wiederum kan nach Gefallen genommen werden) ab, (probl. 41 §. 34 geom.) ſo bleibet ein quadrat übrig/ deſſen Seite = $\sqrt{aa - yy} = x$.

Der dritte Caſus.

Wenn $xx + yy - by - ax = 0$, das iſt $xx - ax = -yy + by$.

Nehmet aus beyden Gleichungen den andern terminum weg (probl. 25.)

Se-

Setzet Z. E. $x = p + \frac{a}{2}$, $y = q + \frac{b}{2}$

ſo iſt $x^2 = p^2 + ap + \frac{a^2}{4}$, und $-y^2 = q^2 - bq - \frac{bb}{4}$.

ingleichen $-ax = -ap - \frac{aa}{2}$; und $+by = +bq + \frac{bb}{2}$.

folglich: $x^2 - ax = p^2 - \frac{a^2}{4}$; $-y^2 + by = -q^2 + \frac{b^2}{4}$.

alſo iſt: $p^2 - \frac{a^2}{4} = -\frac{q}{2} + \frac{bb}{4}$ (ex hyp.)

und $p^2 = \frac{a^2}{4} - \frac{q}{2} + \frac{bb}{4}$.

Wird demnach die quadrat-Wurtzel ausgezogen, iſt $p = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{bb}{4} - qq}$.

Dieſe Gleichung kan folgender maſſen conſtruiret werden.

1) Beſchreibet ein gerade wincklichtes triangul, deſſen eine Seite $= \frac{a}{2}$, die andere $\frac{b}{2}$, ſo iſt das quadrat der hypothenuſa $= \frac{aa}{4} + \frac{bb}{4}$ (th. 8 §. 29 geom.)

2) Ziehet von dieſem quadrat das quadrat qq (deſſen Seite q wieder nach Gefallen genommen wird) ab, (probl. 41 §. 34 geom.) ſo bleibet übrig ein quadrat welches $= \frac{aa}{4} + \frac{bb}{4} - qq$, deſſen Seite alſo $= \sqrt{\frac{aa}{4} + \frac{bb}{4} - qq} = p$.

3) Wird nun zu dieſer Seite $\frac{a}{2}$ zugethan, ſo iſt die Summe $p + \frac{a}{2} = x$.

Einen Ort an eine parabel conſtruiren. *Probl. 3.*

Auch hiebey kommen viererley Caſus vor, welche folgender maſſen beſonders conſtruiret werden.

Die

Der erſte Caſus.

Wenn $xx - py = 0$; folglich $xx = py$.

Beſchreibet eine parabel deren parameter $= p$ (probl. 6 §. 26 geom. curv.) nachmals nehmet in derſelben nach Gefallen eine abſciſſe $= y$; ſo iſt $py = xx$ dem quadrat der ſemiordinate (ax 3 §. 17 geom. curv.) folglich die ſemiordinate ſelber $= x$.

Der andere Caſus.

Wenn $xx - py - bb = 0$, folglich $xx = py + bb$.

Beſchreibet abermahl eine parabel deren parameter $= p$, nehmet darin die abſciſſe $= \frac{bb}{p}$ (= der dritte proportionali zu p und b welche probl. 41 §. 24 geom. gefunden wird) $+ y$; ſo wird das quadrat der ſemiordinate ſeyn $= bb + py$ (ax. 3 §. 17 geom. curv.) $= xx$, und alſo die ſemiordinate ſelber $\sqrt{bb + py} = x$.

Der dritte Caſus.

Wenn $-xx + py - bb = 0$, folglich $xx = py - bb$.

Beſchreibet abermahl eine parabel derer parameter $= p$; nehmet darauff in derſelben eine abſciſſe $= y$ (nach Gefallen) und ziehet von derſelben ab $\frac{bb}{p}$, ſo bleibet die abſciſſe $= y - \frac{bb}{p}$; daher das quadrat der ſemiordinate ſeyn wird (l. c.) $py - bb$, folglich die ſemiordinate ſelber $= \sqrt{py - bb} = x$.

Der

Der vierdte Caſus.

Wenn $xx + ax - by + \frac{aa}{4} = 0$, folglich

$xx + ax = by - \frac{aa}{4}$.

Nehmet abermahl aus der Gleichung den andern terminum ax, (probl. 1 §) ſo wird eine neue Gleichung heraus kommen/ nehmlich $tt - \frac{aa}{4} = by - \frac{aa}{4}$; darinnen $t = x + \frac{a}{2}$; weßhalben $tt = by$. Daher kan die Conſtruction nach dem erſten caſu geſchehen/ weil nur allein die mittlere proportionalis zwiſchen b und y (ſo nach Gefallen genommen wird) darff geſuchet werden/ (probl. 42 §. 29 geom.) deren quadrat $= by$, $= tt$/ folglich die mittlere proportionalis ſelber $\sqrt{by} = t$/ addiret ihr demnach dazu $\frac{a}{2}$/ ſo iſt $t - \frac{a}{2} = x$.

Einen Ort an eine ellipſin conſtruiren. Probl. 4.

Der erſte Caſus.

Wenn $xx - aa + \frac{byy}{c} = 0$, folglich: $xx = aa - \frac{byy}{c}$.

1) Ma-

1) Machet die halbe axin in der ellipſi $= a$

2) Laſſet die axin ſich zu den parameter verhalten $= b : c$, ſo iſt der parameter $= \frac{2ac}{b}$ (probl. 21 §. 23 arith.)

3) Hierauf beſchreibet die ellipſin BCAD (probl. 10 §. 26 geom. curv.) Fig. 32

4) Nehmet ihr demnach in derſelben nach Gefallen $EF = x$, ſo wird die ſemiordinate $FC = y$.

Beweiß.

1) Weil $DE = a$, (no. 1) $EF = x$, (no. 4) ſo iſt $BF = a - x$, $DF = a + x$.

2) Folglich das rectangulum $DFB = aa - xx$.

3) Daher $b : c = aa - xx : yy$ (Cor. 3 th. 3 §. 18 geom. curv.)

4) Folglich $byy = caa - cxx$.

5) Divid. mit c, $\frac{byy}{c} = a^2 - xx$.

6) Add. xx und ſubtrah. $\frac{byy}{c}$, $xx = aa - \frac{byy}{c}$.

W. Z. B.

Schol. Es können zwar auſſer dieſen noch verſchiedene andere Caſus bey dieſer conſtruction vorkommen, doch laſſen ſich dieſe alle zu den erſten ietzt erklährten reduciren, wenn man den andern terminum ſo offt er ſich in der Gleichung findet, aus derſelben auffhebet (probl. 5)

Probl. 5. Einen Ort an eine hyperbel conſtruiren.

Der

Der erſte Caſus.

Wenn $xy - ab = o$, das iſt $xy = ab$.

Beſchreibet eine hyperbel zwiſchen denen aſymtoten (probl 16 §. 26. geom. curv.) KPR (Fig. 33 in welcher $OB = a$, $BP = b$, $OG = x$, ſo iſt $GK = y$; weil $OB \cdot BP (= ab) = OG : GK = yy$ (th 8 §. 19 geom. curv.)

Der andere Caſus.

Wenn $xx + ax - yy = o$; folglich $xx - ax = yy$.

Beſchreibet eine gleichſeitige hyperbel deren ſemidiameter transverſa und conjugata $= a$ (probl. 15 §. 26 geom. curv.) und nehmet in derſelben nach Gefallen eine abſciſſe $= x$, ſo wird die ſemiordinate $= y$. Sintemahl das quadrat der ſemiordinate $= yy =$ dem rectangulo der diſtanz derſelben vom centro $(a + x)$ und der abſciſſe $= ax + xx$. (Coroll. 3 th. 3 §. 19 geom. curv.)

Der dritte Caſus.

Wenn $xx + ax - \frac{byy}{c} = o$, und alſo $xx + ax = \frac{byy}{c}$,

Beſchreibet eine hyperbel (probl. 17 §. 26 geom. curv) deren diameter $(= a)$ ſich zu dem parameter verhalte $= b : c$, daher derſelbe parameter ſeyn wird $\frac{ab}{c}$. Nemet nachmahls in dieſer hyperbel eine abſciſſe nach Gefallen $= x$, ſo wird die ſemiordinate $= y$, ſintemahl der parameter $(= c)$ ſich zu dem diameter $(= b)$ verhält / wie das quadrat der ſemiordinate $(= yy)$ zu dem rectangulo der abſciſſe $(= x)$ in die Summe derſelben abſciſſe und des diametri $(= x + a)$ (Cor. th. 3 §. 19 geom. curv.) Daher $\frac{byy}{c} = xx + ax$.

§. 46. Nachdem alſo kützlich gezeiget worden wie die geometriſchen Oerter an mancherley Linien conſtruiret werden, können wir weiter gehen, und erklähren, wie die höhern Gleichungen auff dieſe Weiſe nehmlich durch die geometriſchen Oerter conſtruiret werden. Hiebey ſind folgende Reguln in acht zu nehmen:

1) **Weil durch die geometriſchen Oerter allein indeterminirte Gleichungen conſtruiret werden, ſo iſt zuforderſt nöthig, daß in eine höhere Gleichung, in welcher ſich nur eine unbekandte Gröſſe findet, noch eine andere deren Wehrt indeterminiret ſey, introduciret werde.** Welches gar leicht geſchehen kan, wenn man nur zu einer von denen bekandten Gröſſen in der Gleichung, (welche nachmahls = 1 geſetzet wird und der unbekandten ſo in derſelben Gleichung vorkömmt, die dritte proportionalem ſuchet, welche die andere unbekandte indeterminirte Gröſſe geben wird. Z. E. wäre die gegebene Gleichung: $x^3 + cxx - c^2b = 0$ ſo ſaget:

$c : x = x : y$, ſo iſt $cy = xx$ (th. 1 §. 22 arithm.) folglich $ccy = cxx$, und $x^3 + cxx - c^2b = x^3 + ccy - c^2b$.

3) **Findet ſich eine unbekandte indeterminirte Gröſſe in der Gleichung, wird ſich dieſelbe leicht durch die Addition, Subtraction, Multiplication oder Diviſion in verſchiedene Gleichungen reſolviren laſſen, in welchen**

chen allen die indeterminirte Gröſſe blei-
bet;

3) Aus ſolchen Gleichungen werden 2
genommen, welche nach denen problemati-
bus (§. 45) an verſchiedene krumme Linien
conſtruiret werden.

4) Ob nun wol einerley iſt, an was für Li-
nien die erwehlten Gleichungen conſtruiret
werden, ſo geſchiehet doch ſolches fügli-
cher, wenn eine davon ſich an einen Cir-
ckul conſtruiren läſſet, indem die Conſtruction
des Circkuls leichter als der Kegel-Schnitte.

5) Wenn demnach eine Gleichung an
einen Kegel-Schnitt conſtruiret iſt, (§. 45)
ſo muß durch die Conſtruction der andern
an den Circkul ſo wohl das Centrum des
Circkuls in dem Kegel-Schnitt, als deſſen
ſemidiameter determiniret werden, den wenn
dieſe beyderley bekandt ſind, iſt der Cir-
ckul gar leicht zu beſchreiben. Wo aber
derſelbe den Kegel-Schnitt durchſchnei-
det, da werden die Puncte determiniret, aus
welchen die Wurtzeln der Gleichung aus-
gezogen werden.

6) Solte eine Gleichung verſchiedene
Wurtzeln haben, und der Circkul dem
Kegel-Schnitt doch nur in einen Punct
durchſchneiden, iſt ſolches eine Anzeigung,
daß die Gleichung nur eine wahre
Wurtzel habe, die übrigen unmöglich
(imaginariæ) ſind.

Alles dieſes wird ſich am füglichſten durch ein Exempel erklähren laſſen: Setzet demnach z. E.

$x^3 + ccx - ccb = 0$. Das iſt $x^3 + ccx = ccb$.

1) Bringet in die Gleichung eine neue indeterminirte Gröſſe, und ſaget daher $c : x = x : y$ daher $xx = cy$, und $x^3 + \frac{c^3 y}{x} = ccb$.

2) Dieſerwegen iſt die erſte Gleichung: $cy = xx$ (th. 1 §. 22 arithm.) welche an die parabel conſtruiret wird (probl. 3 cas. 1 §. 45)

3) Weil ferner $x^3 + ccx = ccb$, ſo iſt: $c : x = xx + cc : cb$ (th. 2 §. 22 arithm.)

4) Folglich (no. 1) $x : y = xx + cc : cb$

5) Oder wenn der Wehrt von xx (no. 2 ſubſtituiret wird) $x : y = cy + cc : cb$

6) Dividiret ihr alſo mit c, iſt $x : y = y + c : b$.

7) Folglich, $bx = yy + cy$ (th. 1 §. 22 arithm.)

8) Welche Gleichung wieder an die parabel conſtruiret wird (probl. 3 cas. 4 §. 45)

9) Wird von $bx = yy + cy$ (no. 7)
abgezogen $xx = cy$ (no. 2)

bleibet $bx - xx = yy$; welche Gleichung ſich an einen Circkul conſtruiren läſſet (probl. 2 cas. 3 §. 45)

Nachdem alſo zwey Gleichungen gefunden, deren eine ſich an eine parabel, die andere an einen

nen Circkul conſtruiren läſſet, ſo müſſen beyderley conſtruiret werden, (probl. 2 und 3 §. 45) erſt zwar $cy = xx$, ſo an die parabel conſtruiret wird, beſchreibet daher (probl. 3 cas. 1 §. 45) eine parabel BAC (Fig. 34) deren parameter $= c$.

Die andere Gleichung aber $bx - xx = yy$, wird an einen Circkul conſtruiret, (probl. 2 cas. 3 §. 45) nehmet derowegen aus derſelben den andern terminum $+ bx$ weg; ſetzet nehmlich x (den geſuchten ſemidiameter des Circkuls $= p + \frac{b}{2}$; daher

$$-xx = -pp - bp - \frac{bb}{4}$$

$$+bx = \quad +bp + \frac{bb}{2}$$

daß alſo, $-xx + bx = -pp + \frac{bb}{4} = yy$, das iſt

$$\frac{bb}{4} - yy = pp.$$

und (extr. rad.) $\sqrt{\frac{bb}{4} - yy} = p$.

Setzet ihr demnach y (weil ſie indeterminiret iſt, und nach Gefallen kan genommen werden)

 $= 0$,

$= o$, ſo iſt $p = \frac{b}{2}$. Dieſerwegen iſt der ſemidiameter des Circkuls $= \frac{b}{2}$.

Soll alſo die gegebene cubiſche Gleichung $x^3 + ccx - ccb = o$ conſtruiret werden, combiniret dieſen Circkul mit vor beſchriebener parabel, damit durch die Puncte in welchen ſich dieſe beyde Linien ſchneiden, die wahren Wurtzeln der gegebenen Gleichung determiniret werden.

Richtet dieſerwegen aus dem Scheitel-Punct der parabel *A* über der axe derſelben eine perpendicularem AZ auf $= \frac{b}{2}$, nachmahls beſchreibet aus Z mit AZ einen Circkul, und notiret das Punct Y, in welchen dieſer Circkul die parabel ſchneidet. Von denſelben laſſet auf die axin eine ſemiordinate YX fallen, welche die verlangte Wurtzel gibt.

Beweiß.

Nennet die ſemiordinate YX $= x$.

Da nun der parameter $= c$ genommen, ſo iſt die abſciſſe $\frac{xx}{c}$ (ax. 2 §. 17 geom. curv.

2) Weil

2) Weil $AZ = XO = \frac{b}{2}$, ſo iſt $YO = \frac{b}{2} - x$.

3) □ hypoth. ZY = □ XO † □ YO, das iſt

$$\frac{bb}{4} = \frac{x^4}{cc} + \frac{bb}{4} - bx + xx,$$ (th. 8 § 29 geom.)

oder $\frac{x^4}{cc} - bx + xx = 0$.

4) Mult. mit cc, ſo iſt, $x^4 - ccbx + ccxx = 0$.

5) Divid. mit x, ſo iſt $x^3 + ccx - ccb = 0$

Welche Gleichung anfangs gegeben war.

§. 47. Auff gleiche Weiſe werden auch alle übrige höhere Gleichungen conſtruiret, indem in allen zu erſt die parabel, ellipſis oder hyperbel gezogen wird, da man eine von denen gegebenen Gröſſen = 1 ſetzet, und zum parameter annimt. Nachmahls wird derſelbe Kegel-Schnitt mit dem Circkul combiniret, dabey das vornehmſte darauff ankömmt, daß das rechte centrum des Circkuls, wie auch der ſemidiameter deſſelben, gefunden werde, in dem ienes in denen vermiſchten Gleichungen anders zu liegen kömmt, dieſer aber zuweilen länger zuweilen kürtzer muß genommen werden. So offt nehmlich die Gleichung iſt, $x^3 + acx - aab = 0$, wird das centrum des Circkuls, der mit der parabel muß combiniret werden, gefunden, wenn man über der axe der parabel

bel aus dem vertice A (Fig. 35) eine perpendicularem AB = $\frac{b}{2}$ ziehet, und durch B mit der axe BC = $\frac{c}{2} - \frac{a}{c}$ parallel, ſo wird der radius des Circkuls AC ſeyn.

Gleicherweiſe wenn $x^3 - acx + aab = 0$, ſo fällt das centrum C des Circkuls in die parabel, daher AB (Fig. 36) = $\frac{a}{2} + \frac{c}{2}$ aus A muß in die axe geſetzet werden, da den nachmahls aus B die perpendicularis über AB gezogen wird BC = $\frac{b}{2}$, ſo iſt C das centrum des verlangten Circkuls und CA der ſemidiameter.

Iſt ferner die Gleichung $x^3 + axx - acx - aab = 0$ ſo wird AB (Fig. 37) = a, aus dem vertice der parabel A in die axe getragen, und aus B die perpendicularis BD aufgerichtet = $\frac{b}{2} - \frac{c}{2}$, endlich wird durch D der axe parallel gezogen DC = $\frac{b}{2}$, dann wird C das centrum des Circkuls, CE der ſemidiameter deſſelben, und gleicher Weiſe variiret auch die Conſtruction in anderen Gleichungen. Es werden aber dieſelben auf eben ſolche Art demonſtriret wie (§. 46) in einen

nen

nen Exempel gezeiget worden, daher wir uns kürtze halber ietzo nicht damit auffhalten wollen, ſondern zu mehrer Erörterung noch ein eintziges Exempel hinzu fügen.

Es war die letzte Gleichung $x^3 + axx - acx - aab = 0$

1) Eine indeterminirte Grösse in die Gleichung zu bringen, ſetzet $a : x = x : y$, welche Gleichung an die parabel conſtruiret wird.

2) Setzet in der gegebenen Gleichung vor xx den gefundenen Werth (no. 1) $= ay$. So iſt $ayx + a^2y - acx - aab = 0$; und dividiret mit a, ſo iſt $yx + ay - cx - ab = 0$, welche Gleichung an eine hyperbel conſtruiret wird. (probl. 5 §. 45)

3) Wird dieſe Gleichung mit $x - a$ multipliciret, ſo iſt

$$\begin{aligned} xxy - cxx - aay + aab &= 0 \\ + acx & \\ - abx & \end{aligned}$$

4) Wird in derſelben der Werth von $xx = ay$ (no. 1) ſuſtituiret, und mit a dividiret iſt $yy - cy - ay + cx - bx + ab = 0$, welche Gleichung ſich abermahl an eine parabel conſtruiren läſſet (probl. 3 §. 45)

5) Ziehet dieſe Gleichung von der erſten (no. 1) $ay = xx$ ab; ſo iſt

$2ay - yy + cy - cx + bx - ab = xx$, oder ſubtrahiret xx; $2ay - xx - yy + cy - cx + bx - ab = 0$

$= 0$. Welche Gleichung ſich an den Circkul conſtruiren låſſet (probl. 2 §. 45)

5) Addiret die dritte Gleichung $yy - ay - cy + cx - bx + ab = 0$ (no. 3) zur erſten $xx = ay$ (no. 1) ſo iſt $yy - cy + cx - bx + ab = xx$; oder $yy - xx - cy + cx - ab = 0$; welche Gleichung wiederum an die hyperbel conſtruiret wird.

Ob nun gleich die gegebene Gleichung auff mancherley Weiſe durch combination der parabel und des Circkuls, oder parabel und hyperbel, oder hyperbel und Circkuls kan conſtruiret werden, ſo erwehlet man doch am liebſten dazu die parabel und den Circkul, welche entweder nach der erſten und 4ten, oder nach der dritten und 4ten Gleichung können verzeichnet werden. Die erſte $ay = xx$ wird folgender Maaſſen conſtruiret: beſchreibet eine parabel deren parameter $= a$ (probl 6 §. 26. geom. curv.) nehmet darauff in der axi derſelben $AB = a$, (Fig. 37) und richtet aus B die perpendicularem $BD = \frac{b}{2} - \frac{c}{2}$ auf, welche die parabel ſchneidet in E; Ziehet ferner, durch D der axi AB parallel $DC = \frac{c}{2}$, und aus C beſchreibet mit dem ſemidiametro CE einen Circkul der die parabel ſchneidet in E und F, daher die ſemioadinaten EB und FH die Wurtzeln der gegebenen Gleichung ſind.

Be-

Beweiß.

2) Weil ſowohl der parameter als die abſciſſe AB in der parabel $= a$, ſo iſt das □ der ſemiordinate $= a^2$ (ax. 1 §. 17 geom. curv.) folglich die ſemiordinate EB ſelber $= a$ daher

2) $DE = \frac{b}{2} - \frac{c}{2} - a$, und □ $CE = \frac{cc}{4} + aa + ac + \frac{cc}{4} - ab - \frac{bc}{2} + \frac{bb}{4}$ (th. 8. §. 29 geom).

3) $AG = a + \frac{c}{2}$

4) Weil die ſemiordinate $FH = x$, und der parameter $= a$, ſo iſt die abſciſſe $AH = \frac{xx}{a}$, folglich $GH = CI\ \frac{xx}{a} - a - \frac{c}{2}$, und $IF = x - \frac{b}{2} + \frac{c}{2}$, daher

5) □ CF = □ CE = □ FI + CI (= HG) $= \frac{x^4}{aa} - 2xx + aa - \frac{cxx}{a} + ac + \frac{cc}{4} + xx + cx - bx + \frac{cc}{4} + \frac{bb}{4} - \frac{bc}{2}$, das iſt: $\frac{x^4}{aa} - xx + aa - \frac{cxx}{a} + ac + \frac{cc}{2} + cx - bx - \frac{bc}{2} + \frac{bb}{4}$

6) Folg-

6) Folglich, $\frac{x^4}{aa} - xx + aa - \frac{cxx}{a} + ac + \frac{cc}{2} + cx - bx - \frac{bc}{2} + \frac{bb}{4} = \frac{cc}{2} + aa + ac - ab - \frac{bc}{2} + \frac{bb}{4}$ (no. 5, 2)

7) Das iſt; $\frac{x^4}{aa} - xx - \frac{cxx}{a} + cx - bx - ab = 0.$

8) mult. mit aa: $x^4 - aaxx - acxx + aacx - aabx - a^3b = 0$

9) dividiret mit $x - a$; $x^3 - axx - acx - aab = 0$ welches dieſelbe Gleichung iſt, ſo anfangs gegeben war.

§. 48. Weil unter denen Kegelſchniten die parabel am leichteſten zu beſchreiben, ſo hat THOMAS BACKERVS in ſeinen clavi catholica eine general Regul gegeben, welche er regulam centralem nennet, nach welcher der Werth der unkannten Gröſſe in einer ieden Gleichung ſich finden läſſet. Es beſtehet dieſe methode in folgenden.

1) Beſchreibet er eine parabel (fig. 38) deren parameter AL (= 1) die axe AX; iſt nun der andere terminus in der Gleichung, deſſen bekannte Gröſſe = p, wird über der axe AX aus dem vertice A eine perpendicularis AE gezogen, (= p) und durch E der

axe

axe AX eine parallele EGH, daß GH der diameter der parabel ſey. Iſt aber der andere terminus nicht in der Gleichung vorhanden, ſo darff auch dieſer diameter GH nicht gezogen werden.

2) Nachmahls kommt das Hauptwerck darauf an, daß das centrum des Circkuls, der mit der parabel ſoll combiniret werden, gefunden werde; dieſes aber wird durch die beyden Linien AD (welche BACKERVS b nennet) und DC (welche von ihm d genannt wird) determiniret; fehlet nemlich in der Gleichung der andere terminus, ſetzet er die Linie b aus A in D in die axe, iſt aber derſelbe terminus vorhanden, ſetzet er dieſe Linie in den diameter aus G in H, und ziehet nachmahls aus D über AX, oder aus H über GH zur lincken eine perpendiculair Linie DC oder HC = d.

3) Die Länge dieſer Linie b und d wird nach folgender general Regul determiniret, in welcher L den parameter, p die unbekannte Gröſſe des andern, q des dritten, r des 4ten termini bedeutet.

$$b = AB = \frac{L}{2} + \frac{p^2}{8L} \pm \frac{q}{2L}$$

$$d = DC = \frac{p}{4} + \frac{p^3}{16L^2} \pm \frac{pq}{4L^2} \pm \frac{r}{2L^2}$$

4) Wenn

4) Wenn die Gleichung unvollkommen iſt, ſo läſſet man die manquirende Gröſſe p, q, r, u. ſ. f. in der regula centrali o gelten.

5) Daß Zeichen ∽ bedeutet einen zweifelhafften caſum, indem noch ungewiß, ob das vorhergehende von dem folgenden, oder das folgende von dem vorhergehenden müſſe ſubtrahiret werden, welches doch nachfolgender maſſen bekannt wird. Die Gröſſe $\frac{r}{2L^2}$ führet allezeit das Zeichen †, es wäre denn, daß p und r in der Gleichnng verſchiedene Zeichen hätten. Gleicherweiſe bekömmt die Gröſſe q in der regula centrali allzeit das contraire Zeichen, mit dem, welches ſie in der Gleichung hat, findet ſich in der Gleichung † q, ſo ſtehet in der regula centrali $-\frac{pq}{4L^2}$.

6) Iſt demnach das centrum C gefunden, wird aus demſelben durch den verticem der parabel A, (wenn der andere terminus in der Gleichung fehlet) oder durch G den verticem des diametri, (wenn der andere terminus vorhanden) der Circkul beſchrieben, welcher die parabel ſchneiden oder berühren wird, in denen Puncten aus welchen die Wurtzel der einfachen quadrati-

dratiſchen, auch cubiſchen Gleichungen gezogen werden.

7) Findet ſich in denen biquadratiſchen Gleichungen – ſ, wird eine Linie vom centro C, durch den verticem der axe A, oder des diametri G gezogen in I, da denn AI oder GI = L gemacht wird, und auf der andern Seite AK (GK) = $\frac{ſ}{L^2}$ nachmals wird über IK ein halber Circkul gezogen, in welchen über AC (GC) aus A (G) die perpendicularis AO (GO) fället, welche das punct O determiniret, durch welches in dieſen Fall der verlangte Circkul aus C muß beſchrieben werden.

8) Iſt in eben ſolcher Gleichung † ſ, wird über AC (GC) ein halber Circkul, und in denſelben aus A (G) die Linie AZ (GZ) = AO (GO) welche (no. 7) gefunden, geſetzet, ſo iſt Z das Punct durch welches der Circkul aus C muß ausgezogen werden.

9) Nun kan dieſer Circkul die parabel in 1, 2, 3, auch wohl 4 Puncten ſchneiden, aus welchen allen die ſemiordinaten auf die axe fallen, welche die Wurtzeln der Gleichung ſeyn werden, doch mit dem Unterſchied, daß die wahren Wurtzeln der axe zur

Lin-

Lincken, die falſchen zur Rechten zu ſtehen kommen, ſo offt nemlich in der Gleichung p fehlet, oder − r ſich findet, ingleichen wenn † p vorhanden; wo aber − p in der Gleichung anzutreffen, fallen die wahren Wurtzeln zur Rechten, die falſchen zur Lincken der axe.

10) Wenn der Circkul die parabel in keinen eintzigen Punct ſchneidet oder berühret, iſt ſolches eine Anzeigung, daß die gegebene Gleichung gar eine wahre oder falſche, ſondern lauter erdichtete Wurtzeln habe, und alſo überhaupt nicht könne conſtruiret werden.

11) Bey Verzeichnung der parabel kan iede bekannte Gröſſe in der Gleichung zum parameter angenommen werden, man erwehlet aber ordinair dieienige dazu, welche am öfftern in der Gleichung vorkömt, damit die Conſtruction deſto leichter werde, denn wenn man dieſelbe 1 gelten läſſet, werden die meiſten termini aus der regula centrali (no. 3) wegfallen. So offt aber in der Gleichung ſelber oder in der reduction derſelben eine Gröſſe vor 1 angenommen wird, muß dieſelbe auch nachmahls zum parameter der parabel genommen werden.

§. 49. Das Fundament, aus welchen alle

dieſe ietzt angeführten Reguln des BACKERI demonſtriret werden, hat ſchon CARTESIVS (lib. III. Geom. p. m. 89 ſeq.) gezeiget, weil aber CARTESIVS die Seite AD iederzeit der ſaxe appliciret, und niemals den diameter G H ziehet, ſo wird er genöthiget, den andern terminum, ſo offt er ſich in der Gleichung findet, aufzuheben, weshalben ſeine demonſtration, welche er (l. c.) anführet, in etwas zu verändern; wenn ſie auf die regulas des BACKERI zugleich in allen Fällen ſoll appliciret werden. Setzet derohalben es ſey z. E.

$y^3 + pxx - qx - r = o.$

Soll dieſe Gleichung conſtruiret werden, iſt nach der regula centrali (no. 3)

$$GH = \frac{p}{4} + \frac{p^3}{16L^2} - \frac{q^3}{4L^1} - \frac{r}{2L^2}.$$

Es ſey alſo 1) die geſuchte Wurtzel RL (fig. 39.) = x, der parameter der parabel = L = a.

2) GH = b.

3) HC = d.

4) AE = BG = $\frac{p}{4}$ = c folglich

5) das □ G C, bb + dd (no. 2, 3. Th. 8 §. 29 geom

6) LS = x + c (1. 4)

7) LT = x + d (1. 3) folglich

8) a (parameter) : $x + 2c$ (die Summe der ſemiordinaten LS und BG) = x (die differenz derſelben LR) : GR (die differenz der abſciſſen AS und BS) = $\frac{xx + 2cx}{a}$ (Th. 4 §. 17 geom. curv.),

9) alſo iſt das □ GR $\frac{x^4}{a^2} + \frac{4cx^3}{a^2} + \frac{4ccxx}{a^2}$

$- \frac{2bx^2}{a} - \frac{4bcx}{x} + bb$

10) da nun das □LT (no. 7) = $xx + 2dx + dd$, ſo iſt □CL = $\frac{x^4}{a^2} + \frac{4cx^3}{a^2} + \frac{4ccxx}{a^2} - \frac{2bx^2}{a} - \frac{4bcx}{a}$

$+ bb + x^2 + 2dx + dd$ (th. 8 §. 29 geom).

11) folglich iſt, $\frac{x^4}{a^2} + \frac{4cx^3}{a^2} + \frac{4ccxx}{a^2} - \frac{2bx^2}{a}$

$- \frac{4bcx}{a} + bb + x^2 + 2dx + dd = dd + bb$ (no. 10, 5)

12) ſubtr. $bb + dd$ ſo bleibet

$$\frac{x^4}{a^2} + \frac{4cx^3}{a^2} + \frac{4ccxx}{a^2} - \frac{4bcx}{a} = 0$$

$$- \frac{2bx^2}{a} + 2dx$$

$$+ xx$$

15) di-

(13) divid. mit x: $\frac{x^3}{a} + \frac{4cx^2}{a^2} + \frac{4ccx}{a^2} - \frac{4bc}{a} - \frac{2bx}{a} + \frac{2d}{a} + x = 0$

14) Hieraus erhellet alſo daß in dieſer Gleichung: $x^3 + px^2 \backsim qx \backsim r = 0$ $p = 4c$, folglich $c = \frac{p}{4}$, da nun $AE = BG = c$, (no. 4) ſo muß auch $AE = \frac{p}{4}$ gemacht werden (no. 1. §. præc.) W. Z. B.

15) Ferner iſt $q = 4cc - 2ab + aa$, daher $4cc + aa - q = 2ab$; oder wenn der Werth von c (no. 14) ſubſtituiret wird, $\frac{pp}{4} + aa - q = 2ab$;

oder divid. mit $2a = 2L$ (no. 1) $= GH$ (no. 2) $b = \frac{pp}{8L} + \frac{L}{2} - \frac{q}{2L}$ (no. 3 §. præced.) W. Z. B.

16) Weiter iſt $r = 2aad - 4abc$, das iſt $2cad = r + 2abc$

divid. mit $2aa = 2L^2$; $d = \frac{r}{2L^2} + \frac{2bc}{a}$, oder

wenn der Werth von a, b, c (no. 1, 14, 15) ſubſtituiret wird: $d = \frac{r}{2L^2} + \frac{p^3}{16L^2} + \frac{p}{4} - \frac{pq}{4L^2}$ (no. 3 §. præced.) W. Z. B.

§. 50. Auf gleiche Weiſe kan auch die angeführte regula centralis in denen übrigen Fällen demonſtriret werden, wenn vor q und r das Zeichen − ſtehet; ingleichen wenn ſich in denen biquadratiſchen Gleichungen der 5te terminus (= ſ) findet. Wie denn auch aus eben dieſer angeführten demonſtration erhellet, daß wenn der andere terminus in der Gleichung fehlet, oder wenn er vorhanden, und das Zeichen † hat, auch die Seite HC nach der lincken Hand gezogen wird, die wahren Wurtzeln auf die rechten Seite der axe AX fallen, indem man, wie jetzo demonſtriret worden, durch ſelbige allein zu der gegebenen Gleichung gelanget, wenn aber der andere terminus in der Gleichung mit − bezeichnet, ſo fallen die wahren Wurtzeln zur lincken, welches ſich leicht auf gleiche Art erweiſen läſſet. Zu mehrerer illuſtration dieſer Reguln wollen wir folgende Exempel hinzufügen, und nach denenſelben conſtruiren.

Exempel der höhern Gleichungen.

Probl. 1. **Zwiſchen 2 Linien 2 mittlere proportionales finden.**

Es mögen gegeben ſeyn die Linie AB und CD (fig. 40.)

Benennung.

Setzet AB = a, CD = b, die erſte von denen geſuchten Linien = x, daher die andere = $\frac{xx}{a}$ (th, 3 §. 22 arith.)

Gleichung.

$a : x = \frac{xx}{a} : b$ (ex hypoth.)

folglich $ab = \frac{x^3}{a}$ (th. 1 §. 22 arithm).

Reduction.

mult. mit a, $a^2 b = x^3$

ſubtr. $a^2 b$. $x^3 - a^2 b = 0$.

arithmetiſche Conſtruction.

Multipliciret das quadrat der erſten gegebenen Linie (= aa) mit der andern gegebenen Gröſſe, (= b) und ziehet aus dem product ($a^2 b$) die cubic-Wurtzel, (probl. 31 §. 32 arithm) welche die erſte von denen beyden geſuchten mittlern proportionalibus geben wird, iſt demnach dieſe bekannt, ſo ſuchet die andere (probl. 21. §. 23 arithm),

Geomerriſche Conſtruction.

Nach der regula centrali

$b = \frac{L}{2}$ und $d = \frac{r.}{2L^2}$

Nehmet demnach 1) die erſte Linie AB = x zum parameter, und beſchreibet die parabel DAF (no. 2).

2) Traget aus A in HL = $\frac{a}{2}$ $\frac{}{2}$

3) Richtet über AH aus H die perpendicularem HC auf = $\frac{r}{2L^2} = \frac{b}{2}$

4) Beſchreibet aus C durch A einen Circkul der die parabel ſchneidet in N.

5) Laſſet aus N auf die axe AH die ſemiordinate NP fallen, welche wird = x, und alſo die erſte unter denen geſuchten mittleren proportionalibus;

6) Da ſie nun die mittlere proportionalis zwiſchen den parameter (= a) und der abſciſſe AP (ax. 1 §. 17 geom. curv.) wird die abſciſſe AP, die andere von denen geſuchten Linien ſeyn, daher ſie beyde gefunden.

Probl. 2 Einen gegebenen Winckel in 3 Theile ſchneiden; Das iſt, wenn der ſemidiameter nebſt der chorde eines Bogen gegeben, ſoll eine andere chorde gefunden werden, welche nur den 3ten Theil des gegebenen Bogen ſpannet;

Es ſey die gegebene Chorde AE (fig. 41) die geſuchte AD, ziehet demnach die ſemidiametros

wie

CA, CD, CF, wie auch dem ſemidiameter FC durch D eine parallele DC.

Benennung.

1) Setzet AE = a. AE = b. AD = x.

2) Weil der Winckel DAE, in der peripherie über DE ſtehet, ACD über AD im centro, und AD = $\frac{1}{2}$ ED, ſo iſt der Winckel EAD = ACD; (th. 17 §. 6 geom) daher in denen Trianguln ACD und HAD, der Winckel HAD = ACD und ADC gemein iſt, folglich iſt auch, DHA = CAD (Coroll. 3. th. 7 §. 6 geom.) und AC (= b): AD (= x) = AD : DH (= $\frac{xx}{b}$)

3) Ingleichen weil in denenſelben Trianguln die Winckel gleich und AC = DC, ſo iſt auch AH = AD (th. 10. §. 6 geom) = x, und der Winckel ADH = AHD (th. 5 §. 6 geom).

4) Weil DG und FC parallel (conſtr.) ſo iſt der Winckel FCD (= DCA) = HDG (th. 6 §. 6 geom) da nun auch ADH = GDH (no. 3) ſo iſt AD (= x) : DH (= $\frac{xx}{b}$) = DH : HG (= $\frac{x^3}{bb}$)

Gleichung.

Weil AD = DH (no. 3) und auf gleiche Weiſe FE = EI, und DF = IG (weil IF und

DG parallel (ax. 2 §. 29 geom.) ſo wird die Summe aller 3 chorden AD + DF + FE = AE + GH, folglich $3x = a + \frac{x^3}{bb}$

Reduction.

ſubtr. 3x; $\frac{x^3}{bb} - 3x + a = 0$

mult. mit bb. $x^3 * - 3bbx + abb = 0$

Conſtructio.

1) Nehmet den ſemidiameter AB = b an ſtatt des parametri, und beſchreibet die parabel NA (no. 2) (probl. 6 §. 26 geom. curv.) ſo iſt

2) nach der regula centrali $AH = \frac{b}{2} + \frac{3b}{2}$, und $HC = \frac{a}{2}$;

3) Machet demnach AH = 2b, und richtet aus H über AB die perpendicularem AC = $\frac{a}{2}$ auf, nachmahls ziehet aus C durch A den Circkul welcher die parabel ſchneiden wird in N, daher laſſet aus N auf AH die perpendicularem NP fallen, welche = x der geſuchten chorde.

Schol. Wolte man dieſes problema nach des SLV-

SLVSII methode durch die geometriſchen Oerter conſtruiren (§. 45) würde einerley conſtruction müſſen vorgenommen werden.

Wenn der Innhalt eines parallelepipedi und Verhältniß der Seiten gegen einander gegeben, ſollen die Seiten ſelber gefunden werden. *Probl 3*

Es ſey die gegebene capacität dem cubo der Linie AB (fig. 42 no. 1) gleich, die Höhe ſoll ſich zu der Länge verhalten = BC : BD, die Höhe zur Breite = BC : EF.

Benennung.

1) Setzet den cubum AB = a^3, BC = b. BD = d, die Höhe des parallelepipedi = x.

2) So iſt: b : c = x : $\frac{cx}{b}$ die Länge,

und: b : d = $\frac{dx}{b}$ die Breite.

Gleichung.

Multipliciret die Länge, Breite und Höhe in einander, ſo gibt das product $\frac{cdx^3}{bb}$ die capacität des parallelepipedi (probl. 11 §. 40 geom.) folglich iſt $\frac{cdx^3}{bb} = a^3$

Reduction.

multipliciret mit bb; $cdx^3 = a^3bb$

divid. mit cd; $x^3 = \frac{a^3bb}{cd}$

ſubtr. $\frac{a^3bb}{cd}$; $x^3 * * - \frac{a^3bb}{cd} = 0$

Conſtruction.

Beſchreibet eine parabel (fig. 41 no, 2) deren parameter = a = 1, ſo iſt in der regula centrali GH = $\frac{a}{2}$, und HC = $\frac{r}{2L^2} = \frac{a^3bb}{2aacd} = \frac{abb}{2cd}$; Suchet demnach zu a, 2c und d die 4te proportionalem z. E. e, ſo iſt ae = 2cd (th. 1 §. 22 arithm.) folglich $\frac{abb}{2cd} = \frac{abb}{ae} = \frac{bb}{e}$; daher ſuchet nochmahl zu e und b die 3te proportional-Linie = $\frac{bb}{e}$; welche die Länge der perpendiculair-Linie HC geben wird; wenn demnach aus C durch A der Circkul gezogen wird, ſchneidet derſelbe die parabel in N, weshalben die ſemiordinate NP = x, die geſuchte Höhe des parallelepipedi, aus welcher die übrigen Seiten nach angegebener proportion leicht zu finden.

Probl 4 Wenn der Innhalt eines parallelepipedi und die differenz der Seiten gegeben, ſollen die Seiten ſelbſt gefunden werden.

Es ſey abermal der Innhalt des Cörpers = dem

dem cubo der Linie AB (fig. 41) die differenz der Höhe und Breite ſey = BD, der Breite und Länge = EF.

Benennung.

Setzet derowegen 1) AB = a, ſo iſt der cubus a^3.

2) BD = b,

3) EF = c

4) die Höhe = x; ſo iſt

5) die Breite = x + b, die Breite x + b + c.

Gleichung.

Wenn die Länge, Breite und Höhe in einander multipliciret werden, iſt der Innhalt des Cörpers

$$= x^3 + 2bxx + bcx = a^3.$$
$$+ \; cxx + bbx$$

Reduction.

Subſtrahiret a^3, $x^3 + 2bxx + cbx - a^3 = 0$
$$+ \; cxx + bbx$$

Conſtruction.

1) Beſchreibet die parabel DAQ (no. 2) deren parameter = a = 1, ſo iſt in der regula centrali:

2) $GH = \frac{a}{2} + \frac{4bb + 4bc + cc}{8} - \frac{cb - bb}{2}$

$= \frac{a}{2} + \frac{cc}{8}$

3) und

3) und HC $= \frac{2b+c}{4} + \frac{8b^3 + 12bbc + 6bbc + c^3}{16} - \frac{2b^3 - ccb - 3cbb}{4} - \frac{a^3}{2} = \frac{b}{2} + \frac{c}{4} + \frac{c^3}{16} + \frac{bcc}{8} - \frac{a^3}{2}$.

4) Saget (probl. 21 §. 23 arithm.) a $(= 1)$: $\frac{c}{8} = c : \frac{cc}{8}$

5) Richtet über der axe der parabel AX aus A die perpendicularem AE auf $= \frac{a}{4}$, ziehet darauf

6) durch E der axe AX die parallele EH und machet GH $= \frac{a}{2} + \frac{cc}{8}$ [no. 4]

7) über EH richtet aus H eine perpendicularem auf, und traget in dieſelbe HF $= \frac{b}{2}$, FI $= \frac{c}{4}$, IK $= \frac{c^3}{16}$, (das iſt die 4te proportionalis zu a $= 1$, $\frac{cc}{8}$ und $\frac{c}{1}$) KL $= \frac{bcc}{8}$, (das iſt die 4te proportionalis zu a, $\frac{cc}{8}$ und b) aus

L aber

L aber traget wieder zurück in C $\frac{a^3}{2} = \frac{a}{2}$ (weil a = 1)

8) Endlich ziehet aus C durch G den Circkul der die parabel ſchneidet in N.

9) Dieſerwegen iſt die ſemiordinate NP = x, die geſuchte Höhe des verlangten parallelepipedi.

Wenn die Höhe eines TriangULs und die differenz der kleineſten zu denen übrigen Seiten gegeben, ſoll iede Seite beſonders gefunden und der Triangul conſtruiret werden. *Probl. 5*

Es ſey Z. E. die Höhe des Trianguls ABC (fig. 43 no. 1) = AD, der Unterſchied der kleineſten und gröſten Seite = EC, der kleineſten und mittlern Seite = FC.

Benennung.

Setzet 1) die Höhe des Trianguls AD = a

2) EC = b,

3) FC = c)

4) die kleineſte Seite AB = x.

Daher 5) BC = x + b, deſſen □ = xx + 2bx + bb

6) AC = x + c, deſſen □ = xx + 2cx + cc

7) □ BD = xx — aa (no. 1, 4, th. 8 §. 29 geom)

8) □

8) $\Box DC = xx + 2cx + cc - aa$ (no. 1, 6. Theor. 8 §. 29 geom.)

Gleichung.

$\Box BC = xx + 2bx + bb$ (no. 5) $= \Box BD + \Box DC$
$= xx - aa + xx + 2cx + cc - aa + 2$ rectang. CBD
$= \sqrt{\left(4x^4 + 8cx^3 + 4ccxx - 8aacx - 4aacc - 8aaxx + 4a^4\right)}$
(prop. 4 L. 11 Euclid.

Reduction.

1) Subtr. $2xx + 2cx + cc - 2aa$
$2bx + bb - 2cx - cc + 2aa - xx = \sqrt{\overline{4x4 + 8cx^3 - 4ccxx - 8aacx - 4aecc - 8aaxx + 4a^4}}$

2) Multipliciret zu beyden Seiten die Gröſſen in ſich ſelber; ſo iſt:

$$4x^4 + 8cx^3 + 4ccxx - 8aacx - 4aacc + 4a^4 - 8aaxx$$
$$= x4 + 4cx^3 - 4aaxx + 4c^3x + 4a^4 - 4bx^3 - 2bbxx + 4b^3x + b^4 + 2ccxx + 8aabx + c^4 - 8bcxx - 8aacx + 4aabb - 4bbcx - 4aacc - 4bccx - 2bbcc$$

3) Wird alſo an beyden Seiten gleiches zugethan und Gleiches vongenommen, bleibet

$3x^4 + 4cx^3 - 4aaxx = -4bx^3 - 2bbxx + 2ccxx - 8bcxx + 4b^3x + 4cx^3 + 8aabx + 4bbcx - 4bccx + b^4 + c^4 + 4aabb - 2bbcc.$

□ (8 4) Wenn

4) Wenn mit 3 dividiret, und der letztere Theil der Gleichung durch die Addition und Subtraction auf die andere Seite gebracht wird, iſt;

$$x^4 + \frac{4}{3}cx^3 + \frac{4}{3}aaxx - \frac{4}{3}b^3x - \frac{b^4}{3}$$

$$+ \frac{4}{3}bx^3 - \frac{2}{3}bbxx - \frac{4}{3}c^3x - \frac{c^4}{3}$$

$$- \frac{2}{3}ccxx - \frac{8}{3}aabx - \frac{4}{3}aabb$$

$$+ \frac{8}{3}bcxx + \frac{4}{3}bbcx + \frac{2}{3}bbcc.$$

$$+ \frac{4}{3}bccx$$

Conſtruction.

1) Beſchreibet die parabel DAF (no. 2) deren parameter = b = 1, ſo iſt die Regula Centralis:

$$GH = \frac{L}{2} + \frac{p^2}{8L} + \frac{q}{2L}$$

$$HC = \frac{p}{2} + \frac{p^3}{16L^2} + \frac{pq}{4L^2} - \frac{r}{2L^2}$$

2) Nun

2) Nun iſt $p = \frac{4c + 4b}{3}$, und $\frac{p}{4} = \frac{c + b}{3}$

3) $q = \frac{8bc}{3} - \frac{4aa - 2bb - 2cc}{3}$, das iſt (weil $b = 1$) $\frac{8c}{3} - \frac{4aa - 2b - 2cc}{3}$, ſuchet demnach zu $3b$ ($= 3$) $4a$ und a die 4te proportionalem welche $= \frac{4aa}{3}$, ingleichen zu $3b$ ($= 3$), $2c$ und c, welche $= \frac{2cc}{3}$; und ſchneidet von $\frac{8c}{3}$ ab $\frac{4aa + 2b - 2cc}{3}$, ſo bleibet q übrig.

4) $r = \frac{4cc + 4c - 8aa - 4c^3 - 4b}{3}$, weshalben abermahl die mittlere proportionalis zu $\frac{2cc}{3}$ und $2c$ muß geſucht werden; wird nachmals zu $\frac{4cc}{3}$ ($= 2 \cdot \frac{2cc}{3}$ no. 3) $\frac{4c}{3}$ addiret, und von

der

der Summe $\frac{8aa}{3}$ (= 2· $\frac{4aa}{3}$ no. 3) † $\frac{4c^3}{3}$ † $\frac{b4}{3}$ ſubtrahiret iſt der Reſt = qr;

5) ſ = $\frac{2cc - 4aa - c4 - b}{3}$, daher von $\frac{2cc}{3}$ (no. 3) $\frac{4aa}{3}$ † $\frac{b}{3}$ † $\frac{c4}{3}$ (welche die dritte proportionalis zu c und $\frac{c^3}{3}$ no. 4) muß abgeſchnitten werden, daß ſ übrig bleibe.

6) Hierauff ſuchet ferner zu b (= 1) $\frac{p}{-}$ und $\frac{p}{4}$ (no. 2) die 4te proportionalem welche = $\frac{-}{8}$

7) Ingleichen zu b, $\frac{p}{2}$ und $\frac{p}{-}$ welche = $\frac{p^3}{16}$

8) Ferner zu b, $\frac{p}{4}$ und q = $\frac{pq}{4}$

9) Nachmahls richtet über der axe der parabel AX die perpendicularem AE auf $= \frac{p}{4}$

10) Ziehet ferner durch E mit AX parallele EGH, und machet GH $= \frac{b}{2} \dagger \frac{p^2}{8}$ (no. 6) $\dagger \frac{q}{2}$ (no. 3)

11) Uber GH richtet aus H perpendiculair auf HC $= \frac{p}{4} \dagger \frac{p^3}{16}$ (no. 7) $\dagger \frac{pq}{4}$ (no. 8) $\dagger \frac{r}{2}$ (no. 4)

12) Ziehet aus C durch G die gerade Linie CM und machet GM $=$ b, und GO $=$ ſ, beſchreibet ferner über MO einen halben Circkul, und ziehet nachmahls aus G an denſelben über CM die perpendicularem CL;

13) Beſchreibet aus C durch L einen Circkul welcher die parabel ſchneiden wird in N und Q.

14) Ziehet alſo durch N und Q die ſemiordinaten NP und QP, welche die Wurtzeln der gegebenen Gleichung ſind; NP nehmlich zur Rechten die Wahre, und QP zur Lincken die Falſche.

15) Neh-

15) Nehmet derowegen die kleinſte Seite in den triangul der da ſoll beſchrieben werden = NP, und addiret dazu EC = b, ſo habt ihr die gröſſere Seite. Gleicherweiſe bekommt ihr die mittlere wenn zu NP addiret wird FC = c, nachmahls iſt der triangul leicht zu beſchreiben. (probl. 3 §. 30 geom.)

Ein parallelepipedum in einen Cubum verwandeln. Probl. 6.

Benennung.

Es ſey die Höhe des gegebenen parallelepipedi = a, die Länge = b, die Höhe = c, die Seite des cubi = x.

Gleichung.

So iſt $abc = x^3$

Reduction.

Subtrahiret abc; ſo iſt $x^3 ** - abc = 0$.

Conſtruction.

1) Beſchreibet eine parabel deren parameter = a, ſo iſt in der Regula centrali.

2) AH (Fig. 41 no. 2) $= \frac{a}{2}$, und HC $= \frac{bc}{2}$,

das iſt die 4te proportionalis zu a, $\frac{b}{2}$ und c.

3) Beſchreibet aus C durch A einen Circkul welcher die parabel ſchneiden wird in N.

 4) Da

4) Daher ziehet die ſemiordinate NP, welche die verlangte Wurtzel der gegebenen Gleichung, und folglich die Seite des geſuchten Cubi iſt.

Pro-bl. 7. **Wenn die Summe zweyer Cuborum nebſt ihrer differenz gegeben, ſollen die Seiten derſelben gefunden werden.**

Benennung.

Es ſey die Summe der Cuborum $= a^3$, die differenz derſelben $= c^3$, die Seite des kleineſten $= x$, daher der kleineſte cubus $= x^3$, folglich der gröſſern $= x^3 + c^3$.

Gleichung.

Daher $2x^3 + c^3 = a^3$

Reductio.

Subtr. a^3; $2x^3 * + c^3 - a^3 = 0$.

Divid. mit 2: $x^3 * + \frac{c^3}{2} = 0$.

$$\frac{a^3}{2}$$

Conſtruction.

1) Beſchreibet eine parabel deren parameter $= a$ ſo iſt nach der Regula centrali.

2) AH (Fig. 40 no. 2) $= \frac{a}{2}$, HC $= \frac{c^3}{2}$ (das iſt die 4te proportionalis zu a, $\frac{c}{2}$ und cc, dieſe

cc aber iſt die dritte proportionalis zu a, und c)

$\frac{a}{c}$;

3 Beſchreibet alſo wiederum aus C durch A den Circkul, welcher die parabel ſchneidet in N, ſo iſt NP die Wurtzel der Gleichung folglich die Seite des kleinern cubi; und auff gleiche Weiſe wird auch die Seite des Gröſſern gefunden.

Es ſoll eine Linie Z. E. AB (Fig. 44) welche nach Belieben geſchnitten iſt in C, nochmahl geſchnitten werden in D, daß da ſey CD : DB = □ AC : □ CD. *Probl. 8.*

Benennung.

Setzet AC = a, BC = b, CD = x, daher BD = b—x.

Gleichung.

1 x : b—x = aa : xx (ex hypoth.)

2 Daher $x^3 = ba^2 - aax$ (th. 1 §. 22 arithm.)

Reduction,

Addiret aax, und ſubtrahiret ba^2, ſo iſt

$$x^3 * - a^2x - a^2b = 0.$$

Conſtruction.

(1) Beſchreibet eine parabel DAF (no. 2) deren parameter = a, ſo iſt nach der Regula centrali

2 $AH = \frac{a}{2} - \frac{a}{2} = 0$, weshalben das Punct H in den Scheitel ſelber fället.

 3) Da-

3) Daher $AC = \frac{b}{2}$.

4) Wird nun aus C durch *A* ein Circkul beſchrieben, ſchneidet derſelbe die parabel in N, weshalben die ſemiordinate NP die Wurtzel der Gleichung, das iſt die geſuchte diſtanz CD in der gegebenen Linie *AB*.

Probl. 9. **Wenn in einen gerade wincklichten triangul, die kleine Seite, und die differenz der Theile in welche der cathetus die baſin ſchneidet gegeben, ſollen die übrigen Seiten des trianguls gefunden, und daſſelbe triangul beſchrieben werden.**

Es ſey das triangul *ABC* (Fig. 45) deſſen baſis *AB* durch den cathetum CD in die 2 Theile *AD* und BD geſchnitten wird, da den EB die differenz zwiſchen *AD* und DB.

Benennung.

1) Setzet $CA = a$

2) $EB = b$

3) $CD = x$, ſo iſt

4) $AD = ED\ \sqrt{aa - xx}$ (th. 8 ſ. 29 geom.) und

5) $AB = 2\sqrt{aa - xx} + b$, deſſen □ $4aa - 4xx + 4b\sqrt{aa - xx} + bb$, daher

6) $□\ CB = 3aa - 4xx + 4b\sqrt{aa - xx} + bb$ (no. 1, 5, th, 8 ſ. 29 geom.) und

7). BD

7) $BD = \sqrt{aa - xx} + b$, deſſen $\square\ aa - xx + 2b\sqrt{aa - xx} + bb$

8) Daher abermahl $BC = aa + 2b\sqrt{aa - xx} + bb$, (no. 3, 7. th. 8. §. 29 geom.) folglich

Gleichung.

$\square\ BC\ aa + 2b\sqrt{aa - xx} + bb$ (no. 8) $= \square BC$ $3aa - 4xx + 4b\sqrt{aa - xx} + bb$ (no. 6)

Reduction.

1) Wenn zu beyden Seiten gleiche Grüſſen weggenommen werden, bleibet: $2aa - 4xx + 2b\sqrt{aa - xx} = 0$.

2) Add. $4xx$ und ſubtr. $2aa$; $2b\sqrt{aa - xx} = 4xx - 2aa$

3) Mult. quadratice; $4aabb - 4bbxx = 16x^4 - 16aaxx + 4a^4$

4) Subtr. $4bbaa$, und add. $4bbxx$

$$16x^4 - 16aaxx + 4a^4 = 0$$
$$+ 4bbxx - 4bbaa$$

5) Divid. mit 16. $x^4 * - aaxx * + \frac{a^4}{4} = 0$

$$+ \frac{bbxx}{4} \qquad - \frac{bbaa}{4}$$

Conſtruction.

1) Beſchreibet eine parabel deren parameter $= a$; ſo iſt nach der Regula centrali

2) $AH = \frac{a}{2} + \frac{bb}{4} - \frac{a}{4} = \frac{a}{4} + \frac{bb}{4}$

(das iſt die 4te proportionalis zu a, $\frac{b}{4}$ und b.

3) $HC = 0$.

4) Continuiret die axe AX in I, daß $AI = \frac{a}{2}$, machet auch $AK = \frac{a}{4} - \frac{bb}{4}$, und beſchreibet über IK einen halben Circkul,

5) Richtet aus A perpendiculair auff AL;

6) Beſchreibet aus H durch L einen Circkul welcher die parabel ſchneidet in N, daher die ſemiordinate NP die Wurtzel der Gleichung, daß iſt die geſuchte Höhe des trianguls; iſt nun dieſelbe gegeben, wird über der Linie AB, aus einen beliebigen Punct D die perpendicularis CD, ſo der gefundenen Höhe gleich, auffgerichtet, nachmahls aus C mit der gegebenen kleinern Seite CA ein Bogen gezogen, und die Linie AE continuiret in B das EB dem gegebenen Unterſchiede (BD — AD) gleich werde; alsden können die Seiten des trianguls CA und CB zugezogen werden.

Problem. 10. **Es ſoll ein Viereck in einen halben Circkul beſchrieben werden, deſſen 3 Seiten gegeben, die 4te ſo noch zu finden, ſoll der diameter des Circkuls ſelber ſeyn.**

Es ſey das Viereck *A*BCD, (Fig. 46) daher die Seite *A*D zu finden, ziehet alſo die diagonales *A*C, BD die ſich ſchneiden in H.

Benennung.

1) Setzet *A*B = a

2) BC = b

3) CD = c

4) *A*D = x

5) *A*C = z

6) *A*H = y folglich

7) CH = z — y

8) Weil in denen gerade winckliechten trianguln *A*HB und CHD die Winckel *A*HB = DHC (th. 12 §. 6 geom.) ſo iſt CD (c) : CH (z — y) = AB (= a) : BH $\left(\frac{az - ay}{c}\right)$ (th. 12 §. 6 geom.)

9) Jngleichen weil in denen trianguln *A*HD und BHC die Winckel AHD = BHD (th. 2 §. 6 geom.) und HAD = CBD (th. 13 §. 6 geom.) ſo iſt *A*D (= x) : *A*H (= y) = BC (= b) : BH $= \left(\frac{by}{x}\right)$ (th. 12 §. 6 geom.)

Gleichung.

1) Dieſerwegen iſt $\frac{by}{x} = \frac{az - ay}{c}$ (no. 8, 9)

Das iſt by : x = az — ay : c

2) Daher den auch $byc = azy - ayx$ (th. 1. §. 22 arithm.)

Reduction.

*A*dd. ayx; $azx = byc + ayx$

Divid. mit $bc + ax$; $\frac{azx}{bc + ax} = y$

Die andere Gleichung.

1) Weil $BH = \frac{by}{x}$ (no. 9) das iſt (wenn der Werth von $y = \frac{bzx}{bc + ax}$ ſubſtituiret wird) $\frac{baz}{bc + ax}$

2) Und die triangul *A*HB und DH*C* gleiche Winckel haben (no. 8) daher *A*B ($= a$): *A*H ($= y = \frac{azx}{bc + ac}$ $= CD$ ($= c$) : DH ($= \frac{czx}{bc + ax}$) th. 12 §. 6 geom.) ſo iſt

3) $BH + DH = BD = \frac{czx ++ bza}{bc + ax}$

4) Weil auch das product der diagonalium *A*C · BD ſo groß als die Summe der producte zweyer gegen einander überſtehenden Seiten (Coroll. probl. VIII §. 21) ſo iſt

$\frac{czzx + bzza}{bc + ax} = ac + bx.$

Re-

Reduction.

1) Wenn mit $bc + ax$ multipliciret wird, iſt:
$czzx + bzza = abcc + bbcx + aacx + abxx$

2) Divid. mit $cx + ba$; $zz = \frac{abcc + bbcx + aacx + abxx}{cx + ab}$

Die dritte Gleichung.

Weil $zz = xx - cc$. (th. 8 §. 29 geom.) ſo iſt
$$xx - cc = \frac{abcc + bbcx + aacx - abxx}{cx + ab}.$$

Reduction.

1) Add. cc; $xx = \frac{ccab + bbcx + aacx + xxab + cc}{cx + ab}$

2) Mult. mit $cx + ab$. $cx^3 + abxx = {}^2ccab + bbcx + aacx + abxx + c^3x$

3) Subtr. abxx; $cx^3 = 2ccab + bbcx + aacx + {}^3x$

4) Divid. mit c. $x^3 = cab + bbx + aax + ccx$ oder

$$\begin{aligned} x^3 * &- aax - 2abc \\ &- bbx \\ &- ccx \end{aligned}$$

Conſtruction.

1) Beſchreibet die parabel DAF (no. 2) deren parameter $= a$, So iſt in der Regula centrali

2) AH

2) $AH = \frac{a}{2} + \frac{a}{2} + \frac{bb}{2} + \frac{cc}{2} = a + \frac{bb + cc}{2b^2}$

($\frac{bb}{2}$ aber iſt die 4te proportionalis zu a, $\frac{b}{2}$ und b; ingleichen $\frac{cc}{2}$ zu a, $\frac{c}{2}$ und c)

3) HC = bc, (das iſt die 4te proportionalis zu a, b, und c)

4) Beſchreibet alſo aus *C* durch *A* den Circkul, welcher die parabel ſchneidet in N, daher die ſemiordinate NP die verlangte diagonalis *AD* wird.

Das IX. Capitel.

Von der DIFFERENTIAL Rechnung.

§. 51. Es haben ſchon die alten Mathematici iede Grösse in unendlich, das iſt, in ſo viele und kleine Theile einzutheilen pflegen, daß einer von denſelben gegen die gantze Linie für nichts zu achten. Wie hoch *ARCHIMEDES* und *EVCLIDES*, welche für allen alten geometris billig den Vorzug haben, dergleichen Eintheilung gehalten, zeigen die gelehrten Schriften welche iener von der Kugel und Cylinder, von der Abmeſſung des Circkuls und von der quadratur der parabel hinterlaſſen; dieſer aber bekennet (Lib. X Elem. prop. 1) mit nachdrücklichen Worten, daß iede Linie ſich unendlich vielmahl in 2 gleiche Theile ſchneiden laſſe, dar-

daraus endlich eine dermaſſen kleine Linie entſtehe, welche kleiner ſey als alle andere, das iſt unendlich klein.

§. 52. Dieſe Lehr-Sätze der Alten von denen unendlich kleinen Gröſſen, ſind die neuen Mathematici mehr und mehr auszuarbeiten bemühet geweſen. Unter andern hat BONAVENTVRA CAVALLERIVS anno 1654 ſeine geometriam indiviſibilium continuorum promotam zu Bononien heraus gegeben; wiewohl ietzt gedachter CAVALLERIVS mit vielen andern in dem falſchen Wahn geſtanden, daß eine Linie aus unendlich vielen Puncten, eine Fläche aus unendlich vielen Linien, ein Cörper aus unendlich vielen Flächen beſtehe, weßhalben er auch die unendlich kleinen Theile der Linien Puncte, der Flächen Linien, und der Cörper Flächen nennet: welcher Irrthum billich zu verwerffen, wenn man den wahren Urſprung der Flächen, und Linien etwas genauer einſiehet. Wir ſetzen vielmehr mit dem P. GVLDINO in centrobarycis, welchem auch heutiges Tages faſt alle Mathematici Beyfall geben müſſen, daß eine Linie entſpringe wenn ein Punct in die Länge beweget wird, eine Fläche, wen eine Linie in die Breite beweget wird, ein Cörper, wenn eine Fläche entweder in die Höhe ſteiget, oder ſich in die Ründe herum drehet (§. 2, 25 35 geom.) daraus am füglichſten erhellet, daß man ſich einen wahren Begriff von einen unendlich kleinen Theile einer ieden Gröſſe machen könne, wenn man ſich einbildet, es werde ein Punct z. E. ein

Jahr-

Jahrlang in die Långe beweget, ingleichen auch nur einen Augenblick; denn wie ein Augenblick zwar eine Zeit iſt, die aber gegen ein gantzes Jahr für nichts zu achten, ſo wird auch durch die Bewegung eines Punctes in einen Augenblick, zwar eine Linie beſchrieben, doch iſt dieſelbe ſo klein, daß ſie gegen die erſtere Linie, welche das Punct durch gleiche Bewegung im gantzen Jahr beſchrieben, für nichts zu achten, daher man ſie in ſolchen Regard unendlich klein nennet.

§. 53. Hierauff gründet ſich alſo die analyſis infinitorum, das iſt die neue methode welche die unvergleichlichen Månner G. G. LEIBNITIVS und ISAACVS NEVVTON zu erſt angegeben, nach welcher verſchiedene problemata mathematica durch Reſolvirung der Gröſſen in unendlich kleine Theile, oder durch Summation derſelben Theilchen können aufgelöſet werden. Dabey ſehr Bewunderungs-würdig, daß beyde ietzt belobte vortreflliche Mathematici, zu gleicher Zeit auf dieſe höchſtnützliche Erfindung verfallen, ohne daß dem einem von des andern Erfindung das Geringſte bekandt geweſen, und demnach beyderſeits in der Operation ſo genau überein kommen, daß ſie nur in einigen Zeichen und Kunſt-Wörtern hauptſächlich differiren, wie der Herr NEVVTON in ſeinen principiis Philos. nat. Mathem. Schol. Lem. 2 tit. 2 ſelber geſtehet. Sie nehmen nehmlich beyderſeits zweyerley Gröſſen an, davon die erſten beſtåndige, die anderen Veränderliche ge-

genandt werden. Eine beſtändige Gröſſe, Def.2.
nennen ſie, welche abgemeſſen iſt, daß ihr nichts kan abgenommen oder zugethan werden, wenn ſie dieſelbe Gröſſe bleiben ſoll; Dergleichen beſtändige Gröſſe iſt Z. E. der diameter eines Circkuls, ingleichen der parameter eines Kegel-Schnittes. Hiegegen wird eine veränderliche Gröſſe genandt, welche Def.3
bald Gröſſer bald kleiner angetroffen wird, als Z. E. die chorden verſchiedener Bogen in einen Circkul, ingleichen die ſemiordinaten und abſciſſen in denen Kegel-Schnitten. Die beſtändigen Gröſſe werden mit denen erſteren Buchſtaben des Alphabets, a, b, c u. ſ. f. bezeichnet, die veränderlichen durch die letzteren x, y, z.

§. 54. Es erhellet demnach hieraus daß der Ax.1.
Unterſchied zweyer beſtändigen Gröſſen Z. E. 2 ſemidiametrorum eines Circkuls = 0 Ax.2
ſey; in Gegentheil iſt der Unterſchied zweyer veränderlichen Gröſſen welche nechſtens überein treffen, zwar etwas, iedoch ſo klein, daß man ihn ohne allen Irrthum vor nichts zu achten hat, wie Z. E. 2 Chorden deren eine einen Bogen ſpannet von 36 grad, die andern aber einen Bogen der 35° 59′ 59″ 59‴ hält, zwar etwas differiren müſſen, iedoch wird der Unterſchied nicht mercklich ſeyn, wenn man denſelben gegen den gantzen radium hält, und kan daher aus der Acht gelaſſen und

für

für nichts æſtimiret werden. Dergleichen un-
Def. 1 endlich kleine differenz zweyer Veränder-
lichen Gröſſen nennet NEVVTON eine
fluxion, weil ſie gleichſam durch die Bewegung
eines Puncts welche in einen Augenblick geſchie-
het entſtehet; *LEIBNITZ* nennet ſie das diffe-
rentiale, daher den auch dieſe methode nach wel-
cher unbekandte Gröſſen aus ihren diffe-
Def. 2 rentialibus oder fluxionibus gefunden wer-
den, bey denen Engländern methodus fluxi-
onum, von dem Herrn von *LEIBNITZ* die
differential-Rechnung genandt wird.

§. 55. Damit man die unendlich kleinen o-
der differential-Gröſſen teſto leichter unterſchei-
den könne, werden ſie von dem Herrn von LEIB-
NITZ ieder Zeit mit den Buchſtaben d bezeichnet,
NEWTON aber bezeichnet ſie durch ein Punct,
welches er über dergleichen fluxion ſetzet. So iſt
Z. E. daß differentiale von x nach der Leibnitzi-
ſchen Zeichnung dx, nach der Engliſchen x˙; das
erſtere iſt alſo beſſer zu erkennen als das andere/
weil dieſes leicht mit den Zeichen der Multiplicati-
on (§. 12 arithm.) kan confundiret werden.
Wird aber eine veränderliche Gröſſe durch mehr
als einen Buchſtaben angedeutet, ſo wird ihr diffe-
rentiale nach folgenden Auffgaben gefunden.

Eine veränderliche Gröſſe welche aus
Pro- verſchiedenen einfachen Gröſſen, ſo durch
bl. 1. die Zeichen † und — zuſammen geſetzet ſind,
beſtehet, differentüren.

Schrei-

Schreibet vor jedwede veränderliche Gröſſe in der gegebenen das Zeichen des differentialis d/ ſo iſt die gegebene Gröſſe differentiiret.

Z. E. des differentiale von x † y—a iſt dx † dy

Der Beweiß hievon iſt aus den §. 54 und 55 Sonnenklahr.

Das differentiale eines producti finden, deſſen factores entweder alle oder doch einige veränderlich ſind. Probl 2

Der erſte Caſus.

Wenn nur 2 veränderliche Gröſſen in einander multipliciret ſind/ ſo multipliciret das differentiale des einen factoris in den andern, ingleichen das differentiale des andern in den erſten factorem, ſo giebt die Summe beyder producte das differentiale der gegebenen Gröſſe. Z. E. das Differentiale von ux iſt = dux † xdu, ſintemahl die differentialia der einfachen Gröſſen u und x ſind du und dx.

Beweiß.

1) Setzet *ux* ſey der Inhalt des parallelogrammi *ABCD* (Fig. 47) deſſen Seite *AC* = *x*, *DC* = u.

1) Setzet ferner es werde *AC* durch den unendlich kleinen Theil *AL* vermehret, ſo iſt *AL* = dx, und CL = *x* † d*x*

3) Ingleichen mag CD durch das differentiale DE = du vermehret werden, ſo iſt *CE* = u † du

4) Folglich iſt der Inhalt des rectanguli EL = ux † udx † xdu † dudx.

5) Daher die differenz derer parallelogrammorum *AD* (no. 1) und LE (no. 4) = ud*x* † xdu † dudx

6) Weil aber ſowohl du als dx unendlich kleine ſind, und alſo = o (ax. 2 §. 54) ſo wird auch ihr product dxdu = o ſeyn, daher bleibt das differentiale derer beyden parallelogrammorum *AD* und LE allein udx † xdu. W. Z. B.

Der andere caſus.

Wenn das product aus mehr als 2 factoribus beſtehet/ ſo multipliciret iedes factoris differentiale, in die facta der übrigen factorum, den wird die Summe aller dieſer producte das geſuchte differentiale geben.

Z. E. das differentiale von uxz iſt: uxdz † uzd*x* † zxdu.

Beweiß.

Setzet ux = t, ſo iſt uxz = tz, und das differentiale von tz = tdz † zdt nach voriger demonſtration; nun aber iſt nach derſelben demonſtration dt = udx † xdu, folglich, wenn die valores von t und dt ſubſtituiret werden, iſt tdz † zdt = uxdz † zudx † zxdu. W. Z. B.

Corollarium. Hieraus erhellet, daß das differentiale von xx = 2xdx, von x^3 = ^{3}x dx, u. ſ. f.

Probl 3 Das differentiale eines quoti finden.

1) multipliciret das differentiale des diviſoris mit dem dividendo, und das quotum ſelbſt mit dem differentiali des dividendi.

2) ſub-

2) ſubtrahiret das erſtere factum von dem letzteren,
3) Den Reſt dividiret mit dem quadrat des diviſoris, ſo gibt
4) Das quotum das verlangte differentiale.

Z. E. das differentiale von $\frac{x}{y}$ iſt $\frac{ydx - xdy}{yy}$

Beweiß.

1) Setzet das quotum $\frac{x}{y} = u$, ſo iſt $x = uy$

2) daher das differentiale $dx = udy + ydu$ (probl. 2)

3) wird nun udy ſubtrahiret, iſt $dx - udy = ydu$

4) wird der Werth von u reſtituiret, iſt $dx - \frac{xdy}{y} = ydu$

5) dividiret mit y, ſo iſt $\frac{dx}{y} - \frac{xdy}{yy} = \frac{ydx + xdy}{yy} = du = \frac{dx}{y}$ (no. 1) W. Z. B.

Der andere caſus.

Wenn entweder der dividendus oder der diviſor oder alle beyde aus verſchiedenen factoribus beſtehen.

1) Suchet zuvorderſt das differentiale des dividendi, ingleichen des diviſoris (probl. 2)

2) multipliciret dieſelben ſowohl durch den diviſorem als dividendum,

3) ſubtrahiret das product welches entſtanden iſt durch die multiplication des dividendi, von dem product welches entſtehet durch die multiplication des diviſoris.

4) dividiret den Reſt mit dem quadrat des diviſoris, ſo gibt das quotum das geſuchte differentiale.

Z. E. das differentiale von $\frac{xy}{uz}$ iſt:

$$\frac{uzxdy + uzydx - xyudz + xyzdu}{u^2 z^2}$$

Beweiß.

1) Setzet $uz = w$, $xy = t$, ſo iſt $\frac{xy}{uz} = \frac{t}{w}$, davon das differentiale $\frac{wdt + tdw}{w^2}$ (nach voriger demonſtration).

2) reſtituiret ihr nun die valores von $w = uz$, $t = xy$, $dw = udw + Wdu$, und $dt = xdy + ydt$; ſo iſt:

$$\frac{wdt + tdw}{w^2} = \frac{uyxdy + uzydu - xyudz - xyzdu}{u^2 w^2}$$

W. Z. B.

Probl 4 **Das differentiale der Wurzel einer veränderlichen Gröſſe finden.**

1) Suchet das differentiale der Gröſſe, welche hinter dem ſigno radicali ſtehet (probl. 1, 2, 3)

2) dividiret daſſelbe durch das quadrat der gegebenen Wurtzel in den exponenten ihrer dignität, ſo gibt das quotum das geſuchte differentiale.

Es ſoll z. E. differentiiret werden $\sqrt[2]{yx}$;

Das

Das differentiale von yx iſt $ydx + xdy$ (probl. 2)

Daher iſt das differentiale von $\sqrt[2]{yx}$ $= \frac{ydx + xdy}{2\sqrt[2]{yx}}$

Beweiß.

Setzet $\sqrt[2]{xy} = t$, ſo iſt $xy = t^2$, folglich $2tdt = xdy + ydx$ (Coroll. probl. 2) dividiret ihr alſo mit $2t$, iſt $dt = \frac{xdy + ydx}{2t} = \frac{xdy + ydx}{2\sqrt{xy}}$

W. Z. B.

§. 56. Die differential-Rechnung ſelber oder der methodus fluxionum wie man es nennen will, gründet ſich auf die definition der Gleichheit, oder gleicher Gröſſen, welche genannt werden / wenn die eine nicht gröſſer auch nicht kleiner iſt als die andere (def. 7 §. 4 Vorb.) oder nach ARCHIMEDIS (lib. I. de ſph. & Cyl. ax. 5) und EVCLIDIS L. V. Elem. def. 5) Beſchreibung, deren differenz gegen iedwede von beyden Gröſſen für nichts zu achten. Auf ſolche Weiſe können wir alſo 2 chorden, welche ſich in einen Circkul nechſtens berühren/ob ſich gleich in der That ein kleiner Unterſcheid zwiſchen ihnen findet, dennoch gleich nennen, weil derſelben Unterſcheid ſo klein, daß man ihn auf keinerley Weiſe meſſen kan, daher er auch das differentiale oder unendliche kleine Theil derſel-

ben genannt wird. Hieraus erhellet, daß man ſich dieſer Rechnung gar füglich in der algeber bedienen könne, indem man dadurch gar leicht zu einer Gleichung kommen kan, wenn eine unbekannte Gröſſe ſoll gefunden werden; denn man darff nur nach vorhergehenden problematibus das differentiale derſelben ſuchen, welches allzeit = o geſetzt wird.

§. 57. Weil ſich aber die veränderlichen Gröſſen nur allein differentiiren laſſen, (§. 54) ſo erhellet ferner, daß man dieſe differential-Rechnung nur allein bey Auflöſung ſolcher Aufgaben gebrauchen könne, in welchen aus veränderlichen Grüſſen entweder beſtändige oder andere veränderliche geſucht werden, deren Gröſſe variiret nach der verſchiedenen Gröſſe der gegebenen. Dieſerwegen hat man ſich dieſer Rechnung bishero hauptſächlich bedienet, in Erfindung der grösten und kleineſten Gröſſen von gewiſſer Art, ingleichen derer tangenten und anderer dergleichen Linien in denen Kegelſchnitten und übrigen krummen Linien. Def. 1 **Die gröſte Gröſſe (maximum) wird genannt, welche auf das Höchſte zu einer gewiſſen Maaße angewachſen, daß ihr ohne Veränderung nicht das aller geringſte mehr kan hinzu gethan werden**, wie z. E. der ſemidiameter in einen Circkul der gröſte unter allen ſinibus iſt. Gleicherweiſe wird die **kleineſte Gröſſe genannt, welcher ohne Veränderung ihrer**

rer Art nicht das geringſte mehr kan abgezogen werden. Wie z. E. die circumference eines Circkuls der kleineſte Umfang iſt, welcher einen gleichen Raum einſchlieſſet. Hieraus iſt Sonnenklahr, daß das differentiale ſowohl der gröſten als kleineſten Gröſſe = o ſey; und wenn alſo ſolche Gröſſen geſucht werden, kan man durch die differentiirung gar leicht zur Gleichung kommen, wie folgende Aufgaben mit mehrern lehren werden.

Durch die differential-Rechnung unter verſchiedenen Gröſſen von gleicher Art die gröſſeſte und kleineſte finden. Probl. 1

1) Benennet die geſuchte Gröſſe nach denen gegebenen Umſtänden und Eigenſchafften, wie oben in der gemeinen algeber (§. 17) erinnert worden.

2) Suchet nachmahls der bekannten Gröſſen ihr differentiale (§. 55)

3) Weil daſſelbe = o (ax. 1 §. 54) ſo iſt dieſelbe Gleichung gefunden.

4) reduciret demnach dieſelbe (§. 13)

Exempel.

1) Wenn die Summe zweyer Linien gegeben, ſoll der Innhalt eines rectanguli gefunden werden, deſſen Seiten zuſammen genommen, der gegebenen Linie gleich ſind.

Benennung.

1) Setzet die Summe der gegebenen Linien = a.

1) die eine Seite = x ſo iſt
3) die andere = a—x
4) folglich den Innhalt des rectanguli = ax —xx (probl. 18 §. 33 geom).
5) Nun iſt das differentiale von ax—xx = adx —2xdx (probl. 2 §, 55)

Gleichung.

Daher $adx - 2xdx = 0$

Reduction.

1) divid. mit dx; $a - 2x = 0$
2) add 2x; $a = 2x$
3) divid. mit 2; $\frac{a}{2} = x$

Daraus erhellet, das iede Seite des rectanguli der halben gegebenen Summe müſſe gleich, und folglich das geſuchte rectangulum ein quadrat ſeyn.

II. Wenn der Innhalt eines Bechers, der da ſoll vergüldet werden, bekannt, ſoll der kleineſte Umfang deſſelben gefunden werden, damit man am wenigſten Gold zu vergülden brauche.

Benennung.

1) Setzet den gegebenen Innhalt = a,
2) den diameter des Boden = x.

2) ſo

3) ſo wird der Boden ſelber ſeyn = $\frac{11xx}{14}$ (probl. 25 §. 33 geom) oder ſetzet 11 = b, 14 = c, ſo iſt $\frac{11xx}{14} = \frac{bxx}{c}$

4) Dieſerwegen iſt die Höhe des Bechers $\frac{ac}{bxx}$ (probl. 11 §. 40 geom.)

5) ingleichen der Umfang des Boden = $\frac{22x}{7}$ (probl. 44 §. 24 geom.) oder ſetzet 22 = f, 7 = g; ſo iſt $\frac{22x}{7} = \frac{fx}{g}$

6) folglich iſt der innere Umfang des Bechers (wenn nemlich die circumferenz des Boden mit der Höhe des Bechers multipliciret wird) = $\frac{acfx}{bgxx} = \frac{acf}{bgx}$

7) Der gantze innere Umfang mit ſamt den Boden = $\frac{acf}{bgx} + \frac{bxx}{c}$ (no. 6, 13)

8) deſſen differentiale = $\frac{2bcxdx}{cc} - \frac{acfbgdx}{(bgx)^2}$ (probl. 3 §. 55)

Gleichung.

Weil dieſer Umfang der kleineſte ſeyn ſoll, iſt $\frac{2bcxdx}{cc} - \frac{acfbgdx}{(bgx)^2} = 0$

Das iſt $\frac{2bxdx}{c} - \frac{acfdx}{bgx^2} = 0$

Reduction.

1) add. $\frac{acfdx}{bgx^2}$; $\frac{2bxdx}{c} = \frac{acfdx}{bgx^2}$

2) mult. mit c, $2bxdx = \frac{accfdx}{bgx2}$

4) mult. mit xx, $2bx^3 = \frac{accf.}{bg}$

5) divid. mit 2b, $x^3 = \frac{aacf}{2bbg}$

6) extr. rad. cub. $x = \sqrt[3]{\frac{accf}{2bbg}}$

Conſtruction.

1) dupliret das quadrat von b (= 11 no. 3) und multipliciret dieſes duplum (= 2bb = 242) mit g (= 7 no. 5) ſo iſt das product = 2bb (= 1684)

2) multipliciret den gegebenen Innhalt des Bechers (= a no, 2) mit dem quadrat von c (= 14 no. 3) das product (= acc) multipliciret mit f (= 22 no. 5) ſo iſt das product = facc

3) dividiret dieſes letztere product (no. 2 = accf) mit dem erſtern (2bbg no, 1)

6)aus

4) aus dem quoto $\frac{accf}{2bbc}$ extrahiret die cubic-Wurtzel (probl. 31 §. 32 arithm.) ſelbige iſt $\sqrt[3]{\frac{accf}{2bbg}} = x$ der diameter des Bechers.

5) multipliciret das quadrat des diametri ($= xx$) mit b ($= 11$ no. 3)

6) ingleichen den gegebenen Innhalt des Bechers ($= a$) mit c ($= 14$)

7) dividiret dieſes product ac mit den (no. 5) gefundenen product bxx, ſo gibt das quotum die verlangte Höhe des Bechers (no. 4); folglich kan der Becher ſelber leichtlich conſtruiret werden.

III. Wenn der Innhalt eines Zimmers nebſt der Höhe deſſelben bekannt, ſoll der kleineſte Umfang deſſelben gefunden werden, damit ſich das Zimmer am leichteſten heitzen laſſe.

Benennung.

1) Setzet den Innhalt des Zimmers $= a^3$

2) die Höhe $= b$,

folglich wird 3) der Boden deſſelben ſeyn $= \frac{a^3}{b}$

4) iſt

4) Iſt nun die Länge $= x$, ſo iſt die Breite $= \frac{a^3}{bx}$ (probl. 18 §. 33 geom.)

3) Dieſerwegen ſind die längeren Wände des Zimmers $= 2bx$ (ibid.)

6) Die beyden Wände in der Breite $\frac{2ba^3}{bx}$ $= \frac{2a^3}{x}$ (ibid.)

7) der Boden und die Decke zuſammen genommen $= \frac{2a^3}{b}$ (ibid).

8) Folglich der gantze Umfang des Zimmers $= 2bx + \frac{2a^3}{x} + \frac{2a}{b}$

9) deren differentiale; $= 2bdx + \frac{2a^3dx}{xx}$

Gleichung.

Weil nun dieſes der kleineſte Umfang ſeyn ſoll, iſt $2bdx - \frac{2a^3dx}{xx} = 0$

Reduction.

1) add. $\frac{2a^3dx}{xx}$; $2bdx = \frac{2a^3dx}{xx}$

2) divid. mit dx; $2b = \frac{2a^3}{xx}$

3) mult.

3) mult. mit xx. $2bxx = 2a^3$

4) divid. mit 2b; $xx = \frac{a^3}{b}$

5) extr. rad. quadr. $x = \sqrt{\frac{a^3}{b}}$

Conſtruction.

Dividiret den gegebenen Innhalt des Zimmers mit der Höhe deſſelben, und extrahiret aus dem quoto die quadrat Wurtzel (probl. 30 §. 32 arithm) dieſe gibt die Länge des Zimmers, folglich iſt dieſelbe der Breite gleich.

IV. Eine Linie in 3 Theile theilen, daß wenn 2 und 2 Theile in einander multipliciret werden, die Summe aller producte die gröſte unter allen möglichen ſey.

Benennung.

Es ſey die gegebene Linie = AB, (fig. 48) der eine Theil AC = x, die Summe der übrigen beyden CD und BD = a—*x*, ſo wird nach den erſten Exempel das gröſte product, welches die beyden Theile CD und DB ausmachen können, entſtehen, wenn *CD* wird *DB* gleich gemacht, folglich iedwede = $\frac{a-x}{2}$, dieſerwegen ſind die 3 Theile der gegebenen Linie, x, $\frac{x-a}{2}$ und $\frac{a-x}{2}$;

deren

deren producte $\frac{ax-x^2}{2} + \frac{ax-x^2}{2} + \frac{aa-2ax+xx}{4}$

das iſt $\frac{aa + 2ax - 3xx}{4}$.

davon das differentiale $\frac{8adx-24xdx}{16}$

Gleichung.

Weil dieſe Summe die gröſte ſeyn ſoll iſt $\frac{8adx-24xdx}{16} = 0$

Reduction.

1) mult. mit 16; $8adx-24xdx = 0$

2) add. $24xdx$, $8adx = 24xdx$

3) divid. mit 8, $a = 3x$

4) divid. mit 3; $\frac{a}{3} = x$

Folglich muß die gegebene Linie in 3 gleiche Theile getheilet werden.

V. Es ſoll in einen geraden Winckel durch ein gewiſſes gegebenes Punct zu denen Seiten des Winckels eine gerade Linie gezogen werden, welches die kleineſte unter allen ſey.

Es ſey der gerade Winckel *CAB* (fig. 49) in welchen das Punct D gegeben, durch welches

nach

nach denen Seiten *AC* und AB die aller kürzeſte Linie ſoll gezogen werden.

Benennung.

1) $AF = DE = a$.
2) $FD = AE = b$.
3) $BE = x$,
ſo iſt 4) $BA = x + b$.

3) Weil die Triangul BDE und DF*C* gleiche Winckel haben DE iſt $(= x) : ED (= a) = FD (= b) : FC \left(= \frac{ab}{x}\right)$ (th. 12 §. 6 geom.)

6) Folglich iſt $AC = \frac{ab}{x} + a$ (no. 5, 1)

7) Daher das □ $BC = aa + \frac{2aab}{x} + \frac{aabb}{x^2} + xx + 2b + bb$ (no. 6 th. 8 §. 29 geom.)

7) deſſen differentiale; $4xdx + 2bdx - \frac{2aabdx}{x^2} - \frac{aabbxdx}{x^4}$.

Gleichung.

Weil *CB* die kleineſte ſeyn ſoll, ſo wird auch ihr quadrat das kleineſte quadrat ſeyn, daher das differentiale dieſes quadrats: $2xdx + 2bdx - \frac{2aabdx}{x^2} - \frac{2aabbxdx}{x^4} = 0$

Redu-

Reduction.

1) divid. mit $^2 dx, x + b - \frac{aab}{x^2} - \frac{aabb}{x^3} = 0$

2) mult. mit x^3; $x^4 + bx^3 - aabx - aabb = 0$.

3) mult. mit $x + b$; $x^3 - aab = 0$.

4) add. aab; $x^3 = aab$.

5) extr. rad. cub. $x = \sqrt[3]{aab}$.

arithmetiſche Conſtruction.

Multipliciret das quadrat von DE = aa, mit AE = b, aus dem product = aab ziehet die cubic Wurtzel (probl. 31. §. 32 arithm.) dieſe gibt die diſtanz des Puncts B, (zu welchen die geſuchte Linie muß gezogen werden) von E.

Geometriſche Conſtruction

Weil $x^3 * * - baa = 0$
ſo beſchreibet eine parabel deren parameter = a, ſo iſt nach der regula centrali AH (no. 2) $= \frac{a}{2}$, HC $= \frac{b}{2}$ wird demnach aus C ein Circkul durch A gezogen, ſchneidet derſelbe die parabel in N, weshalben die ſemiordinate NP die Linie EB gibt, wenn nun dieſelbe aus E in B wird herumgeſetzet, ſo iſt das Punct B determiniret, durch welches

ches die kleineſte Linie ſo von D nach AB und AC kan gezogen werden.

VI. Wenn der diameter eines Circkuls gegeben, ſoll die gröſte abſciſſe und gröſte ſemiordinate in dem Circkul gefunden werden.

Benennung.

Setzet den diameter des Circkuls = a, die gröſte abſciſſe z. E. AC (fig. 50) = x, die gröſte ſemiordinate CD = y, ſo wird BC ſeyn = a—x.

Gleichung.

Weil DC die mittlere proportionalis iſt zwiſchen AC (= x) und BC (= a—x) (probl. 42 §. 24 geom.) ſo iſt auch □ DC = ax—xx (th. 3 §. 22 arithm.) = yy, da nun aus dem gröſten radice auch das gröſte quadrat entſtehet, ſo wird ax—xx das gröſte ſeyn, welches über einer ſemiordinate im Circkul kan beſchrieben werden, folglich iſt ihr differentiale adx—2xdx = o.

Reduction.

1) mult. mit dx; a—2x = o

2) add. 2x; a = 2x

3) divid. mit 2, $\frac{a}{2}$ = x

Muß demnach die abſciſſe *AC* der ſemidia-

meter des Circkuls ſeyn; daher denn auch die gröſte ſemiordinate dem ſemidiameter gleich iſt.

VII. **Wenn die baſis eines Triangulſ, ſamt dem perpendicul gegeben, ſoll das Triangul auf die Weiſe conſtruiret werden, daß die Summe der übrigen beyden Seiten die kleineſte unter allen ſey, die da möglich iſt, wenn die baſis und das perpendicul von gegebener Länge ſind.**

Benennung.

Es ſey 1] die baſis *AB* (fig. 51) $= a$,
2] die Höhe *DC* $= b$,
3] *AC* $= x$, ſo iſt
4] BC $= a - x$,
folglich 5] *AD* $= \sqrt{xx + bb}$ (th. 8. §. 29 geom.) und
6] DB $= \sqrt{aa - 2ax + xx + bb}$ (ibid.) da nun
7) Die Seiten *AD* und *BD* die kleineſten ſeyn ſollen, ſo werden auch ihre quadrate als $xx + bb$, und $aa - 2ax + xx + bb$ die kleineſten ſeyn; deren differentialia ſind
8] $2xdx$, und $2xdx - 2adx$.

Gleichung.

Dieſerwegen iſt $4xdx - 2adx = 0$

Reduction.

add. $2adx$; $4xdx = 2adx$

divid.

divid. mit ax, $4x = 2a$

divid. mit 4. $x = \frac{a}{2}$

Es muß demnach *AB* in 2 gleiche Theile in C getheilet werden, und aus *C* die perpendicularis *CD* aufgerichtet werden, wenn *AD* und DB die kleineſten Seiten ſeyn ſollen.

§. 58 Die tangentes, ſubtangentes und normales derer krummen Linien können ebenfalls durch die differential-Rechnung gar leicht determiniret werden, wenn nur in der Gleichung aus der Natur der gegebenen krummen Linien der Werth des differentialis der abſciſſe beſtimmet wird. Wie folgende Exempel lehren.

I. Wenn der tangens einer parabel gegeben, ſoll der ſubtangens gefunden werden.

Benennung.

1] Es ſey die parabel *ABC* (fig. 52) und der tangens derſelben *OCV*; laſſet aus dem puncto contactus C auf die axin *AX* die ſemiordinate CP fallen, und nennet dieſelbe = y, die abſciſſe *AP* = *x*, ſo wird der ſubtangens *VP* ſeyn. (Def. 7. §. 4 geom. curv.)

2] Nehmet ferner *PR* = *CT* unendlich klein, ſo wird ſie das differentiale *AP* = d*x*; und *TS* das differentiale *PC* = dy.

3] Da nun *CT* unendlich klein iſt, wird die Krümme des Bogen *CS* nicht mercklich, ſondern gleichfals unendlich klein, daß man denſelben

vor eine gerade Linie nehmen kan. Daher das Triangul CTS mit geraden Linien umſchloſſen iſt.

4) Ja die Triangul CTS und VPC haben nicht nur die geraden Winckel bey P und T gleich (ax. 3 §. 6 geom.) ſondern auch CVP = TCS (th. 6 §. 6 geom) daher TS (= dy): TC (= dx) = PC (= y) PV = $\frac{y dx}{dy}$.

Gleichung.

Weil in der parabel das □ der ſemiordinate = dem rectangulo der abſciſſe und das parametri (welchen wir = a ſetzen wollen) ax. 3 §. 17 geom. curv.) ſo iſt $yy = ax$, daher auch die differentialia gleich ſeyn werden, nehmlich $2ydy = adx$.

Reduction.

1) Divid. mit a, $\frac{2ydy}{a} = dx$.

2) Mult. mit y und divid. mit dy. $\frac{2yy}{a} = \frac{ydx}{dy} = PV$ (no. 4)

3) Subſtit. den Wehrt von $yy = ax$; $\frac{2ax}{a} = 2x = PV$.

Woraus erhellet daß der ſubtangens PV in der parabel nochmahl ſo groß ſey, als die abſciſſe AP = x, wie auch oben (Cor. 1 th. 4 §. 17 geom. curv.) erwieſen worden.

Schol.

Schol. 1 Auff gleiche Weiſe kan auch die Länge des ſubtangentis in denen übrigen Kegel-Schnitten gefunden werden, wenn in der æquation der Wehrt von dx aus der Gleichung vor die krumme Linie th. 5 §. 18 und th. 3 §. 19. geom. curv.) beſtimmet wird. Z. E. da in der ellipſi $ay^2 = apx - pxx$ (l. c.) folglich auch $2aydy = apdx - 2padx$, ſo iſt $\frac{2aydy}{ap-2px} = dx$; daher $PV = \frac{ydx}{dy} = \frac{2ay}{-ap+2px} = \frac{2apx-2pxx}{ap-2px}$ $= \frac{2ax-2xx}{a-2x}$

Schol. 2. Hieraus erhellet auch daß alle ſubtangenten in einer logarithmiſchen Linie einander gleich ſeyn. Denn weil in dieſen Linien die abſciſſen eine arithmetiſche progreſſion machen, die ſemiordinaten hingegen eine geometriſche (§. 14 geom. curv.) ſo ſind die abſciſſen die logarithmi derer ſemiordinaten, (§. 30 arithm.) und alſo die differentialia aller abſciſſen einander gleich (def. 12 §. 6 Vorb). Heiſſet demnach die eine abſciſſe x, die andere u, ſo iſt $dx = du$; iſt ferner die erſte ſemiordinate $= y$, die andere $= z$, ſo iſt der ſubtangens der erſten $= \frac{ydx}{dy}$, der andern $\frac{zdu}{dz}$; welche ſich ein zum ander verhalten wir $\frac{y}{dy} : \frac{z}{dz}$; daß iſt $= y : dy = z : dz$, oder wenn mit gleichen

multipliciret wird (dx = du)

$\frac{ydx}{dy} = \frac{zdu}{dz}$. W. Z. B.

II. Wenn der tangens einer parabel gezogen, ſoll die ſubnormalis deſſelben gefunden werden.

1) Wenn OCV (Fig. 52) tangens, ſo iſt CD ſubnormalis (def. 9 §. 4 geom. curv.)

2) Iſt ferner AP = x, PC = y, ſo iſt VP = $\frac{ydx}{dy}$ (probl. præc. no. 4)

3) Da nun in denen triangula VPC und DPC die geraden Winckel bey P gleich, wie auch PVC = PCD) (demonſtr. probl. 42 §. 24 geom.) ſo iſt VP ($= \frac{ydx}{dy}$) : PC (= y) = PC (= y) : PD ($= \frac{ydy}{dx}$) (th. 12 §. 6 geom.)

4) Weil alſo abermahl □PC (= *yy*) = rectang. AP·parameter, (= ax (ax. 3 §. 17 geom. curv.) folglich auch die differentialia 2ydy = adx, oder, wenn mit 2y dividiret wird, dy = $\frac{adx}{2y}$; ſo wird PD

$= \frac{ydy}{dx}$ (no. 3) $= \frac{yadx}{2ydx} = \frac{a}{2}$;

Woraus erhellet daß die ſubnormalis in einer parabel allzeit halb ſo groß ſey, als der parameter; wie Cor. 2 th. 5 §. 17 geom. curv. demonſtriret worden.)

Schol.

Schol. Gleicherweiſe wird die ſubnormalis PD in der ellipſi determiniret, denn weil in der ellipſi $ay^2 = apx - pxx$, Cor. Th. 4 §. 18 geom. curv.) und folglich auch $2aydy = apdx - 2pxdx$, daher $dy = \frac{apdx - 2pxdx}{2ay}$, ſo iſt $PD = \frac{ydy}{dx} = \frac{apy - 2pxy}{2ay} = \frac{ap - 2px.}{2a}$

§. 59. Nachdem auch die differential-Rechnung einmahl erfunden, und in Ordnung bracht worden. Hat man dieſelbe noch immer weiter zu extendiren geſuchet. Man hat alſo wahrgenommen, daß obgleich die differentialia en regard der Gröſſen welche aus ihnen beſtehen, unendlich klein und für nichts zu achten ſind, ſie dennoch an und vor ſich ſelber wahre Gröſſen bleiben, welche ſich daher noch allzeit weiter eintheilen laſſen, und daher wiederum ihre differentialia haben, welche in Anſehung derer erſten differentialium differentio differentialia können genennet werden, wir wollen bey dem vorigen Exempel (§. 52) bleiben; wenn ein Punct ein gantzes Jahr und auch eine Minute beweget wird, ſo kan die Linie welche aus der Bewegung in einer Minute entſtehet, in Anſehung der Linie welche im gantzen Jahr beſchrieben wird, dieſer ihr differentiale genandt werden. Wird aber eben dieſelbe kleine Linie, mit einer andern Linie verglichen, welche etwa durch die Bewegung in einer

einer Tertie oder Quarte beſchrieben wird, kan dieſe letztere gar füglich das differentio differentiale der Bewegung in einen gantzen Jahr genandt werden, nicht weniger kan man auf ſolche Weiſe zu denen differentialibus der 3ten, 4ten, 5ten Claſſe u. ſ. w. fortgehen.

§. 60. Hieraus entſtehet alſo eine neue Rechnuug welche der Herr von *LEIBNIZ* die differentio-differential-Rechnung genandt hat. Doch iſt dieſelbe gar nicht unterſchieden von der bißher erklährten differential-Rechnung, weil die differentialia eben ſo differentiiret werden, wie die veränderlichen Geöſſen; (§. 55) in dem man dieſelben Z. E. dx oder dy als veränderliche Gröſſen conſideriret, daher das differentiale von dx, ddx; das differentiale von $xdy = xddy + dydx$, das differentiale von $\frac{udx}{y} = \frac{yuddx + ydxdu - udxdy}{y^2}$; u. ſ. f.

Das X. Capitel.

Von der INTEGRAL-Rechnung.

§. 61.) Da eine iede Gröſſe ſich in unendlich viele Theilchen von einerley Art reſolviren läſſet (§. 51) durch welche Reſolution, wie im vorigen Capitel erklähret worden, auf eine leichte Art unbekandte Gröſſen gefunden werden. So haben auch die erſten Erfinder dieſer differential-

Re-

Rechnung der Herr von *LEIBNIZ* und *NEWTON* ſolche unendlich kleinen Theilchen einer Gröſſe zu ſummiren, und durch dieſe Summation ebenfalls auf eine andere Art unbekandte Gröſſen zu finden geſuchet. **Dergleichen Rechnung oder** Summation **der kleineſten** Particuln **einer** *Def.* **Gröſſe nennen die Engländer** methodum fluxionum inverſam, **der Herr von** *LEIBNIZ* **aber die** integral-**Rechnung.** Ob nun zwar ſo wohl die erſten Erfinder dieſer Rechnung als die beyden Herren BERNOVLLI und verſchiedene andere groſſe Mathematici ſich ſehr angelegen ſeyn laſſen dieſelbe recht zu excoliren, ſo haben ſie dennoch keine General - Reguln finden können, nach welchen alle und iede differentialia ſich ſummiren laſſen. Sondern wie in der gemeinen arithmetice iede Zahl zwar zu iedweder verlangten dignität kan erhoben werden, wenn man ſie mit ſich ſelbſt, und die gefundene dignität wieder mit derſelben Zahl multipliciret, (§. 32 arithm.) hingegen nicht aus iedweder gegebenen Zahl die verlangte Wurtzel ſich accurat ausziehen läſſet, ſintemahl viele numeri ſurdi entſtehen, (§. 33 arith. ſpec) alſo läſſet ſich auch eine iedwede Gröſſe zwar differentiiren, (§. 55) aber die Summation der differentialium gehet nur in gewiſſen Fällen an. Wie man den Z. E. in dergleichen Summation nicht fortkommen kan, wenn dazu die quadratur des Circkuls oder der Hyperbel erfordert wird, weil beyderley noch unbekandt, ia vor unmög-

möglich gehalten wird. Kömmt demnach ein ſolches differentiale vor, welches ſich nicht ſummiren läſſet, muß daſſelbe entweder in eine andere unendlich kleine Gröſſe verändert werden, welches wie aus folgenden erhellen wird, auf mancherley Weiſe geſchehen kan, oder man muß dieſelbe in eine ſeriem infinitam reſolviren, und dieſe ſo lange continuiren, biß die Summe aller terminorum der gantzen geſuchten Gröſſe nechſtens gleich ſey.

§. 62. Das Zeichen der integration iſt ſ, welche vor das differentiale ſo ſummiret werden ſoll, geſchrieben wird. Z. E. ſdx. Der Wehrt aber von ſolcher integral-Gröſſe, wird nach denen Reguln der differentiation (§ 55.) gefunden, als aus welchen erhellet, daß

1) ſ. dx = x

2) ſ. dx + dy = $x + y$, ingleichen ſ. dt — du = t — u.

3) ſ. 2xdx = xx

4) ſ. $3x^2$dx = x^3.

4) ſ. $3x^2$dx = x^3. Hieraus erhellet die general-Regul nach welcher die Dignitäten einer ieden Gröſſe integriret werden. Vermehret nehmlich den exponenten der dignität in dem differentiali auf 1, nachmals dividiret die integral-Gröſſe mit dem differentiali, ſo durch den exponenten der dignität multipliciret worden. Z. E. $3xx\,dx = 3x^2\,dx$, daher ſ. $3x^2\,dx = \frac{x^3}{3dx}$. Gleicherweiſe

ſe, iſt $\int mx^{m-1}dx = \frac{mx^{m-1+1}dx}{m-1+1\,dx} = \frac{mx^m dx}{mdx} = x^m$. Gleicherweiſe iſt $\int xdx = \frac{x^2dx}{2dx} = \frac{x^2}{2}$, wie auch $\int x^2dx = x^3$

5) $\int prdx + xpdr + rxdp = prx$

6) $\int \frac{ydx - xdy}{y^2} = \frac{x}{y}$

7) $\frac{axdx}{b} = \frac{axx}{2b}$

8) $\int \frac{yzxdr + yzrdx - xrydz - xryzdy}{yy\,zz} = \frac{xr}{yz}$.

9) $\int 3abxxdx = abx^3$

10) $\int \frac{ydx + xdy}{2\sqrt{xy}} = \sqrt{xy}$.

§. 63. Man bedienet ſich dieſer Rechnung hauptſächlich in der geometria curvarum, allwo die krummen Linien dadurch auff das leichteſte in gerade Linien verwandelt, wie auch quadriret werden. Nicht weniger kan man dadurch ſo wohl die ſolidität als den Umfang der ſoliden Cörper leichtlich finden, auch die logarithmos der Linien und Zahlen gar bequem determiniren, wie folgende Auffgaben lehren werden.

Exem-

Exempel.

I. Wen in einen triangul der baſi eine parallele gezogen wird, ſoll der Raum des trianguls welchen ſolche parallele abſchneidet gefunden werden.

1) Es ſey in dem triangul ABF (Fig. 53.) die baſis AB $=$ a, die Höhe FC $=$ b, die abſciſſe FG $=$ x, die ordinate ED $=$ y folglich iſt

2) AB : ($=$ a) : ED ($= y$) $=$ FC ($=$ b) : FG ($=$ x th. 12 § 6 geom.)

3) Daher $ax = by$ (th. 1 §. 22 arithm.)

4) Divid. mit b, $\frac{ax}{b} = y$

5) Nehmet nun Gg zum differentiali von FG ($=$ x) ſo iſt Gg $= dx$

6) ed aber wird ED gleich bleiben ($= y$)

7) Dieſerwegen iſt der Raum des parallelogrammi EDed (welches den unendlichſten Theil des trianguls EFD ausmachet) $= ydx$ (probl. 20 §. 33 geom.)

8) Nun iſt (wenn der Wehrt von y (no. 4) ſubſtituiret wird) $ydx = \frac{axdx}{b}$

9) Weil alſo der triangul EFD aus ſolchen elementis oder unendlich kleinen Theilen beſtehet

(no

no. 7 ſo iſt die Summe derſeben $= \frac{axx}{2b}$ (§. 62 no. 7) der Raum des gantzen trianguls EFB.

10) Dieſemnach findet ihr den Innhalt des Trianguls *FED*, wenn ihr das quadrat der abſciſſe *FG* (= xx) multipliciret mit der baſi *AB* (= a) und das product dividiret mit dem duplo der Höhe deſſelben *FG* (= 2b) wie an ſich klahr iſt; wenn man vor *FG* (= x) die gantze Höhe FC = b) nimmt, weil alsdenn nach der gefundenen Formul der Innhalt des Trianguls *AFB* $= \frac{abb}{2b} = \frac{ab}{2}$ (wie probl. 20 §. 33. geom) demonſtriret worden.

II **Es ſoll die proportion gefunden werden, wie ſich ein gewiſſer Raum in der parabel zu dem** rectangulo **der** abſciſſe **in die** ſemiordinate **verhält** (welches man die parabel quadriren nennet.)

1) Es ſey der parameter = 1 = a, die abſciſſe *AB*, (fig. 59 = x, daher ihr differentiale Bb = dx, die ſemiordinate *BC* = y

2) folglich iſt ax = *yy* (ax. 3 §. 17 geom. curv.)

3 und das rectangulum CBcb (das Element der parabel) = *y*d*x* (probl. 10 §. 33 geom).

4) $y = \sqrt[2]{ax}$ (no. 2) $= \sqrt{x^1}$ (no. 1) $= 1\frac{1}{2}$ (§. 32 arithm. ſpecioſ.) folglich ydx $=$ $x^{\frac{1}{2}}$ dx

3) da-

5) daher ſ. $x^{\frac{1}{2}} dx = x^{\frac{1}{2}+1} dx : \frac{3}{2} dx$ (§. no. 5) $= \frac{2x^{\frac{2}{3}} dx}{3dx} = \frac{2x^{1+\frac{1}{2}}}{3}$

6) Wird nun der Werth von $x^{\frac{1}{2}} = y$ (no. 4) ſubſtituiret, iſt $\frac{3xy}{3}$ der Raum des Abſchnitts CAB in der parabel; welcher alſo gefunden wird, wenn man das duplum der abſciſſe ($= 2x$) mit dem dritten Theil der ſemiordinate multipliciret; woraus erhellet, daß ſich dieſer Raum zu dem rectangulo der abſciſſe in die ſemiordinate verhalte $= 2 : 3$.

III. **Einen Circkul quadriren, das iſt die proportion finden, wie ſich der Raum den die peripherie des Circkuls einſchlieſſet, zu dem rectangulo des ſemidiametri in die peripherie verhält.**

1) Es ſey der ſemidiameter des Circkuls AC (fig. 55) $= a$.

2) die peripherie welche mit dieſen ſemidiametro beſchrieben wird $= b$

3) Nun beſtehet der gantze Circkul aus unendlich vielen dergleichen kleinen Theilen, deren baſes Circkulrunde Linien ſind, welche mit faſt gleichen radiis beſchrieben worden, die Höhen aber die unendlich kleine differenz ſolcher radiorum.

4) Es

4) Setzet daher einen von ſolchen radiis = x, ſo iſt die Höhe eines elementi = dx.

5) Und weil ſich die peripherien ein zum ander verhalten wie die ſemidiametri, (th. 19. §. 6 geom) ſo iſt CA (= a): CP (= x) = peripherie ſo mit CA beſchrieben (= b): peripherie ſo mit CP beſchrieben ($= \frac{bx}{a}$) no. 3.

6) Dieſerwegen iſt das Element oder der unendlich kleine Theil des Circkuls = $\frac{bxdx}{a}$ (no. 3

7) deſſen integrale $\frac{bxx}{a^2}$ (no. 7 §. 62) ſo den Innhalt des gantzen Circkuls gibt.

8) Nehmet ihr nun an ſtatt des ſemidiametri CP = x den ſemidiameter CA = a, ſo iſt $\frac{bxx}{2a} = \frac{baa}{2a} = \frac{ba}{2}$

9) Folglich verhält ſich der Innhalt des Circkuls [$= \frac{ba}{2}$] zum rectangulo des radii in die peripherie (= ab) = 1 : 2, gleichwie (th. 11 §. 33 geom) erwieſen werden.

IV. die ſolidität eines coni finden.

1) Weil der conus entſtehet, wenn das Triangul ABC (fig. 56.] um die axin *AB* herumgedrehet wird [def. 3 §. 36 geom.) ſo nennet *AB* = a, E = b, *AD* = x, DE = *y*, folglich iſt

AB

2) AB [= a] : BC [= b] = AD [= x] : DE [= y] (th. 12 §. 6 geom.)

3) Daher ay = bx (th. 1. §. 22 arithm.)

4] divid. mit c, $y = \frac{bx}{a}$, deſſen quadrat = y^2

$= \frac{b^2 x^2}{a^2}$

5) iſt nun Dd das differentiale AD = da, ſo iſt das trapeziolum Dd Ee nechſtens = rectangulo ed· dD, welches wenn es in die Ründe beweget wird, das Element des Kegels beſchreibet

6] Setzet derowegen die proportion des diametri zur peripherie = 7 : 22 [th. 19 §. 6 geom] = e : o, ſo iſt die peripherie, ſo mit DE beſchrieben wird $= \frac{2oy}{e}$

7) Multipliciret ihr demnach mit den halben ſemidiameter DE $= \frac{y}{2}$) gibt das product die Circkulrunde baſin des Elements $= \frac{oy^2}{e}$

8) Wird daſſelbe mit der Höhe Dd = dx multipliciret, entſtehet das Element des coni $= \frac{oyn\,dnx}{e}$

9) Das iſt, weil yy ($= \frac{bbxx}{2}$ no. 4] $\frac{obbxxdx}{2eaa}$

10) folglich iſt $\int. \frac{obbx^2 dx}{2eaa} = \frac{obbx^3}{6ea^2}$ (no. 4 §. 62)

11) Nehmet ihr aber vor AD ($= x$) die gantze Höhe AB $= a$ ſo iſt $\frac{ob^2 x^3}{6ea^2} = \frac{obba^3}{6eaa} = \frac{obba}{6e}$ die Solidität des gantzen coni.

12) Hieraus erhellet, daß, weil die baſis des coni $= \frac{obb}{2e}$ (no. 7) und die Höhe ($= a$), die ſolidität entſtehet, wenn die baſis mit $\frac{a}{3}$, das iſt $\frac{1}{3}$ der Höhe, multipliciret wird (wie probl. 13 §. 41 geom) erwieſen worden.

V. Den Umfang eines coni finden.

1) Es entſtehet der Umfang des coni wenn die Seiten AB und CB in dem Triangul ABC (fig. 56) in die Ründe beweget werden.

2) Setzet demnach abermahl AB $= a$, BC $= b$, AD $= x$, DE $= y$

3) Daher $ay = bx$ (no. 3 probl. præced.)

4) weshalben auch die differentialia $ady = bdx$,

$= bdx$, wie auch die quadrata derſelben $aadydy = bbdxdx$

5) divid. mit bb, $\frac{aadydy}{bb} = dxdx$

6) Weil $DE = y$, und Dd das differentiale von $AD = dx$, ſo wird Re das differentiale von $DE = dy$, weshalben $Ee = \sqrt{dxdx + dydy}$ (th. 8 §. 29 geom).

7) Wird nun Ee multipliciret in die circumferenz ſo mit dem radio $DE = y$ beſchrieben wird ſo $= \frac{oy}{e}$ (wenn die proportion des radii zur peripherie $= e : o$ geſetzt wird) entſtehet das Element des Umfangs im cono $= \frac{oy}{e} \sqrt{dxdx + dydy}$, das iſt (wenn der Werth von $dxdx = \frac{aadydy}{bb}$ no. 5 ſubſtituiret wird) $= \frac{oy}{e} \sqrt{\frac{aadydy}{bb} + dydy} = \frac{oy}{e} \sqrt{\frac{aadydy + bbdydy}{bb}}$

8) extrahiret die Wurtzel aus dydy und bb, ſo iſt das Element, $\frac{oydy}{eb} \sqrt{aa + bb}$ deſſen integrale $\frac{oy^2}{2eb} \sqrt{aa + bb}$, welches den verlangten Umfang des Stückes DAE vom cono gibt.

9) Wird

9) Wird demnach vor DE' = y, die baſis BC = b genommen, iſt der Umfang des gantzen coni = $\frac{ob^2 \sqrt{aa+bb}}{2eb}$, das iſt $\frac{ob \sqrt{aa+bb}}{2e}$

10) Da nun $\frac{ob}{2e}$ die halbe peripherie, welche mit dem radio BC beſchrieben wird, ſo muß dieſelbe mit AC $\sqrt{aa+bb}$ (th. 8. §. 29 geom) multipliciret werden, wenn der Umfang des coni ſoll heraus kommen.

VI. **Es ſoll gefunden werden, wie ſich das Stück GEH (fig. 57) in der parabel, welches die ordinate GH und die parabel GEH einſchlieſſen) zu dem parallelogrammo GMKH ſo um daſſelbe beſchrieben wird, verhalte.**

1) Es ſey der parameter = a, die ſemiordinate GF = y, weshalben die abſciſſe EF = $\frac{yy}{a}$ (ax. 1 §. 17 geom. curv.)

2) Iſt nun Fe das differentiale von EF, wird daſſelbe = $\frac{2ydy}{a}$,

3) folglich das Element der parabel GFge = $\frac{2yydy}{a}$ deſſen integrale das Stück der parabel GEF = $\frac{2y^3}{3a}$ (probl. 2 no. 6)

 4) hin-

4) hingegen iſt das parallelogrammum GFME = $\frac{y^3}{a}$ (probl. 18 §. 33 geom.)

5) dieſerwegen verhält ſich das Stück der parabel zu dem umher beſchriebenen parallelogrammo $\frac{2y^3}{3a} : \frac{y^3}{a} = 2 : 3$.

Coroll. 1. Hieraus erhellet, daß ſich daſſelbe Stück der parabel zu dem Triangul von gleicher Höhe, und über gleicher baſi (welches $\frac{1}{2}$ parallelogrammi th. 2 §. 33 geom) verhalte = $2 : 1\frac{1}{2} = 4 : 3$

VIII. Es ſoll die proportion gefunden werden, wie ſich ein paraboliſcher conoides BCA (fig. 58) zu dem cylinder AEFC verhalte, welcher mit jenen gleiche baſin CB, und gleiche Höhe AD hat.

1) Setzet den parameter des conoidis = a, die Höhe AD = x, deren differentiale Dd = dx, folglich iſt das quadrat DB = ax (ax. 3 §. 17 geom. curv.)

2) Setzet ferner die Verhältniß des □ diametri im Circkul zu dem Innhalt des Circkuls = e : o, ſo iſt die baſis über welcher ſowohl der conoides als der cylinder ſtehet = $\frac{oax}{e}$.

3) Mul-

3) Multipliciret ihr dieſelbe mit Dd = dx, ſo iſt das Element des conoidis = $\frac{oaxdx}{e}$

4) deſſen integrale $\frac{oax^2}{2e}$ (no. 7 §. 62) welches die ſolidität des conoidis gibt.

5) Da nun die ſolidität des cylindri BDEA $\frac{oaxx}{e}$, (probl. 11. §. 40 geom) ſo verhält ſich der conoides : cylinder = $\frac{oaxx}{2e} : \frac{oaxx}{e}$; das iſt, multipl. mit 2e, = oaxx : 2oaxx; und divid. mit oax; 1 : 2.

VIII. Es ſoll gefunden werden, wie ſich der Raum den eine ellipſis einſchlieſſet, verhalte zu dem Raum eines Circkuls, welcher um die ellipſin beſchrieben wird.

1) Es ſey CE (fig. 59) die halbe axe der ellipſis = a, CA die halbe kleine axe = b, das Stück CN = x, ſo iſt EN = a + x deſſen differentiale = dx, und DN = a — x.

2) Weil NI die mittlere proportionalis zwiſchen EN und DN (probl. 42. §. 24 geom.) ſo iſt □ NI = rectangulo END (th 3 §. 22 arithm) = aa — xx, folglich NI = $\sqrt{aa-xx}$

3) Daher das rectangulum NnIi (das Element

 lement

lement des Circkuls) = $dx\sqrt{aa-xx}$, deſſen integrale $x\sqrt{aa-xx}$ (no. 2 §. 62)

4) Weil □ CD (= aa) : □ AC (= bb) = rectang. END (= $aa-xx$) : □ NH (ch. 3 §. 18 geom. curv.) ſo iſt NH = $\sqrt{\frac{aabb-bbxx}{aa}}$

$$= \sqrt{\frac{aa-xx.\,bb}{aa}} = \frac{b}{a}\sqrt{aa-xx}$$

5) daher das rectang. NHnh (welches das Element der parabel iſt) = $\frac{bdx}{a}\sqrt{aa-xx}$, deſſen integrale $\frac{bx}{a}\sqrt{aa-xx}$ das Stück der parabel NHD.

6) folglich verhält ſich das Stück der parabel NHD zu dem Stück des Circkuls NID $= \frac{bx}{a}\sqrt{aa-xx} : x\sqrt{aa-xx}$ (no. 5, 3)

7) divid. mit $x\sqrt{aa-xx}$, ſo bleibet

$$\frac{b}{a} = 1;$$

8) mult. mit a, b = a, das iſt wie ſich der

kleine

kleine ſemidiameter AC zum Gröſſen AD verhält.

§. 64. Bey Erfindung derer logârithmorum durch die integral-Rechnung wird zum Fundament geſetzet, daß alle ſubtangenten in einer logarithmiſchen Linie einander gleich ſind, (Schol. 2 §. 58) denn hieraus erhellet, daß ein ſolcher ſubtangens eine beſtändige Gröſſe ſey, weshalben man ihn = a ſetzen kan, daß $\frac{ydx}{dy} = a$ (ibid). Wird demnach mit dy multipliciret und mit y dividiret, iſt $\frac{ady}{y} = dx$, daher ſ. dx $= ſ.\frac{ady}{y}$. Das iſt x (die acſciſſe in der logiſtica) $= ſ.\frac{ady}{y}$. Weil alſo die abſciſſe der logarithmus der ſemiordinate iſt (ibid.) ſo wird, wenn der ſubtangens = a, der logarithmus einer ieden ſemiordinate, (welchen man ſonſt durch den Buchſtaben l anzudeuten pfleget) ly $= ſ.\frac{ady}{y}$ ſeyn; welcher ſich nicht integriren läſſet, indem das integrale $\frac{ay^0}{0} = \frac{a}{0}$ ſeyn würde (§. 62 no. 4) welche Gröſſe unendlich groß iſt, wenn man die ſemiordinate dem ſubtangenten gleich ſetzet, nemlich = a, welche = 1 ſeyn kan, ſo iſt

der logarithmus derſelben = $\int \frac{ada}{a} = \frac{ao}{a} = \frac{o}{1}$; wollet ihr aber den logarithmum einer ſemiordinate finden, welche etwas gröſſer als 1, oder etwas kleiner, ſo ſetzet die differenz zwiſchen der gegebenen ſemiordinate, welche dem ſubtangenten gleich, = 1, und der geſuchten z. E. = y, ſo wird die ſemiordinate, ſo etwas gröſſer als 1, ſeyn = 1 † y; deren logarithmus = $\int \frac{dy}{1+y}$, das iſt, wenn dy ordentlich mit 1 † y dividiret wird, (§. 39 arith. ſpecioſ.) = $dy - ydy + y^2dy - y^3dy + y^4dy - y^5dy + y^6dy$ &c. davon das integrale = $\int \frac{dy}{1+x} = y - \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{3}y^3 - \frac{1}{4}y^4 + \frac{1}{5}y^5 - \frac{1}{6}y^6 + \frac{1}{7}y^7$ &c. (§. 62) Auf gleiche Weiſe wird auch der logarithmus der ſemiordinate in der logiſtica (welche eine iede Zahl vorſtellen kan) ſo etwas kleiner als 1 (oder die ſemiordinate ſo dem ſubtagenti gleich) z. E. = $1 - y$ gefunden werden, $-y - \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{3}y^3 - \frac{1}{4}y^4 - \frac{1}{5}y^5$ u. ſ. f.

§. 65 Hieraus iſt alſo offenbahr wie eine iedwede logarithmiſche Gröſſe könne differentiiret werden, denn da die abſciſſe in der logiſtiſchen Linie = x die ſemiordinate = y, und folglich der logarithmus = ly, dieſes ly aber = $\int \frac{ady}{y}$, ſo wird das differentiale von ly = dx ſeyn = $\frac{ady}{y}$;

oder

oder wenn $a = 1$, $\frac{dy}{y}$, dieſerwegen wird das differentiale von einen logarithmo als ly gefunden, wenn das differentiale der Gröſſe, deren logarithmus differentiiret werden ſoll, als dy, mit derſelben Gröſſe (y) oder der Wurtzel derſelben (wenn ſie eine potenz iſt) dividiret wird, ſo giebt das quotum das geſuchte differentiale; auf gleiche Weiſe iſt das differentiale von $lx = \frac{dx}{x}$; von $lx^m, = \frac{mx^{m-1}dx}{x}$

§. 66. Aus dieſen fundament laſſen ſich den auch dergleichen Gröſſen differentiiren, deren exponenten veränderlich ſind als a^x, y^y, y^{x^u}; u. ſ. f. welche man exponential-Gröſſen zu nennen pfleget, und die Rechnung dadurch ſolche Gröſſe differentiiret oder integriret werden die exponential-Rechnung. Def. 1 Soll Def. 2 nehmlich dergleichen exponential-Gröſſe differentiiret werden, dürffet ihr nur dieſelbe in eine logarithmiſche verwandeln, ſo iſt nachmahls (§. 65) die differentiation leicht. Wie ſie aber in eine logarithmiſche Gröſſe könne verwandelt werden, läſſet ſich am füglichſten durch exempel erklähren. Setzet daher (1) die gegebene exponential-Gröſſe z. E. $x^y = z$, ſo ſind (2) auch die logarithmi $lx^y = lz$; oder (3) weil $lx^y = ylx$, (ſintemahl der logarithmus einer ieden potenz entſtehet, wenn der logarithmus des radicis durch

den exponenten der potenz multipliciret wird, als wenn der logarithmus von $3 = 1$, ſo iſt der logarithmus $3^{\cdot 2} = 2$, von $3^{\cdot 3} = 3$. u. ſ. f. wie aus der Natur derer logarithmorum (§. 30 arithm.) gar leicht zu erweiſen, ſo iſt $ylx = lz$, deren differentialia (4) $lxdy + \frac{ydx}{x} = \frac{dz}{z}$, das iſt (5) mult. mit z, $z\left(lxdy + \frac{ydx}{x}\right) = dz$, da nun $z = x^y$ (no. 1) ſo iſt das differentiale der gegebenen Gröſſe gefunden; welches (6) wenn mit z in der That multipliciret wird $= zlxdy + \frac{zydx}{x}$; oder (7) wenn der Werth vou z (no. 1) ſubſtituiret wird $= x^y lxdy + x^{y-1} ydx$;

Gleicherweiſe wollen wir eine exponential-Gröſſe, vom andern grad nehmen, dieſe ſey z. E. x^{y^u} ſetzet

1) $x^{y^u} = z$ ſo ſind

2) Auch die logarithmi $y^u lx = lz$ (no. 3 in vorigen Exempel).

3) Deren differentialia $(dy^u)\, lx + \frac{y^u dx}{x} = \frac{dz}{z}$ (§. 65) das iſt (wenn das differentiale von y^u aus vorigen Exempel no. 4 ſubſtituiret wird) $(y^u ly du + y^{u-1} u dy)\, lx + \frac{y^u dx}{x} = \frac{dz}{z}$

4] Wird

4) Wird ferner mit z multipliciret, iſt, $z(y^u ly du + y^{u-1} u dy) lx + \frac{zy^u dx}{x} = dz$

5) Oder wenn der Werth von z reſtituiret wird (no. 1) $y^u (y^u ly du + y^{u-1} u dy) lx + xy^u y^u x^{-1} dx = dz$

6) Oder wenn in der That multipliciret wird: $xy^u y^u ly lx du + xy^u y^{u-1} u dx dy + xy^u y^u x^{-1} dx = dz$

Und auf gleiche Weiſe können wir auch die differentialia aller andern exponential-Gröſſen von einen iedweden grad finden.

§. 67. Nicht weniger werden ſich auch nach ietzt angeführten principiis die differentialia der exponential-Gröſſen integriren laſſen. Setzet z. E. es ſey (1) des differentiale einer exponential-Gröſſe $y^y dy$: Setzet ferner (2) $y = 1 + x$, ſo werden (3) auch die differentialia $dy = dx$; ingleichen (4) die logarithmi $ly = l(1 + x)$, wie auch (5) die logarithmi der gegebenen exponential-Gröſſen ($y^y = 1 + x^{1+x}$) nemlich $yly = (1 + x). l(1 + x)$; werden nun beyde mit gleichen differentialibus $dy = dx$ (no. 2) multipliciret; ſo iſt (6) das gegebene differentiale $y^y dy = l(1 + x)^{(1+x)} dx$. Oder (7) wenn der Werth von $l(1 + x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{5}x^5$ &c. ſubſtituiret wird. Iſt $y^y dy = (1+x)(x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{5}x^5) dx$. Das iſt (8) wenn in der That multipliciret wird, $y^y dy = xdx - \frac{1}{2}x^2 dx + \frac{1}{3}x^3 dx - \frac{1}{4}x^4 dx + \frac{1}{5}x^5 dx$

$+ x^2 dx$

$+ x^2 dx - \frac{1}{2} x^3 dx + \frac{1}{3} x^4 dx - \frac{1}{4} x^5 dx$ &c. $= xdx + \frac{x^2 dx}{2} - \frac{1x^3 dx}{6} + \frac{1}{12} x^4 dx - \frac{1}{20} x^5 dx$ &c.

folglich iſt das integrale ſ. $yydy = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{60} - \frac{x^6}{120}$ &c. (§. 62 no. 4).

§. 68. Durch eben dergleichen reduction derer exponential-Gröſſen in logarithmiſche laſſen ſich auch ſolche Gleichungen darinnen exponential-Gröſſen vorkommen, conſtruiren. Sintemal die logarithmiſche Gröſſen ſich gar leicht durch eine logarithmiſche Linie conſtruiren laſſen, weil in denſelben die abſciſſen allzeit die logarithmi derer ſemiordinaten ſind. Wenn demnach die abſciſſe dem logarithmo der geſuchten exponential-Gröſſe gleich gemachet wird, ſo gibt die ſemiordinate die geſuchte exponential-Gröſſe ſelber: Es ſey z. E. die exponential Gleichung $x^x = y$; daher $ly = xlx$ (§. 65). Wird nun eine logiſtica z. E. BEF (fig. 60) gezogen, und in derſelben die ſemiordinate AB dem ſubtangenten gleich gemacht, kan dieſelbe = 1 genommen werden; Nehmet ihr alſo ferner eine andere ſemiordinate z. E. DE = x, wird AD der logarithmus DE = lx ſeyn; ſuchet dahero weiter zu 1 (= AB), l^x (= AD), und x (= DE) die 4te proportionalem welche = xlx, das iſt der logarithmus von x^x ſeyn wird, dieſerwegen machet AG = xlx, ſo gibt GH die geſuchte exponential-Gröſſe x^x.

Ein-

Einleitung

Zu der

SPHAERIC

Das I. Capitel.
von denen
Grundſätzen der SPHAERIC.

§. I.

Eine Kugel oder Sphæra wird von denen mathematicis auf zweyerley Weiſe betrachtet, als (1) in der geometrie, da man ihren Urſprung und Eigenſchafften erklähret, ingleichen den diameter, Umkreiß, Umfang und ſolidität (§. 36 38 40 probl. 12 geom.) abmiſſet. (2) In der Aſtronomie, allwo auf dem runden Umfang der Kugel verſchiedene Circkul beſchrieben werden, welche mancherley Winckel mit einander machen, und ſowohl nach ihrer Lage gegen einander als nach ihrer Gröſſe in Betrachtung gezogen werden. Dieſe letztere Be-
Def. 1 trachtung nennet man die aſtronomiſche Sphæric, welche aus der theorie und praxi beſtehet. Die theorie erklähret die Eigenſchafften ſowohl der Circkul ſelber, ſo auf der Kugel beſchrieben werden, als deren Winckel, welche ſolche Circkul mit einander machen, und daher
Def. 2 ſphæriſche Winckel genannt werden. Die praxis hingegen lehret, ſowohl die Bogen gedachter Circkul, als die Winckel ſo ſie machen, durch Aufflöſung der Triangul, welche entſtehen, wenn ſich mehr erwehnte Circkul auf dem Umfang der Kugel ſchneiden,

den, und alſo ſphæriſche Triangul genannt werden, zu berechnen; dieſerwegen pfleget man dieſe gantze praxin die ſphæriſche trigonometrie zu nennen. Def. 3 Def. 4

§. 2. Nachdem alſo aus der geometrie bekannt, daß eine Kugel entſtehet, wenn ſich ein halber Circkul um ſeinen diameter in die Runde herumweltzet, (§. 36 geom) auch daſelbſt dieſer diameter des halben Circkuls die Axt der Kugel, und deſſelben äuſerſte Puncte die poli derſelben genannt werden (ib.) So iſt ferner offenbahr, daß bey dergleichen geneſi der Kugel iedes Punct in dem Umkreiß des halben Circkuls einen beſondern Circkul beſchreibe, daher den unendlich viele Circkul auf dem Umfang der Kugel entſtehen, welche aber alle von ungleicher Gröſſe ſind, ie näher ſie nemlich denen polis ſind, deſto kleiner ſind ſie, weßhalben der Gröſte unter allen iſt, welcher von beyden polis gleiche weit entfernet, deſſen planum mitten durch das centrum des ſemicirculi genitoris und folglich der Kugel hiedurch gehet, ſintemal dieſes centrum von denen polis (als denen äuſerſten Puncten des diametri) am weiteſten entfernet iſt. Hieraus entſtehet der Unterſcheid zwiſchen den gröſſern und kleinern Circkuln auf einer ſphæra: Jene werden genannt, wenn die Flächen derſelben ſo ſie einſchlieſſen durch das centrum der Kugel gehen. Hingegen gehen die Flächen der kleinern Circkul Def. 1 Def. 2

über

über oder unter dem centro weg. Da man ſich nun vorſtellen kan, daß über iedweden diameter einer Kugel der abgeſchnittene halbe Circkul in die Ründe beweget werde, und die Kugel beſchreibe, ſo erhellet ferner hieraus, daß man in einer Kugel ieden diameter als eine Axt conſideriren könne, weshalben denn auch auf dem Umfang einer iedweden Kugel verſchiedene gröſſere Circkul können beſchrieben werden, welche aber alle beſondere axes haben.

§. 3. Aus dieſer Betrachtung von dem Urſprung der Kugel und der Circkul ſo auf dem Umfang derſelben entſtehen, flieſſen die meiſten Eigenſchafften derſelben, von welchen auſſer denen, ſo (§. 38 geom) angeführet worden, noch folgende inſonderheit zu mercken ſind:

Axiomata.

1) **Die diametri der gröſſeren Circkul auf dem Umfang einer Kugel, ſind auch diametri der Kugel ſelber.** Sintemahl alle Flächen, welche die gröſten Circkul einſchlieſſen, durch das centrum der Kugel gehen (Def. 2 §. 2) daher ſie entſtehen, wenn der ſemidiameter in dem ſemicirculo genitore um das centrum der Kugel in die Ründe beweget wird, und folglich ſind ihre ſemidiametri ſo groß, als der ſemidiameter der Kugel. Hieraus folget weiter

2) **Daß die diametri aller gröſſern Circkuln auf der Kugel einander gleich ſind.**

3) Je-

3) Jeder polus ſtehet von ſeinen gröſten Circkul 90°

4) Alle Bogen, welche von einen polo auf dem gröſten Circkul fallen, ſind einander gleich. Denn es ſind lauter quadranten. (§. 2)

6) Alle Circkul, welche um einen polum gehen, ſind einander parallel; indem ſie von denen puncten in dem Umkreiß eines ſemicirculi genitoris beſchrieben werden: da nun alle dieſe Puncte in dem gantzen vertigine des ſemicirculi einerley diſtanz von einander behalten, ſo müſſen ſie auch parallele Circkul beſchreiben.

6) Eben deswegen haben auch Circkul, welche auf dem Umfang einer Kugel einander parallel ſind, einerley polos.

7) Die gröſſere Circkul theilen alleſamt die Kugel in 2 gleiche hemiſphæria. Denn wenn ihr euch vorſtellet, daß ieder ſemicirculus genitor in 2 gleiche quadrantes getheilet ſey, wird ieder quadrans durch ſeine Bewegung in die Ründe ein hemiſphærium, und das äuſerſte Punct deſſelben einen gröſſern Circkul der daſſelbe hemiſphærium abſchneidet, beſchreiben.

8) Ein ieder gröſſerer Circkul gehet durch 2 Puncte auf dem Umfang der Kugel, welche diametraliter gegen einander über ſtehen. Sintemahl die diametri derſelben Circkul auch diametri der Kugel ſind (ax. 1) nun ſtehen die euſerſten Puncte des diametri dia-

metraliter gegen einander über; folglich gehet der gröſſere Circkul durch 2 Puncte der Kugel, welche diametraliter gegen einander überſtehen.

9) **Dieſerwegen ſchneiden ſich auch 2 gröſſere Circkul allzeit in 2 gleiche Theile.** Denn ſie gehen beyde durch das Punct, welches dem einen Schneidungs-Punct diametraliter gegen über ſtehet, daher ſie ſich auch in demſelben ſchneiden müſſen, folglich haben ſie beyde einen diemeter, (der von einen Schneidungs-Punct zum andern gezogen wird) und ſie demnach beyde in 2 gleiche Theile ſchneidet.

10) **Jngleichen wenn ſich 2 Circkul in 2 gleiche Theile ſchneiden, müſſen es gröſſere Circkul ſeyn.** Jndem die Schneidungs-Puncte diametraliter gegen einander überſtehen, daher die Linie, ſo von einen zum andern gezogen wird der diameter der Kugel, folglich ſind die Circkul über den diameter der Kugel beſchrieben, und alſo ſind es gröſſere Circkul.

11) **Weshalben auch derienige Circkul, welcher durch die polos eines gröſſern Circkuls hindurch gehet, ein gröſſerer Circkul ſeyn muß.** Weil die poli die euſerſten Puncte des diametri der Kugel ſind.

12) **Wenn ein gröſſerer Circkul durch die polos eines andern gröſſern Circkuls gehet, ſo wird dieſer ebenfals durch die polos von ienen gehen.** Denn die poli ſtehen von ieden gröſſern Circkul auf 90 grad, (ax. 3) liegen

nun

nun die poli des einen Circkuls in dem Umkreiß des andern, ſo liegen die poli des andern in dem Umkreiß des erſten.

13) Ein ieder Winckel den 2 gröſſere Circkul mit einander machen, wird gemeſſen durch den Bogen eines andern gröſſern Circkuls, welcher aus dem vertice des Winckels gezogen wird. Denn geſetzt, daß die beyden gröſſern Circkel, welche ſich ſchneiden, anfangs über einander gelegen, ſo werden ſie nachmahls, wenn ſie von einander abgeſchoben werden, daß ſie ſich ſchneiden können, am weiteſten abweichen in dem Punct, welches von denen Schneidungs-Puncten (derer diſtanz ein halber Circkel iſt ax. 9) am weiteſten entfernet, das iſt 90 grad davon abſtehet, folglich gehet der Circkel den dieſes Punct beſchreibet, und der die Abweichung der erſteren beyden Circkul (das iſt der Winckel den ſie machen) miſſet, durch die polos derſelben Circkul, (ax. 3) und iſt daher ein gröſſerer Circkul (ax. 11).

14) Hieraus erhellet, daß, wenn ein Circkul aus dem polo eines andern auf denſelben fället, beyde gerade Winckel mit einander machen. Dieweil auch die Maaß dieſes Winckels aus dem polo fallen muß, (ax. 13) daher dieſelbe ein quadrans iſt; (ax. 13) folglich der Winckel gerade (def 7 §. 4 geom)

15) Ingleichen, daß die beyden Winckel, in welchen ſich 2 gröſſere Circkul in

denen gegen über ſtehenden Puncten ſchnei-
den, einander gleich ſind. Denn es ſte-
hen dieſe beyde Puncte auf einen halben Circkul
von einander, (ax. 9) daher werden beyde Win-
ckel, ſo in denſelben entſtehen, durch einerley
Bogen gemeſſen (ax. 13).

§. 4. Alle dieſe Eigenſchafften laſſen ſich noch leichter auf dem Umfang einer Kugel ſelbſt erklähren, allwo der Augenſchein die Nothwendigkeit derſelben zu erkennen gibt. Es flieſſen aus denſelben noch viele andere Wahrheiten, davon wir folgende, als die vornehmſten, nur noch hinzu ſetzen.

Theoremata.

1) **Zwey ſphæriſche Winckel ſo einander berühren, (contigui) machen 2 gerade Winckel.**

Beweiß.

1) Wenn aus dem polo eines Circkels ein anderer auf ihm fället, braucht es keines weiteren Beweiſes (ax. 14 §. 3).

2) Macht aber ein Circkel mit dem andern ſchieffe Winckel, als ACB und BCG (fig. 1), laſſet aus den polo E den quadranten EC fallen, ſo gibt der Augenſchein, daß die beyden ſchieffen Winckel ACB und BCG, auf die beyden geraden Winckel ECA und ECG paſſen, (ax. 4 §. 3) daher auch jene als ACB und BCG 2 gerade Winckel machen (ax. 9 §. 6 geom.) W. Z. B.

2) Zwey

2) Zwey Sphæriſche Winckel, welche im vertice opponiret ſind, ſind einander gleich.

Der Beweiß iſt einerley mit dem der Th. 2 §. 6 geom. gegeben.

3) Wenn ſich 2 gröſſere Circkul ſchneiden, iſt der angulus verticalis der diſtanz derer polorum gleich.

Beweiß.

Es mögen ſich ſchneiden die Bogen AB (fig. 1) und AD, deren poli ſind E und P.

Continuiret die Bogen AB und AD ſo lange bis ſie quadranten werden; und ziehet alsdenn aus dem vertice A den Bogen CF, welcher den Winckel CAF miſſet, (ax. 13 §. 3) und wenn er ausgezogen wird durch die polos E und P gehen muß, (ax. 12 §. 3) da nun PF ein quadrans iſt, (ax. 3 §. 3) ingleichen EC ein quadrans (ax. 3 §. 3) ſo iſt EC = PF, folglich iſt auch EP (die diſtanz der polorum) = FC, (der Maaß des Winckels CAF) ax. 3 §. 10 Vorb. W. Z. B.

Das II. Capitel.

von denen Sphæriſchen Triangeln überhaupt.

§. 5. Die ſphæriſchen Triangel werden ebenfals wie die geradelinigten in gerade und ſchieffwincklichte eingetheilet. Die gerade wincklichten haben entweder einen, oder zwey, oder alle drey gerade Winckel. Ein Winckel iſt nem-

lich gerade, wenn eine Seite durch oder nach dem polo einer andern gehet; Zwey gerade Winckel entſtehen, wenn 2 Seiten ſich in dem polo der dritten ſchneiden; gleicherweiſe ſind alle 3 Winckel gerade, wenn eine iede Seite durch die polos der übrigen beyden hindurch gehet. Weil aber die Seiten der ſphæriſchen Triangel Circkel Bogen ſind, ſo können nicht nur die ſinus, tangentes und ſecantes derer Winckel gezogen werden, ſondern es hat auch iede Seite ihren ſinum, tangentem und ſecantem. Wenn demnach alle Seiten des ſphæriſchen Triangels Bogen von gröſſern Circkuln ausmachen, welche alle mit einerley radio oder ſemidiametro beſchrieben werden, ſo können ihre ſinus, tangentes und ſecantes gar füglich mit einander in Vergleichung geſtellet werden, indem ſie ſich alle auf einen Maaßſtabe, als dem gemeinen radio abmeſſen laſſen. (§. 6 Vorb.)

§. 6. Es haben dieſe ſphæriſche Triangel faſt alle Eigenſchafften mit denen gerade-linigten gemein, inſonderheit dieienigen, welche oben §. 6 geom.) von denen ähnlichen Triangeln erwieſen worden. Uber dieſe aber ſind nachfolgende zu mercken.

Theoremata.

1) In iedweden ſphæriſchen Triangel ſind die Seiten kleiner als ein halber Circkul.

Be-

Beweiß.

Die Seiten eines ſphæriſchen Triangels ſind Bogen von gröſſern Circkuln, (§. 5) dieſe ſchneiden ſich in denen gegen überſtehenden Puncten in 2 halbe Circkul; (ax. 9 §. 3) allein in einen Triangel müſſen ſich zwey Seiten nur in einen Punct ſchneiden, folglich iſt nicht möglich, daß eine Seite im ſphæriſchen Triangel einen halben Circkul ausmachen könne.

2) **Alle 3 Winckel machen in einen ſphæriſchen Triangel, mehr als 2 gerade Winckel.**

Beweiß

Finden ſich in einen Triangel 2 gerade oder ſtumpffe Winckel, braucht es keines weiteren Beweiſes. Sind aber 2 ſpitzige Winckel vorhanden, erhellet die Wahrheit folgender maſſen.

Es ſey in dem Triangel ABC (fig. 2) der Winckel bey B gerade, die übrigen als A und C ſpitzig; den Winckel A mag der Bogen ED meſſen, deſſen Cptum zu 90° der Bogen DP iſt, (denn weil die Winckel B und E gerade ſind, gehen die Circkel BG und EF durch den polum des Circkels ABE (ax. 14 §. 3) daher iſt der polus des Circkuls ABE in P; folglich iſt BE ein quadrans (ax. 2 §. 3). Nun iſt DP kleiner als IH die Maaß des Bogen C, (weil die Bogen CH und CI in H und I weiter von einander gehen als in P und D) daher die Bogen DE

 und

und HI zuſammen genommen, gröſſer ſind als ein quadrans, folglich ſind auch die beyden Winckel A und C (welche die Bogen DE und HI meſſen) gröſſer als ein gerader Winckel, und alle 3 Winckel B (der ein gerader iſt) A und C gröſſer als 2 gerade Winckel W. Z. B.

Wenn alle 3 Winckel ſpitzig ſind, läſſet ſich auf gleiche Art erweiſen, daß 2 und 2 dennoch gröſſer als ein gerader, und alſo alle 3 gröſſer als 2 gerade Winckel ſind.

3) **Wenn in einen ſphæriſchen Triangel 2 Winckel ſo an die baſin ſtoſſen, gerade ſind, müſſen die beyden Schenckel quadranten ſeyn.**

Beweiß.

Weil beyde Schenckel mit der baſi gerade Winckel machen, gehen ſie beyde nach dem polo der baſis (ax. 14 §. 3) folglich iſt der polus in dem Durchſchnitt derſelben, das iſt in dem Scheitel des Winckels der gegen der baſi über ſtehet; Fallen aber die Schenckel von dem polo auf die baſin, ſind ſie quadranten (ax. 3 §. 3) W. Z. B.

Coroll. **Wenn demnach alle Winckel in einen Triangel gerade ſind; müſſen alle 3 Seiten quadranten ſeyn.**

4) **Wenn in einen gerade-wincklichten ſphæriſchen Triangel, die Seite, ſo an den geraden Winckel ſtoſſet, ein quadrans iſt, ſo muß auch der Winckel, ſo gegen**

der-

derſelben überſtehet ein gerade ſeyn; iſt ſie aber kleiner als ein quadrans, wird er ſpitzig, iſt ſie gröſſer, wird er ſtumpff.

Beweiß.

Es ſey in dem Triangul ABD (fig. 3) der Winckel bey *A* ein gerader, und die Seite AD ein quadrans. Daher

1) gehet AD durch den polum der Seiten AB und BD (th. 14 §. 3) und D iſt der polus von AB, A von BD (ax. 3 §. 3)

2) Dieſerwegen gehen auch AB und BD durch den polum von AD (ax. 12 §. 3) daher B derſelbe polus ſeyn muß.

3) folglich ſind AB und BD quadranten (ax 3 §. 3) und AD die Maaß des Winckels ABD. (ax. 13 §. 3) da nun AD ein quadrans (ex hyp.) ſo iſt B ein gerader Winckel; W. Z. B.

Coroll. Hieraus erhellet, daß wenn AC kleiner als ein quadrans auch der Winckel ABC ſpitzig, hingegen wenn AE gröſſer als ein quadrans, der Winckel ABE gröſſer als ein quadrans ſeyn müſſe.

5) Wenn in einem gerade-wincklichten ſphæriſchen Triangel ein ſtumpffer Winckel ſich findet, wird die gegen überſtehende Seite gröſſer als ein quadrans, ſind aber die übrigen Winckel ſpitzig, werden die überſtehenden Seiten kleiner als quadranten ſeyn.

Der Beweiß iſt einerley und offenbahr aus dem vorhergehenden.

6) Wenn in einen ſchieff-wincklichten ſphæriſchen Triangel beyde Winckel an der baſi ſtumpff oder beyde ſpitzig ſind, ſo fällt das perpendicull, ſo aus dem gegen überſtehenden Winckel herabgelaſſen wird, in den Triangel, iſt aber der eine Winckel ſpitzig, der andere ſtumpff, wird das perpendicul auſſer den Triangel fallen.

Beweiß.

Es ſey ein ſtumpff-wincklichter Triangel ABC (fig. 4) in welchen die Winckel B und C ſo an der baſi gelegen, ebenfalls ſtumpff ſeyn ſollen. Setzet, das perpendicul AD falle auſſer dem Triangel. Weil der gegen überſtehende Winckel B ſtumpff iſt, wird es gröſſer ſeyn als ein quadrans (th. 5) daher alſo auch in dem Triangel ACD der Winckel C ſtumpff ſeyn muß/ (th. 4) dieſer aber macht mit dem contiguo BCA 2 gerade Winckel,(th. 1 §. 3) folglich müſte der Winckel ACB ſpitzig ſeyn, der aber (ex hypoth.) ſtumpff iſt, daher iſt es nicht möglich, daß das perpendicul auſſer dem Triangel fallen könne. W. Z. B.

Auf gleiche Art wird demonſtriret, daß das perpendicul nicht auſſer dem Triangel fallen könne, wenn die Winckel ſo an die baſin ſtoſſen, beyde ſpitzig ſind.

Jngleichen, daß es auſſer dem Triangel fallen

len müſſe, wenn einer von denen Winckeln, ſo an der baſi gelegen, ſpitzig, der andere ſtumpff iſt.

7) Die Seiten eines ſphæriſchen Triangels laſſen ſich in Winckel, und die Winckel in Seiten verwandeln, wenn man vor die Seiten auch vor den ſtumpffen Winckel die Cpta zu 180° nimmt

Beweiß.

Es ſey ein ſphæriſcher Triangel ABC (fig. 5) der bey B einen ſtumpffen Winckel hat. Beſchreibet demnach aus A als dem polo den Circkul EDLP, aus B den Circkul GLO, und aus C den Circkul IHK, daß AE, AD, BG, BF, CI, CH quadranten werden (ax. 3 §. 3) ingleichen KD und KI (ax 3 und 12 §. 3) folglich

1) Miſſet den Winckel A der Bogen DE, (ax. 13 § 3 ingleichen den ſtumpffen Winckel B, oder vielmehr deſſen Cptum der Bogen FG, den Winckel C oder deſſen verticalem der ihm gleich (th. 2) der Bogen IH.

2) Weil die quadranten EL und DK gleich, wird auch (wenn der gemeine Bogen LD weggenommen wird) KL = DE (ax. 3 §. 10 Vorb.)

3 Auf gleiche Weiſe wird erwieſen, daß KM = HI, ingleichen ML = FG, daher

4) die 3 Seiten in dem Triangel KLM denen 3 Winckeln des gegebenen Triangels ABC gleich ſind, nemlich KL = dem Winckel A,

ML =

ML = Cpto des Winckels B, und MK = dem Winckel C. W. Z. B.

2.

1) Weil AD und CI quadranten ſind, ſo iſt AC = DI, indem beyde die Cpta des Bogen CD ſind.

2) Weil KD und KI quadranten, ſo iſt DI die Maaß des Winckels K (ax. 13 §. 3) daher AC = dem Winckel K.

3) Auf gleiche Weiſe iſt AB = OP die Maaß des Winckels L, und BC = FH die Maaß des Winckels M, daher

4) die drey Seiten in dem Triangel ABC ſo groß als die drey Winckel des Triangels MKL, nemlich die Seite AB = den Winckel L, AC = dem Winckel K, und CB = dem Winckel M. W. Z. B.

Das III. Capitel.

von der

Aufloͤſung derer rechtwincklichten ſphæriſchen Triangel.

§. 7. Die ſphæriſchen Triangel werden auf gleiche Art wie die gerade-linigten aufgeloͤſet, indem auch hier durch die regulam proportionis aus denen gegebenen ſinibus oder tangentibus, die ſinus und die tangentes der unbekannten Seiten und Winckel gefunden werden. Denn da die Seiten der ſphæriſchen Triangel Bogen ſind, ſo laſſen ſie ſich nicht ſelber mit

mit denen ſinibus und tangentibus der Winckel, welche gerade Linien ſind, im Vergleichung ſtellen, ſondern es müſſen bey Auflöſung ſolcher Triangel ebenfals die ſinus und tangentes der Seiten ſubſtituiret werden. Zu dem Ende müſſen wir zuvorderſt unterſuchen, wie ſich die ſinus und tangentes der Seiten und Winckel in ieden ſphæriſchen Triangel gegen einander verhalten, weil ſich darauff dieſe gantze doctrin hauptſächlich gründet. Es laſſen ſich aber dieſe proportiones guten Theils beſſer auf einer ſphæra armillari und durch andere dergleichen inſtrumente demonſtriren, als durch Riſſe, in welchen die Flächen, darauf man die ſinus und tangentes der Bogen verzeichnen muß, nur perſpectiviſch können vorgeſtellet werden, daher bey dergleichen demonſtration eine Starcke imagination erfordert wird.

§. 8. In denen gerade-wincklichten ſphæriſchen Triangeln ſind folgende proportiones zu mercken:

Theoremata.

1) In zweyen gerade-wincklichten ſphæriſchen Triangeln verhalten ſich die ſinus **der** baſium **(das iſt der Seiten welche gegen denen geraden Winckeln überſtehen) gegen einander, wie die** ſinus **derer** reſpondiren**den Seiten.**

2) In denen ſphæriſchen **rechtwincklichten Triangeln verhalten ſich die** ſinus **der**

per-

perpendicul gegen einander, wie die tangentes der anſtoſſenden Seiten.

Schol. Dieſe beyden theoremata deſto leichter und deutlicher zu demonſtriren, kan folgendes Inſtrument bereitet werden. (1) Laſſet von Holtz ausſchneiden 2 quadranten (2) füget dieſelben zuſammen, daß ſie ſchieffe Winckel mit einander machen, (3) ſchneidet auch 2 ſectores von Holtz aus, welche in den Raum der zuſammen gefügten quadranten præciſe hinein paſſen, der eine am euſerſten Ende wo ſie am weiteſten von einander ſtehen, der andere ohngefehr in die Mitte, (4) ziehet auf dieſen ſectoribus die ſinus derer Bogen, und richtet darneben von Drat die tangenten auf: So wird der Augenſchein geben, daß (nach Th. 12 §. 6 geom.) die angeführten proportiones richtig ſind.

3) In einem gerade-wincklichten Triangul verhalten ſich die ſinus der Seiten gegen einander, wie die ſinus der gegenüberſtehenden Winckel.

Beweiß.

Es ſey ein recht-wincklichter ſphæriſcher Triangel ACB (fig. 6)

1) continuiret die Seiten AB und AC in F und D, daß AF und AD quadranten werden; und ziehet aus A, den Bogen DF der den Winckel A miſſet (ax. 13 §. 3)

2) So könnet ihr ſagen (th. 1)

SR. AF : SR. AB = SR. FD : SR. BC

3) Da

3) Da nun ABF ein quadrans iſt, miſſet derſelbe den geraden Winckel *A*CB, und kan daher der ſinus dieſes Winckels, an ſtatt des ſinus des Bogens *A*F ſubſtituiret werden, gleichwie ſich der ſinus des Winckels *A* vor den ſinum der Seite FD, ſo ihn miſſet, ſubſtituiren laͤſſet, und alſo iſt der Satz SR. C: SR. *A* = SR. *A*B: SR. BC. W. Z. B.

§. 9. Nach dieſen wenigen theorematibus laſſen ſich alle rechtwincklichte ſphæriſche Triangel aufloͤſen; ohngeachtet dabey verſchiedene und mancherley caſus vorkommen, wie folgende problemata lehren.

Wenn die baſis und ein anliegender Winckel gegeben, den andern Winckel finden. *Probl* 1

Setzet: ST: SC der baſis = T. des gegebenen Winckels; TC des geſuchten Winckels.

Beweiß,

Continuiret die Seiten des gegebenen Triangels z. E. *A*BC (fig. 7) in E, F, und D, daß *A*E, *A*F und CD quadranten werden, ingleichen die Seiten BE, BD, und ED, in H, G und I, daß BH, EG, BI quadranten werden, ſo iſt in denen Triangeln GIB und DEB: SR. IB (das iſt ST. weil IB ein quadrans): SR. EB (Cptum der baſis) = T. IG (die Maaß des Winckels B): T. ED (des Cpti EF der Maaß des Winckels *A*) th. 2 §. 8. W. Z. B.

Wenn

Probl 2 **Wenn die baſis und eine Seite gegeben, den Winckel ſo der gegebenen Seite gegen überſtehet, finden.**

Setzet: S. R der baſis: ST ∺ SR der gegebenen Seite: SR des geſuchten Winckels. (th. 1 §. 8)

Probl 3 **Wenn die baſis und eine Seite gegeben, den Winckel der an die gegebene Seite anſtöſſet, finden.**

Setzet T C der gegebenen Seite: TC der baſis ∺ ST. : SC des geſuchten Winckels.

Beweiß.

Es ſoll z. E. in dem Triangel ACB (fig. 7) aus der baſi AB und der Seite *A*C der Winckel *A* gefunden werden.

Werden die Seiten *A*C, BC, *A*B ingleichen FE continuiret, daß ſie quadranten werden, ſo iſt in denen Triangeln CFD und BED, T. des perpendiculs CF (Cpti der gegebenen Seite *A*C) : T. des perpendiculs BE (Cpti der baſis *A*B) ∺ SR. FD (quadrantis das iſt ST): SR. ED (Cpti des Bogen EF der den geſuchten Winckel *A* miſſet) th. 2 §. 8 W. Z. B.

Probl 4 **Wenn eine Seite und der anliegende Winckel gegeben den gegen überſtehenden Winckel finden.**

Setzet. ST: SR. des gegebenen Winckels ∺ SC der gegebenen Seite: S C. des geſuchten Winckels.

Beweiß.

Es ſoll in dem Triangul ACB (fig. 7) aus der

der Seite BC und den Winckel B der Winckel A geſunden werden.

Continuiret die Seiten BE und BD daß ſie quadranten werden in I und H, und ziehet aus B den Bogen IH.

So iſt in denen Triangeln BHI und BED, SR. baſis BH (des quadranten das iſt ST): SR: des perpendiculs HI (ſo den gegebenen Winckel B miſſet ax. 13 §. 3 und Th. 2 §. 4) = SR. baſis BD (Cpti der gegebenen Seite BC) : SR. des perpendiculs DE (Cpti EF ſo den geſuchten Winckel A miſſet) th. 1 §. 8. W. Z. B.

Aus einer gegebenen Seite und den gegen überſtehenden Winckel den anliegenden Winckel finden. Probl

Setzet / SC. der gegebenen Seite : ST. = SC. des gegebenen Winckels : SR des geſuchten.

Es ſoll Z. E. in dem Triangel *A*CB (fig. 7) aus der Seite BC und den Winckel A der Winckel B geſunden werden.

So iſt in denen Triangeln BDE und BHI (th. 1 §. 8) SR. baſis BD (Cpti der gegebenen Seite *BC*) : SR. baſis *BH* (ST) = SR. DE (Cpti EF der Maaß des gegebenen Winckels *A*) : SR. HI (der Maaß des geſuchten Winckels *B*) W. Z. B.

Aus denen Seiten die Winckel finden. Probl 6

Setzet: SR. der Seite ſo an den geſuchten Winckel ſteht: ST. = T. der andern Seite: T. des geſuchten Winckels.

Beweiß.

Es ſoll in den Triangel ABC (fig. 8 aus denen Seiten AC und BC der Winckel A gefunden werden.

So iſt in denen Triangeln ACB und AFE (th. 2 §. 8) SR. AC: SR. AF (ST) ∺ T. BC: T. FE) ſo den geſuchten Winckel A miſſet) W. Z. B.

Probl 7 **Aus der baſi und einen anliegenden Winckel die gegen über liegende Seite finden.**

Setzet: ST: SR. baſis ∺ SR. des gegebenen Winckels: SR. der geſuchten Seite (th. 3 §. 8)

Probl 8 **Aus der baſi und einen Winckel die anſtoſſende Seite finden.**

Setzet: SC. des gegebenen Winckels: ST. ∺ TC. der baſis,: TC. der geſuchten Seite.

Beweiß.

Es ſoll in den Triangel ACB (fig. 7) aus der baſi AB und den Winckel A die Seite BC gefunden werden.

So iſt in denen Trianguln DFC und DBE (th. 2 §. 8) SR. ED Cpti FE ſo den gegebenen Winckel A miſſet): SR. DF (S.T) ∺ T. BE (Cpti der baſis AB): T. CF (Cpti der geſuchten Seite AC) W. Z. B.

Probl 9 **Aus der baſi und einer Seite die andere finden.**

Setzet: SC. der gegebenen Seite: ST. ∺ SC. der baſis: SC. der geſuchten Seite.

Beweiß

Beweiß.

Es ſoll in den Triangel *ABC* (fig. 7) aus der baſi *AB* und der Seiten *AC* die Seite BC geſunden werden.

So iſt in den Triangeln DFC und DEB (th. 1 §. 8) SR. CF (Cpti der gegebenen Seite *AC*) : SR. CD (S. T) = SR. BE (Cpti der baſis *AB*] : SR. DB (Cpti der geſuchten Seite BC) W. Z. B.

Aus einer Seite und den anſtoſſenden Winckel die andere Seite finden. Probl 11

Setzet: ST. : SR. der gegebenen Seite = T. des gegebenen Winckels: T. der geſuchten Seite (th. 2 §. 8)

Beweiß.

Es ſoll in den Triangel ABC (fig. 7) aus der Seite AC und den Winckel A die Seite BC geſunden werden.

So iſt in denen Triangeln ABC und AEF; SR. AF (S. T.): SR. AC = T. EF (der Maaß des Winckels A): T. BC. W. Z. B.

Aus einer Seite und den anſtoſſenden Winckel die baſin finden. Probl 12

Setzet: ST: SC. des gegebenen Winckels = TC. der gegebenen Seite: TC. der baſis.

Beweiß.

Es ſoll in den Triangel ABC (fig. 7) aus der Seite AC und den Winckel A die baſis AB geſunden werden.

So iſt in denen Triangeln DFC und DEB

(th. 2 §. 8) SR. DF (ST.): SR. DE (Cpti EF ſo den gegebenen Winckel *A* miſſet = TCF (Cpti der gegebenen Seite AC): T. BE (Cpti der geſuchten Seite AB) W. Z. B.

Probl 12 **Wenn eine Seite und der gegen überſtehende Winckel gegeben, die andere Seite finden.**

Setzet: T. des gegebenen Winckels: T. der gegenüberſtehenden Seite = ST: S R. der geſuchten Seite (th. 2 §. 8)

Beweiß.

Es ſoll in den Triangel ACB (fig. 7) aus den Winckel *A*, und der Seite BC die Seite *AC* gefunden werden.

So iſt in denen Triangeln *AFE* und *ACB* (th. 2 §. 8) T. EF (die Maaß des gegebenen Winckels *A*): T. *CB* der gegebenen Seite = SR. *AF* (ST): SR der geſuchten Seite *AC*. W. Z. B.

Probl 13 **Aus einer Seite und dem gegen überſtehenden Winckel die baſin finden.**

Setzet: SR. des gegebenen Winckels: SR. der gegen überſtehenden Seite = ST.: SR. der baſis th. 3 §. 8)

Probl 14 **Aus denen Seiten die baſin finden.**

Setzet: ST: SC. der einen Seite = SC. der andern Seite: SC. der baſis.

Beweiß.

Es ſoll in den Triangeln *ACB* (fig. 7) aus denen beyden Seiten *AC* und *BC* die baſis *AB* gefunden werden.

So iſt in denen Triangeln DFC und DEB (th. 1 §. 8) SR. CD (ST.): SR. CF (Cpti AC) = SR.

= SR. BD (Cpti CB): SR. BE (Cpti der baſis AB) W. Z. B.

Aus denen 2 Winckeln die baſin finden. Probl 15

Setzet: T. des einen Winckels: TC. des andern/ = ST.: SC. der baſis.

Beweiß.

Es ſoll in den Triangel ABC (fig. 7) aus denen Winckeln A und B die baſis AB gefunden werden.

Es iſt in denen Triangeln BIH und BED (th. 2. §. 8) T. HI (die Maaß des Winckels B): T. ED (Cpti EF der Maaß des Winckels A) = SR. IB (S T.): SR. EB (Cpti der baſis AB) W. Z. B.

Wenn die Winckel gegeben, die Seiten finden. Probl 16

Setzet: SR. des einen Winckels: SC. des andern = ST.: SC. der geſuchten Seite

Beweiß.

Es ſoll in den Triangel *ABC* (fig. 7) aus den Winckeln *A* und *B* die Seite *BC* gefunden werden.

So iſt in den Triangeln *B*IH und BED (th. 2. §. 8) SR. HI (die Maaß des Winckels B): SR. *DE* (Cpti EF der Maaß des Winckels A) = SR. *B*H (ST.): SR. *BD* (Cpti der geſuchten Seite *BC*) W. Z. B.

§. 10. Weil ſo vielerley caſus bey Auflöſung der rechtwincklichten Triangel vorkommen, wird eine lange Ubung erfordert, ehe man lernet in

 in

in iedweden problemate den Satz ohne Figur recht zu formiren; daher verſchiedene allerhand general-Reguln angegeben haben, nach welchen in ieden Fall aus denen gegebenen die geſuchte Gröſſe zu finden. Der Herr Hoffr. WOLFF diſtinguiret in ſeinen elementis ſphæricis die 6 Gröſſen ſo in ieden Triangel vorkommen, als die 3 Seiten, und 3 Winckel, in den mittlern, anſtoſſende (conjunctas) und gegen überſtehende (ſeparatas) theile. Der gerade Winckel kömmt nemlich in gar keine consideration, denn man thut als wenn er gar nicht da wäre, und alſo hat man auch bey Auflöſung eines ieden gerade-wincklichten Triangels nur 3 Gröſſen zu betrachten, als 2 gegebene und 1

Def. 1 geſuchte; unter dieſen wird dieienige allzeit vor die mittlere (pars media) genommen, an welche (auſſer den geraden Winckel) entweder die beyden übrigen gegebenen, oder 2 andere unbekannte Gröſſen anſtoſſen; Würde demnach in den Triangul BAC, (fig. 8) der Winckel B geſucht, und die Seiten BC und AC wären gegeben, ſo wäre AC pars media; weil weder der Winckel C, noch die Seite AB (ſo beyde an AC anſtoſſen) unter den gegebenen und geſuchten Gröſſen befindlich; würde aber AB geſucht, und der Winckel B wäre ſamt der Seite AC gegeben; ſo wäre AB pars media, weil die anſtoſſenden Gröſſen als der Winckel B und die Seite AC (indem der gerade Winckel

eckel *A* in keine conſideration koͤmmt) ſich mit in dem Satze finden. Dieſerwegen werden die beyden uͤbrigen Groͤſſen, welche auſſer den mittlern Theil in dem Satz vorkom- Def. 2 men, conjunctæ partes genannt, wenn ſie unmittelbahr an denſelben anliegen; als wenn *AB* pars media iſt, ſo ſind der Win- Def. 3 ckel B und die Seite *AC* partes conjunctæ; hingegen die Seite *BC* und der Winckel *C* partes ſeparatæ.

§. 11. Nun demonſtriret Herr WOLFF l. c. C. III §. 100 und 108 daß, wenn an ſtatt der Seiten, welche den geraden Winckel einſchlieſſen, (ſo offt ſie nemlich in den Satz vorkommen) ihre Cpta ad quadrantem genommen werden, die Summe derer logarithmorum des radii und ſinus Cpti partis mediæ, der Summe der logarithmorum derer tangentium Cpti von denen partibus conjunctis gleichen. Wie auch, daß, unter angefuͤhrter Bedingung, die Sum̃e derer logarithmorum des radii und ſinus Cpti partis mediæ der Summe der logarithmorum ſinuum derer partium ſeparatarum gleiche. Wenn demnach pars media und einer von denen conjunctis bekannt, darff nur zu dem logarithmo S C. partis mediæ der logarithmus S T. addiret, und von der Summe der logarithmus T C. des bekannten partis conjunctæ ſubtrahiret werden, ſo bleibet der logarithmus TC des anderen und geſuchten partis ſeparatæ uͤbrig. Ingleichen wenn pars media geſucht wird, darff

nur von der Summe der logarithmorum derer tangentium Cpti von denen partibus conjunctis der logarithmus S T. ſubtrahiret werden, ſo bleibet der logarithmus des geſuchten partis mediæ übrig. Auf gleiche Weiſe, wenn pars media und einer von denen ſeparatis gegeben, wird der logarithmus ſinus des andern partis ſeparatæ gefunden, wenn von der Summe der logarithmorum S T. und S. Cpti partis mediæ, der logarithmus ſinus des gegebenen partis ſeparatæ ſubtrahiret wird. Endlich auch, wenn die partes ſeparatæ gegeben, wird der logarithmus ſinus Cpti des partis mediæ gefunden, wenn von der Summe der logarithmorum derer partium ſeparatarum der logarithmus S T. ſubtrahiret wird, Z. E. Es ſoll im vorigen Exempel aus den Winckel *B* und der Seite AC die Seite *AB* gefunden werden, weil *AB* pars media iſt, und *AC* ſamt den Winckel C partes conjunctæ, ſo addiret den logarithmum tangentis von *AC* und den logarithmum tangentis Cpti von *B*, von der Summe ſubtrahiret den logarithmum S T. ſo bleibet der logarithmus ſinus der Seiten *AB* übrig. Denn weil die Seiten *AC* und *AB* an den geraden Winckel *A* ſtoſſen, ſo werden ſie an ſtatt ihrer Cptorum ſelbſt genommen.

§. 12 Ubrigens weil in denen rechtwincklichten ſphæriſchen Triangeln ſowohl die Winckel ſtumpff, als die Seiten gröſſer als quadranten ſeyn können, (th. 2 und 5 §. 6), ſo hat man bey

Auſ-

Auflöſung derſelben wohl zu überlegen, welcher Gattung ſowohl die Seiten als Winckel. Dieſes läſſet ſich nun in aſtronomiſchen, geogra phiſchen und dergleichen Exempeln gar leicht aus den Umſtänden erkennen, überhaupt aber iſt ſolches in denen meiſten Fällen aus denen Winckeln und Seiten des Triangels ſelber nach den 4ten und 5ten th. §. 6 auf folgende Weiſe abzunehmen:

1) Die geſuchte baſis iſt allzeit kleiner als ein quadrans, wenn beyde anſtoſſende Winckel einerley Art, das iſt entweder allebeyde ſpitzig oder beyde ſtumpff ſind; hingegen gröſſer als ein quadrans, wenn gedachte Winckel ungleicher Art ſind.

2) Gleicherweiſe iſt dieſelbe baſis kleiner als ein quadrans, wenn die übrigen Seiten alle beyde gröſſer oder kleiner ſind als quadranten, hingegen gröſſer, wenn eine von denen beyden Seiten gröſſer, die andere kleiner iſt, als ein quadrans.

3) Jede Seite iſt gröſſer als ein quadrans, wenn der gegen überſtehende Winckel ſtumpff iſt, kleiner aber, wenn derſelbe Winckel ſpitzig iſt.

4) Jngleichen iſt die geſuchte Seite kleiner als ein quadrans, wenn die baſis und die andere Seite beyderſeits kleiner oder

groͤſſer ſind als quadranten, groͤſſer aber, wenn entweder die baſis groͤſſer und die andere Seite kleiner, oder dieſe groͤſſer und die baſis kleiner iſt als ein quadrans.

5) Der geſuchte Winckel iſt ſpitzig, wenn die gegen uͤberſtehende Seite kleiner als ein quadrans, ſtumpff, wenn die gegen uͤberſtehende Seite groͤſſer als ein quadrans.

6) Auf gleiche Weiſe iſt der Winckel ſpitzig, wenn die baſis uͤber 90°, und der andere Winckel ſtumpff; in Gegentheil wird er ſtumpff ſeyn, wenn die baſis und der andere Winckel nicht einerley Art ſind.

Das IV. Capitel.

von der Aufloͤſung der ſchieff-wincklichten Triangel.

§. 13. Die ſchieff-wincklichten Triangel koͤnnen alle in gerade-wincklichte reſolviret werden, dadurch in denen meiſten Faͤllen die Aufloͤſung derſelben gar leicht faͤllet. Es gruͤndet ſich dieſelbe auf folgende Eigenſchafften.

Theoremata.

I. In allen ſchieff-wincklichten Triangeln verhalten ſich die ſinus der Winckel zu einander wie die ſinus der gegen

gen denen Winckeln über ſtehenden Seiten.

Beweiß.

Es ſey z. E. der ſchieff-wincklichte ſphæriſche Triangel DBG (fig. 9)

Ziehet die Seite BG aus, und laſſet auf dieſelbe auf D das perpendicul DE fallen, ſo iſt

1) in dem gerade-wincklichten Triangel BED SR. des Winckels B : SR. DE = SR. des Winckels E : SR. DB (th. 3 §. 8)

2) Gleicherweiſe verhält ſich in dem gerade-wincklichten Triangel DEG, SR. des Winckels G : SR. DE = SR. des Winckels E : SR. DG. (th. 3 §. 8) folglich iſt auch SR. des Winckels B : SR. des Winckels G = SR. DG (ſo gegen B überſtehet : SR. DB (ſo gegen G überſtehet. W. Z. B.)

II. In ieden ſphæriſchen Triangel verhält ſich das rectangulum der ſinuum derer Seiten zu dem quadrat des radii, wie ſich die differenz derer ſinuum verſorum der baſis und der differenz der Seiten zu dem ſinu verſo des anguli verticalis verhält.

Conſtruction.

1) Es ſey der Triangel ABC (fig. 10)

2) continuiret die Seite AB in D, daß AD ein quadrans deſſen centrum H.

2) con-

3) continuiret auch *A*C in E, daß *A*E ein quadrans werde,

4 Ziehet den Bogen DE der den Winckel *A* miſſet (th. 13 §. 3)

5) Ziehet auch die Linien HB und HE

6) machet den Bogen *A*F ≍ *A*C, und BG ≍ BC.

7) Ziehet die perpendiculares *A*I aus A in HB, FK und GL aus F und G in HB, ingleichen FM in H*A*, welche HB ſchneidet in Q, wie auch CT aus C in FM, TO aus T in FK, und EP aus E in HD;

8) Endlich auch die Linie CM, welche AB ſchneidet in R.

Beweiß.

1) Weil DE die Maaß des Winckels *A* (conſtr. 4) ſo iſt EP der SR des Winckels *A*, und DP der S V. (§. 2 trigon].

2) Weil AC ≍ AF [conſtr. 6] ſo iſt der Bogen FC parallel dem Bogen DE, folglich miſſet auch dieſer den Winckel *A*, [§. 4 geom.] der SR. aber von CF iſt CT, der S V. T F

3) Ferner iſt *A*I, SR. von AB, und IB ſein S V.

4) ingleichen iſt FM SR. von AF ≍ *A*C (conſtr. 6).

5) auch GL SR. GB ≍ BC (ib.) daher LB S V. von BC.

6) BF

6) BF iſt die differenz der Seiten AB und AC, und FK der SR. derſelben differenz, KB aber der SV. folglich iſt

7) LK = TO (ax. 2 §. 29 geom.) die differenz der ſinuum verſorum BL und BK, das iſt, der baſis BC und der differenz der Seiten AC und AB.

8 weil die Bogen DE und FC einander ähnlich [no. 1, 2] ſo iſt DH (radius : PD (S.V des Winckels A no. 1) = FM (radius) : TF [S. V. des Winckels A no. 2) folglich iſt TF = (PD·FM): DH (probl. 21 §. 23. arithm.)

9) Weil die Triangel FTO und FQK gleiche Winckel haben, ingleichen die Triangel FQK und HQM, wie auch HQM und HIA, ſo haben auch die Triangel HIA und FNO gleiche Winckel (ax. 3 §. 10 Vorb.) daher AI : AH = OT : FT (th. 12 §. 6 geom.) folglich iſt FT = (AH·OT) : AI.

10) daher iſt (PD·FM): DH = AH = (AH·OT): AI (no. 8. 9 ax. 3 Vorb.

11) Wird nun zu beyden Seiten mit AH und AI multipliciret, ſo iſt AH^2·OT = (PD·FM)·AI (ax. 5 Vorb.)

12) folglich iſt AH^2 (□ST) : FM·AI (rectang. SR. AC in SR. AB = PD (SV. des Winckels A no. 2): OT (die differenz derer ſinuum verſorum der baſis BC und die differenz der Seiten AC und AB no. 7) W. Z. B.

VI. Wenn

III. Wenn 2 Bogen gegeben, verhält ſich der ST. : SR. der halben Summe derſelben = SR. ihrer halben differenz : halben differenz ihrer ſinuum verſorum.

Conſtruction.

1) Beſchreibet aus L [fig. 11] einen Circkul, und nehmet darinn die Bogen *AB* und *BC*.

2) Ziehet die Linie *AC*, ſchneidet dieſelbe in 2 gleiche Theile in F, und ziehet aus dem centro L durch F die gerade Linie LFN.

3) Ziehet auch den radium *BL*, und laſſet auf denſelben aus *C* die perpendicularem CE fallen; ingleichen aus *A* in D, welche bis in G continuiret wird.

4) Ziehet auch CG, und ſchneidet ſie in 2 Theile in H.

5) Endlich ziehet auch die Linie FH, und laſſet aus C auf AG die perpendicularem CM fallen.

Beweiß.

1) Weil die Winckel *ADB* und GD*B* gleich ſind [conſtr. 3] ſo ſind auch die Bogen *AB* und GB gleich.

2) folglich iſt CG die differenz der Bogen *AB* und *BC*, daher CG die chorda der differenz der Bogen *AB* und *BC*; und CH = SR. der halben differenz (th. 1 §. 3 trigon.)

3) ingleichen *AC* die chorda der Summe der Bogen

Bogen *AB* und *BC*, daher *AF* SR. der halben Summe, nemlich *AN*.

4) Da nun der Winckel *AL*N über den halben Bogen *AN* im centro ſtehet, und der Winckel *AGC* über den gantzen Bogen in der peripherie, ſo iſt der Winckel *ALN* = *AGC* [th. 17 §. 6 geom].

5) Folglich haben die Triangel *ALF* und *CMG* gleiche Winckel, weshalben *AL* : *AF* = CG : *CM* (th. 12 §. 6 geom.) ingleichen

6) Weil auch die Triangel CIH und *CMG* gleiche Winckel haben, ſo iſt *CH* : *CG* = *CI* : *CM* (ib.) da nun *CH* $\frac{1}{2}$ *CG* (conſtr. 4) ſo iſt auch *CI* (= EK) $\frac{1}{2}$ *CM* (= ED) wie auch *CG* : CM = *CH* : CI (ib.) daher endlich

8) *AL* (ST) : *AF* (S R. der halben Summe der Bogen no. 3) = *CH* (SR. der $\frac{1}{2}$ differenz der Seiten no. 2) : *CI* = BK ($\frac{1}{2}$ ED der differenz D*B* des S V. von dem Bogen *AB*) und E*B* des S V. von den Bogen *BC*) (no. 5, 7 und ax. 3 §. 10 Vorb.) W. Z. B.

Coroll. Hieraus erhellet, daß das rectangulum aus den S T. in die halbe differenz derer ſinuum verſorum zweyer Bogen = dem rectangulo aus den S R. der halben Summe derſelben Bogen in den SR. der halben differenz derſelben.

IV. Der halbe radius verhält ſich zu dem S R. eines halben Winckels; wie ſich derſel-

ſelbe S R. zum S V. des gantzen Bogen verhält.

Conſtruction.

1) Beſchreibet aus *A* (fig. 12) einen halben Circkul

2) Nehmet in denſelben den Bogen D*C*.

3) Ziehet über dem diameter *B*D den geraden Winckel *B*C*D* (th. 18 §. 6 geom).

4) Laſſet aus C auf *B*D das perpendicul *C*E fällen.

5) Schneidet CD in 2 gleiche Theile in G, und ziehet die Linie EGF, daß CG der S R. werde des Bogen CF (th. 1 §. 3 trigon.)

Beweiß.

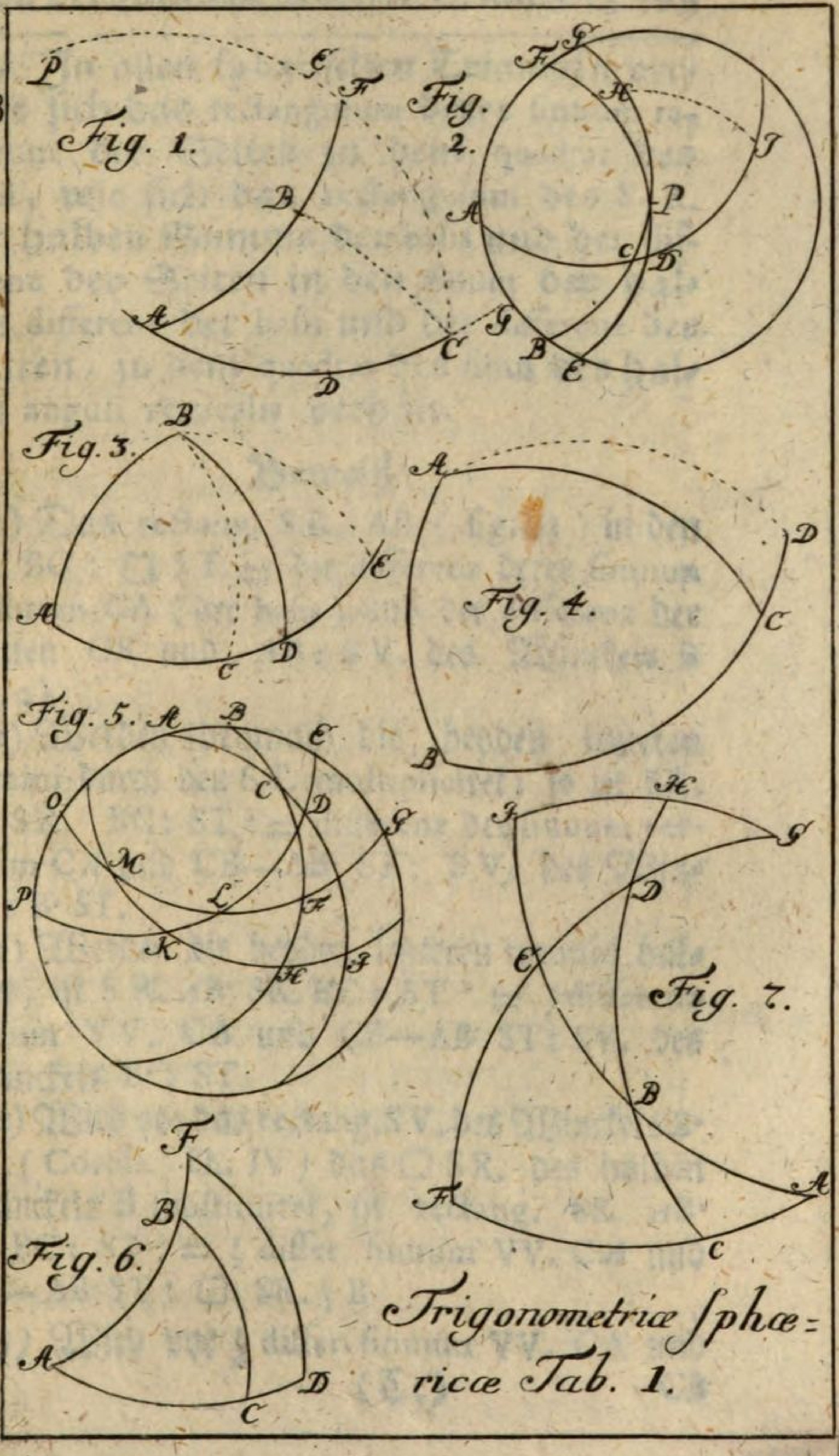
1) Weil in denen gerade-wincklichten Triangeln *B*C*D* und E*CD* der Winckel *D* gemein, ſo iſt *BD*: C*D* = *CD*: DE (th. 12 §. 6 geom).

2) folglich auch $\frac{1}{2}$ *BD* (= *BA* ST.): $\frac{1}{2}$ *CD* (CG S R.) des Bogen CF (conſtruct. no. 4) = ED: *CD*.

3) ingleichen $\frac{1}{2}$ *AB* ($\frac{1}{2}$ radii) CG (SR. des $\frac{1}{2}$ Bogen *CD*) = CG (derſelbe S R.): E*D* (SV. des Bogen *CD*) W. Z. B.

Coroll. Hieraus iſt klahr, daß das rectangulum des halben radii in den S V. des gegebenen Bogen, dem quadrat des S R. des halben Bogen gleiche. (th. 1 §. 22 arith).

V. In



Trigonometriæ ſphæricæ Tab. 1.

V. In allen ſphæriſchen Triangeln verhält ſich das rectangulum derer ſinuum rectorum der Seiten zu dem quadrat des radii, wie ſich das rectangulum des S. R. der halben Summe der baſis und der differenz der Seiten in den ſinum der halben differenz der baſis und der differenz der Seiten, zu dem quadrat des ſinus des halben anguli verticalis verhält.

Beweiß.

1) Das rectang. SR. AB (fig. 13) in den SR. BC : □ ST. = die differenz derer ſinuum verſorum CA (der baſis) und der differenz der Seiten CB und AB : SV. des Winckels B (th. 2)

2) Werden demnach die beyden letzteren termini durch den ST. multipliciret; ſo iſt SR. AB· SR. BC : ST² = differenz der ſinuum verſorum CA und CB—AB· ST : SV. des Winckels B· ST.

3) Werden die beyden letzteren termini halbiret, iſt SR. AB· SR. BC : ST² = ½ differenz ſinuum VV. CA und CB—AB· ST : SV. des Winckels B· ½ ST.

4) Wird vor das rectang. SV. des Winckels B· ST, (Coroll. Th. IV) das □ SR. des halben Winckels B ſubſtituiret, iſt rectang. SR. AB· SR. BC : ST² = ½ differ. ſinuum VV. CA und CB—AB· ST : □ SR. ½ B

5) Wird vor ½ differ. ſinuum VV. CA und

CB—AB· ST (Coroll. th 3) rectang. SR. $\frac{1}{2}$ Summe derſelben Bogen in SR. $\frac{1}{2}$ differenz derſelben ſubſtituiret, iſt: rectang. SR AB. SR. BC : □ ST = SR. $\frac{1}{2}$ Summe der baſis AC und der differ. der Seiten CB und AB. SR $\frac{1}{2}$ differenz derſelben : □ SR. $\frac{1}{2}$ B. W. Z. B.

§. 14. Nach dieſen Fundamenten werden alle ſchieff-wincklichte ſphæriſche Triangel aufgelöſet, dabey folgende caſus vorkommen.

Probl **Wenn 2 Seiten und ein Winckel, ſo der einen gegebenen Seite gegen überſtehet, gegeben, ſoll der Winckel, welcher der andern gegebenen Seite gegen überſtehet gefunden werden.**

Setzet : SR. der Seite ſo dem gegebenen Winckel überſtehet. : SR. der andern gegebenen Seite = SR des gegebenen Winckels: SR. des Geſuchten : (th. 1. §. 13).

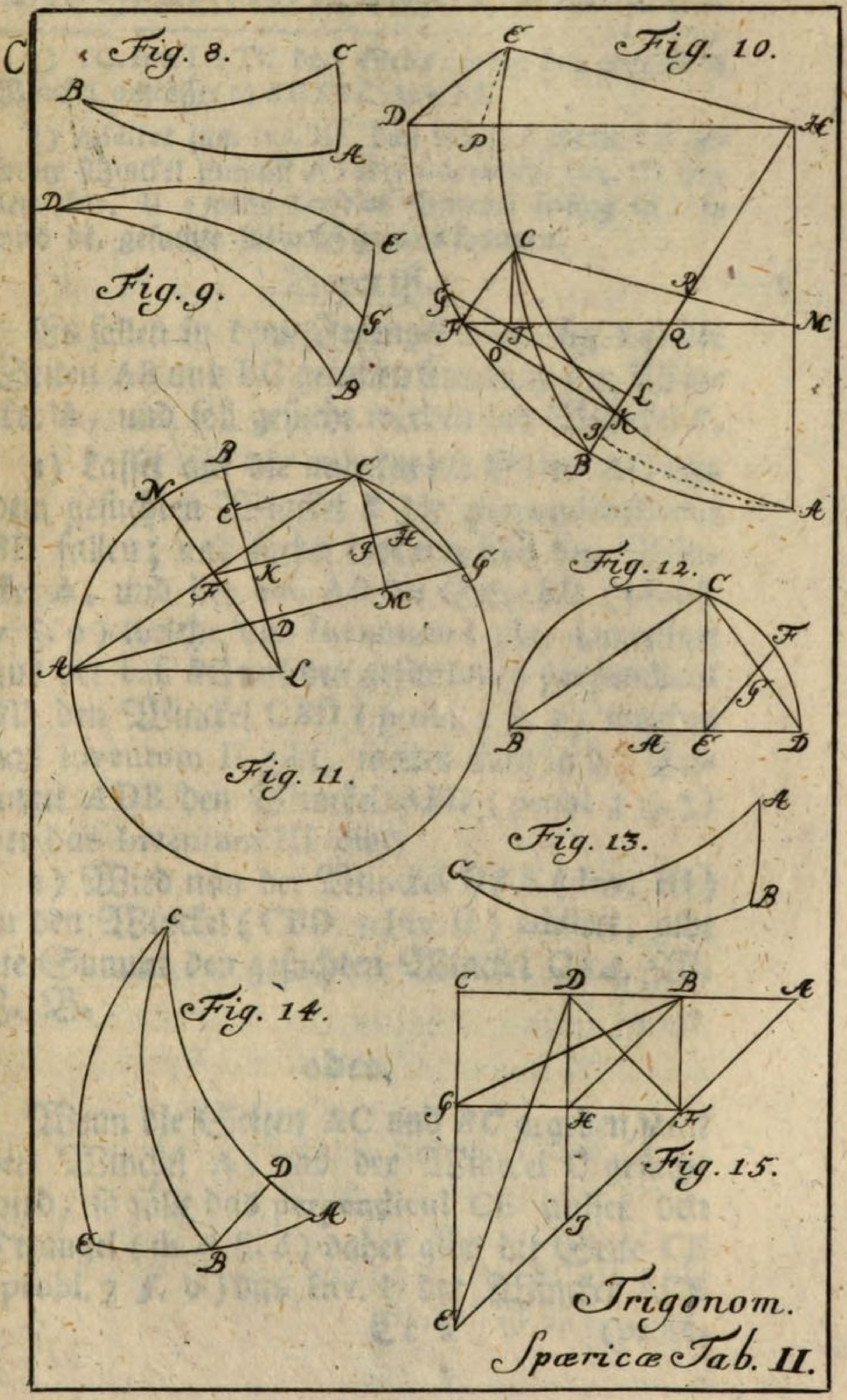
Coroll. Iſt der geſuchte Winckel ſtumpff, muß der gefundene von 180° abgezogen werden, ſo gibt das Cptum den Geſuchten.

Probl 2 **Sind 2 Seiten gegeben und der Winckel ſo gegen der einen Seite überſtehet, ſoll der Winckel gefunden werden, welcher zwiſchen denen gegebenen Seiten lieget**

Setzet 1) ST: SR. der Seite ſo an den gegebenen Winckel ſtöſſet = SR. des gegebenen Winckels : SR. des inventi I.

2) TC. Inv. I.: TC der Seite ſo dem gegebenen Winckel überſtehet, = ST. : S C. des inventi II

3) TC



Trigonom. Spæricæ Tab. II.

CB—AB· ST (Coroll. th 3) rectang. SR. $\frac{1}{2}$ Summe derſelben Bogen in SR. $\frac{1}{2}$ differenz derſelben ſubſtituiret, iſt: rectang. SR AB. SR. BC : □ ST = SR. $\frac{1}{2}$ Summe der baſis *AC* und der differ. der Seiten CB und AB. SR $\frac{1}{2}$ differenz derſelben : □ SR. $\frac{1}{2}$ *B.* W. Z. B.

§. 14. Nach dieſen Fundamenten werden alle ſchieff-wincklichte ſphæriſche Triangel aufgelöſet, dabey folgende caſus vorkommen.

Probl **Wenn 2 Seiten und ein Winckel, ſo der einen gegebenen Seite gegen überſtehet, gegeben, ſoll der Winckel, welcher der andern gegebenen Seite gegen überſtehet gefunden werden.**

Setzet: SR. der Seite ſo dem gegebenen Winckel überſtehet. : SR. der andern gegebenen Seite = SR des gegebenen Winckels: SR. des Geſuchten: (th. 1. §. 13).

Coroll. Iſt der geſuchte Winckel ſtumpff, muß der gefundene von 180° abgezogen werden, ſo gibt das Cptum den Geſuchten.

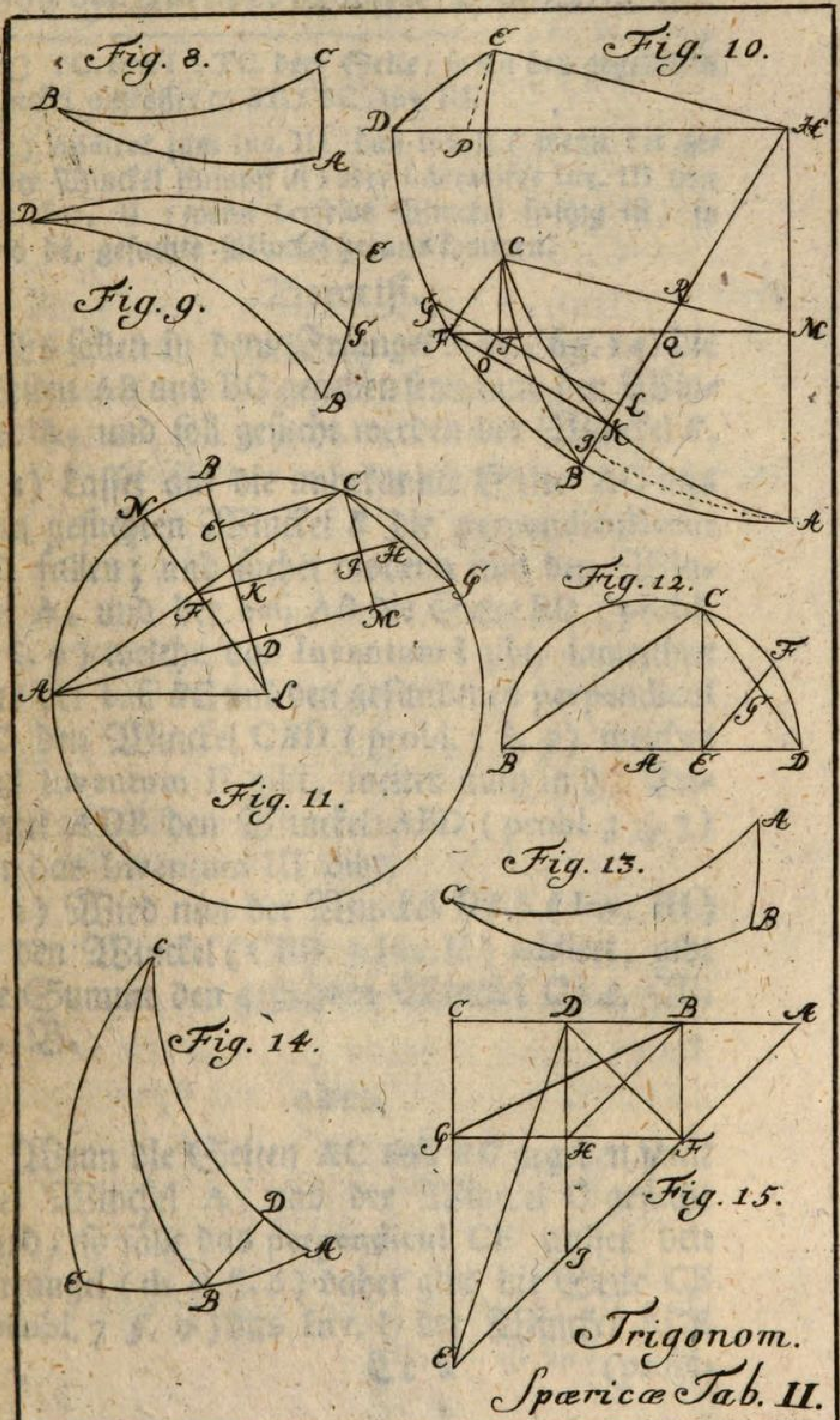
Probl 2 **Sind 2 Seiten gegeben und der Winckel ſo gegen der einen Seite überſtehet, ſoll der Winckel gefunden werden, welcher zwiſchen denen gegebenen Seiten lieget**

Setzet 1) ST: SR. der Seite ſo an den gegebenen Winckel ſtöſſet = SR. des gegebenen Winckels : SR. des inventi I.

2) TC. Inv. I.: TC der Seite ſo dem gegebenen Winckel überſtehet / = ST. : S C. des inventi II

3) TC

C



Trigonom. Spæricæ Tab. II.

3) TC. Inv. I : TC. der Seite / ſo an den gegebenen Winckel anſtöſſet = ST. : SC Inv. III.

4) Addiret zum Inv. III das Inv. II (wenn der geſuchte Winckel ſtumpff iſt) oder ſubtrahiret Inv. III von dem Inv. II (wenn derſelbe Winckel ſpitzig iſt) ſo wird de. geſuchte Winckel heraus kommen.

Beweiß.

Es ſollen in dem Triangel ABC (fig. 14) die Seiten AB und BC gegeben ſeyn, ſamt den Winckel A, und ſoll geſucht werden der Winckel *B*.

1) Laſſet auf die unbekannte Seite AC aus dem geſuchten Winckel *B* die perpendicularem BD fallen; und ſuchet alsdenn aus den Winckel A, und der baſi AB die Seite BD (probl. 7 §. 9) welche das Inventum I gibt, ingleichen aus der baſi *B*C und den gefundenen perpendicul *B*D den Winckel C*B*D (probl. 3 §. 9) welcher das Inventum II gibt, weiter auch in den Triangel ADB den Winckel ABD (probl 3 §. 7) der das Inventum III gibt)

2) Wird nun der Winckel D*B*A (Inv. III) zu den Winckel (CBD (Inv. II) addiret, gibt die Summe den geſuchten Winckel C*BA*. W. Z. B.

oder.

Wenn die Seiten AC und *BC* gegeben, ſamt den Winckel A, und der Winckel C geſucht wird, ſo fällt das perpendicul CE auſſer den Triangel (th. 6 §. 6) daher gibt die Seite CE (probl. 7 §. 9) das Inv. I, der Winckel ACE

 (probl.

(probl. 3 §. 9) Inv. II, und der Winckel ECB (probl. 3 §. 9) Inv. III. Dieſemnach muß Inv. III (der Winckel ECB) vom Invento II (dem Winckel ECA ſubtrahiret werden, daß der geſuchte Winckel BCA herauskomme.

Probl 3 **Wenn 2 Seiten und der zwiſchen liegende Winckel gegeben, ſollen die übrigen Winckel gefunden werden.**

Setzet 1) ST : SR. der Seite ſo dem geſuchten Winckel überlieget = SR. des gegebenen Winckels : SR. des Inventi I.

2) SC. des gegebenen Winckels : ST.: TC. der Seite ſo dem geſuchten Winckel überſtehet: TC: das Inv. II.

3) Das Inv. II ſubtrahiret von der andern gegebenen Seite (wenn der gegebene Winckel ſpitzig iſt) oder addiret es dazu (wenn dieſer Winckel ſtumpff iſt) ſo entſtehet Inv. III.

4) Setzet SR. Inv. III: ST. = T. Inv. I: T. des einen Winckels.

5) SR. der einen gegebenen Seite: SR. des gegen überſtehenden Winckels = SR. der andern Seite: SR. des andern Winckels.

Beweiß.

Es ſollen in dem Triangel ABC (fig. 14) aus denen gegebenen Seiten AC und AB ſamt den Winckel A die Winckel B und C gefunden werden.

1) Suchet in dem Triangel ABD das perpendicul BD (probl. 7 §. 9) der gibt Inv. I.

2) Die Seite AD (probl. 8 §. 9) die gibt Inv. II, das ziehet ab von AC, ſo bleibt DC übrig, das iſt Inv. III.

3) Su-

3) Suchet in dem Triangel BCD (probl. 6 §. 9) den Winckel DCB, und wenn dieſer bekannt,

4) In dem Triangel ABC den Winckel B (probl. 1)

Schol. Wenn das perpendicul CE auſſer den Triangel ABC fället, muß EB (Inv. II) zu AB addiret werden, ſo gibt die Summe AE Inv. III.

Wenn 2 Winckel gegeben, und die Seite ſo gegen einem derſelben überſtehet, ſoll der 3te Winckel gefunden werden.

Probl. 5

Setzet 1) ST: SR. der gegebenen Seite = SR. des anliegenden Winckels: SR. des Inv. I.

2) ST: SC. der gegebenen Seite = T. des anliegenden Winckels: TC. des Inv. II.

3) SC. Inv. I: ST. = SC des gegen überſtehenden Winckels; SR des Inv. III.

4) Addiret das Inv. II und III (wenn der geſuchte Winckel ſtumpff iſt) oder ſubtrahiret dieſes von jenen (wenn derſelbe Winckel ſpitzig iſt) ſo gibt die Summe oder der Reſt den geſuchten Winckel.

Beweiß.

Es ſoll in dem Triangel ABC (fig. 14) aus denen Winckeln A und B ſamt der Seite AC der Winckel C gefunden werden.

1) Suchet aus denen datis das perpendicul CE (probl. 7 §. 9) das wird Inv. I.

2) in dem Triangel AEC den Winckel ACE (probl. 5 §. 9) der gibt Inv. II.

3) In dem Triangel BEC den Winckel BCE (probl. 1 §. 9) der gibt Inv. III.

4) Wird nun inv. III (der Winckel BCE) von Inv. II (den Winckel ACE) abgezogen, ſo bleibet der geſuchte Winckel ACB übrig. W. Z. B.

Schol. Gleicherweiſe wird aus den Winckeln A und C und der Seite AB, der Winckel B gefunden werden, wenn ABD (inv. II) zu CBD (inv. III) addiret wird.

Probl 5 **Wenn 2 Winckel gegeben und die anliegende baſis ſoll der dritte Winckel gefunden werden.**

Setzet 1) ST: SR. baſis = SR. des Winckels, welcher die Seite, an welche der geſuchte Winckel ſtöſſet, gegen über lieget: SR. Inv. I.

2) ST: SC. baſis = T. deſſelben Winckels: TC. Inv. II

3) ſubtrahiret Inv. II von dem andern gegebenen Winckel, (wenn er ſtumpff iſt) oder dieſen (wenn er ſpitzig iſt) von dem Inv. III ſo gibt der Reſt Inv. III.

4 Setzet: ST: SR. Inv. III. = SC. Inv I: SC. des geſuchten Winckels (wenn er ſpitzig iſt) oder: SR. des geſuchten Winckels (wenn er ſtumpff iſt.)

Beweiß

Es ſoll in dem Triangel ABC (fig. 14) aus den Winckeln A und B und der Seite AB der Winckel C gefunden werden

1) Suchet den perpendicul BD (probl. 7 §. 9) Inv. I.

2) Den Winckel ABD (probl. 1 §. 9) Inv. II.

3) Sub-

3) Subtrahiret denſelben von dem Winckel ABC, ſo habt ihr den Winckel DBC (Inv. III.

4) Suchet in dem Triangel BDC den Winckel C (probl. 4 §. 9)

Schol. Wird der Winckel B aus den Winckeln A und C und der Seite AC geſucht, muß der Winckel C von dem Winckel ACE (Inv. II) abgezogen werden, ſo gibt der Reſt den Winckel ECB, inv. III.

Wenn 2 Winckel und die Seite ſo dem einen überſtehet, gegeben, ſoll die Seite ſo dem andern gegebenen Winckel überlieget gefunden werden. Probl 6

Setzet: *SR.* des Winckels ſo der gegebenen Seite überlieget : *SR.* derſelben Seite = *SR.* des andern Winckels : *SR.* der geſuchten Seite (th. 1 §. 13)

Schol. Solte die geſuchte Seite gröſſer als ein quadrans ſeyn, müſte das Cptum der gefundenen zu 180° genommen werden.

Wenn 2 Seiten gegeben und ein Winckel ſo einer gegebenen Seite überſtehet, ſoll die dritte Seite gefunden werden. Probl 7

1) Setzet: *ST.* : *SR.* der Seite ſo dem gegebenen Winckel anlieget = *SR.* des gegebenen Winckels : *SR.* des Inv. I.

2) *SC.* des gegebenen Winckels : *ST.* = *TC.* der anliegenden Seite : *TC.* Inv. II.

3) *SC.* Inv. I : *ST.* = *SC.* der Seite die dem gegebenen Winckel überlieget : *SC.* Inv. III.

4) Addiret das Inv. II und III, ſo gibt die Summe die geſuchte Seite.

Beweiß.

Es ſoll in dem Triangel ABC, aus den Seiten AB und BC ſamt den Winckel *A*, die Seite AC gefunden werden.

1) Suchet in dem Triangel CBD das perpendicul BD (probl. 7 §. 9) Inv. I.

2) ingleichen die Seite AD (probl. 8 §. 9) Inv. II.

3) Auch in dem Triangel BCD aus den Seiten BC und BD, die Seite CD (probl. 9 §. 9) Inv. III.

4) Addiret Inv. II (AD) und Inv. III (CD) ſo gibt die Summe die geſuchte Seite *AC*. W. Z. B.

Schol. Wenn das perpendicul CE auſſer dem Triangel fället, als wenn aus AC und BC ſamt den Winckel C die Seite AB ſolte gefunden werden, ſubtrahiret EB Inv. III.) von EA (Inv. II) ſo gibt der Reſt die geſuchte Seite AB.

Probl 8 **Wenn 2 Seiten gegeben, und der zwiſchen liegende Winckel, ſoll die dritte Seite gefunden werden.**

Setzet 1) *ST* : *SR*. der einen Seite = *SR*. des gegebenen Winckels : *SR*. Inv. I.

2) *SC*. des gegebenen Winckels : *ST*. = *TC*. derſelben Seite : *TC*. Inv. II.

3) dieſes ſubtrahiret von der gegebenen Seite/ſo gibt der Reſt Inv. III.

Setzet

4 Setzet: ST.: SC. Inv. I = SC. Inv. III : SC. der geſuchten Seite.

Beweiß.

Es ſoll in dem Triangel ABC (fig. 14) aus denen Seiten AC und AB ſamt den Winckel A die Seite BC gefunden werden.

1) Suchet das perpendicul DB (probl. 7 §. 9) Inv. I.

3) ingleichen die Seite AD (probl. 8 §. 9) Inv. II.

3) Subtrahiret AD (inv. II) von AC, ſo bleibet DC Inv. III.

4) Suchet in dem Triangel DCB aus den Seiten BD und CD die verlangte Seite BC (probl. 14 §. 9) W. Z. B.

Schol. 1. Fållet das perpendicul CE auſſer den Triangel, als wenn aus den Seiten AB und BC ſamt den Winckel ABC ſolte AC gefunden werden, wird Inv. II (EB) und die andere Seite AB addiret, ſo gibt die Summe AE Inv. III.

Schol. 2. Weil in der aſtronomiſchen Rechnung zuweilen die Seiten eines gerade-linigten Trianguls nicht ſelber gegeben, ſondern nur ihre logarithmi, ſo wollen wir hierbey zeigen, wie man in ſolchen Fall die verlangten Winckel finden könne.

Aus denen logarithmis zweyer Seiten und den zwiſchen liegenden Winckel in einen gera- Lemma

gerade-lienigten Triangel die Winckel finden.

1) Saget, wie ſich die kleiner zur grőſſeren Seite verhält, ſo verhält ſich der radius zu dem tangenten des inventi Imi.

2) ſubtrahiret von dem invento Imo 45°; ſo habt ihr das inventum 2dum.

3) Saget, wie der tangens von 45° zu dem tangenten des inventi 2di, ſo verhält ſich Tangens der halben Summe der beyden geſuchten Winckel, zu dem tangenten der halben differenz derſelben.

Beweiß.

1) Traget beyde gegebene Seiten des Triangels als AB und BC in eine gerade Linie AC (fig. 15) und richtet darüber aus C die perpendicularem CE = AC auf, ziehet darauf die Linie EA, ſo ſind die Winckel bey A und B ieder 45° (th. 5 und 12 §. 6 geom.)

2) Machet BD = BA und ziehet durch D und B die Linien DI und BF mit CE, und FG mit CA parallel.

5) Endlich ziehet auch die Linien DE, BG, BH und FD.

4) Da nun BF, CE parallel (no. 2) und AC = CE (no. 1) ſo iſt auch BF = BA (th. 9 §. 6 geom) und GF = CB (ax. 2 §. 29 geom.) nicht weniger iſt FD = FA (th. 3. §. 6 geom.

5) Weil die Triangel ABF und ACE gleiche Winckel haben (no. 1, 2) iſt BF : FA = CE : EA

(th. 12

(th. 12 §. 6 geom.) folglich auch, weil FA = FD (no. 4) BF : FD = GF : EF, oder (th. 3 §. 27 arithm.) BF (die kleine gegebene Seite = BA no. 4) : GF (= CB die gröſſere gegebene Seite no. 4) = DF (radius) : EF (tangens des Winckels EDF ax. 4 §. 3 trigon.)

6) Dieſer Winckel wird alſo in der operation das inventum 1mum genannt, und beſtehet aus den Winckel FDH, welcher 45° (weil DH = HF th. 5 §. 6 geom.) und den Winckel HDE, welcher alſo das inventum 2dum in der operation iſt.

7) Weil aber DI mit CE parallel (no. 2) ſo iſt der Winckel CED = EDI (th. 6 §. 6 geom)

8) Nehmet ihr alſo CE zum radio, ſo iſt CA (die Summe der gegebenen Seiten AB † CB no. 1) der tangens des Winckels AEC (45° no. 1) und CD (die differenz derſelben Seiten, weil BD = BA (no. 2) der tangens des Winckels CED; daher könnet ihr ſagen, wie die Summe der Seiten AB † BC : der differenz derſelben = Tang. 45 : T. Inv. 2di.

9) Da nun die Summe der Seiten : differenz derſelben, wie der tangens der halben Summe der geſuchten Winckel : den tangenten der halben differenz derſelben (th. 3 §. 3 trigon. plan) ſo könnet ihr auch ſagen, wie der tangens von 45° : den Tangenten Inv. 2di = Tangens der halben Summe der geſuchten Winckel : den tangenten der halben differenz derſelben. W. Z. B.

Wenn

Probl 9 **Wenn 2 Winckel gegeben, und die Seite ſo dem einen gegen überlieget, ſoll die Seite, an welche beyde gegebene Winckel ſtoſſen, gefunden werden.**

Setzet 1) *ST.* : *SR.* der gegebenen Seite = SR. des anliegenden Winckels : SR. Inv. I.

2) SC. deſſelben Winckels : ST. = TC. der gegebenen Seite : TC. des Inv. II.

3) T. des andern Winckels : T. inv. I = *ST.* : *SR.* Inv. III

4) Addiret Inv. II und Inv. III ſo gibt die Summe die verlangte Seite.

Beweiß.

Es ſoll in dem Triangel ABC (fig. 14) aus den Winckeln A und C und der Seite AB die Seite AC gefunden werden.

1) Suchet das perpendicul DB (probl. 7 §. 9) Inv. I.

2) ingleichen die Seite AD (probl. 8 §. 9) Inv. II.

3) In dem Triangel BDC aus der Seite DB und den Winckel C die Seite DC (probl. 12. §. 9) Inv. III.

4) addiret inv. II (AD) und inv. III (DC) ſo giebt die Summe die verlangte Seite AC. W. Z. B.

Schol. Fället das perpendicul auſſer den Triangel, als wenn aus den Winckeln A und B und der Seite AC, ſolte die Seite AB gefunden wer-

werden, muß das Inv. III (EB) von dem Inv. II (EA) ſubtrahiret werden.

Wenn 2 Winckel und die beyde anlie- Probl. 10
gende Seiten gegeben, ſollen die übrigen Seiten gefunden werden.

Setzet 1) ST.: SR. der gegebenen Seite = SR. des einen Winckels: SR. Inv. I.

2) SC. deſſelben Winckels: ST. = SC. der gegebenen Seite: TC Inv. II.

3) ST: SC der gegebenen Seite = T. deſſelben Winckels: TC. Inv. III.

4) ſubtrahiret Inv. III von dem andern gegebenen Winckel / ſo kömmt Inv. IV.

5) ST: SC. Inv. IV = TC. Inv. I. : TC der Seite / welche dem erſten Winckel (no. 1) überlieget.

6) ST.: SR. Inv. I = T. Inv. IV : T. Inv. V.

7) addiret Inv. V zu dem Inv. II ſo gibt die Summe die andere geſuchte Seite.

Beweiß.

Es ſollen in dem Triangel ABC (fig. 14) aus den Winckeln A und B ſamt der Seite AB die Seiten AC und BC gefunden werden.

1) Suchet das perpendicul BD (probl. 7 §. 9) Inv. I.

2) ingleichen die Seite AD (probl. 8 §. 9) inv. II.

3) wie auch den Winckel DBA (probl. 1 §. 9) inv. III) dieſen

4) ſubtrahiret von dem Winckel ABC, ſo bleibet CBD inv. IV.

5) Su-

5) Suchet in dem Triangel DBC aus DB und DBC die Seite BC (probl. II § 9)

6) ingleichen die Seite CD (probl. 10 §. 9) Inv. II.

7) addiret zu CD (inv. V) AD (inv. II) ſo gibt die Summe die andere geſuchte Seite AC W. Z. B.

Schol. Fället das perpendicul CE auſſer den Triangel, ſo muß der Winckel ACB von dem inv. III (den Winckel ACE) ſubtrahiret werden, ſo gibt der Reſt (der Winckel BCE) inv. IV. Ingleichen muß inv. V (EB) von dem invento II (AE) ſubtrahiret werden, ſo gibt der Reſt AB die geſuchte andere Seite.

Probl. II Wenn alle 3 Seiten gegeben ſollen die 3 Winckel gefunden werden.

1) Multipliciret in einander die ſinus der Bogen/ welche den geſuchten Winckel einſchlieſſen.

2) Subtrahiret den SC. der Seiten / ſo dem geſuchten Winckel überſtehet von dem ST. daß ihr den SV. derſelben Seite findet. (ax. 3 §. 3 trigon.)

3) Subtrahiret die Bogen ſo den geſuchten Winckel einſchlieſſen / von einander / ingleichen den SC. dieſer differenz von dem ST. ſo habt ihr den SV. derſelben differenz (ib.)

4) Subtrahiret auch den SV. der differenz der Seiten von dem SV. der baſis

5) Set

5) Setzet: Rectangulum ſo (no. 1) gefunden: □ *ST* = differenz ſo (no. 4 gefunden: *SV*. des geſuchten Winckels (th. 2. §. 13)

6) Subtrahiret dieſen *SV*. von dem *ST*. ſo gibt der Reſt den ſinum Cpti des geſuchten Winckels. (ax. 3. §. 3)

Schol. Wenn der geſuchte Winckel ſchieff iſt, muß der (no. 6) gefundene von 180° ſubtrahiret werden.

Eine andere Art.

1) Addiret die logarithmos ſinum derer Bogen/ welche den geſuchten Winckel einſchlieſſen.

2) Subtrahiret dieſelben Bogen von einander.

3) addiret die differenz zur 3ten Seite.

4) halbiret die Summe, und nehmet der Helffte ihren logarithmum ſinus.

5) Subtrahiret auch von einander die differenz der Seiten ſo den geſuchten Winckel einſchlieſſen und die 3te Seite/ den Reſt halbiret; den logarithmum ſinus der Helffte addiret zu dem logarithmo ſinus der halben Summe. (no. 4) zu dieſer Summe

6) addiret das duplum des logarithmi *ST*., von der Summe

7) Subtrahiret die Summe derer logarithmorum ſinuum der Seiten. (no. 1) den Reſt

8) halbiret/ ſo gibt die Helffte den logarithmum *SR*. des halben geſuchten Winckels; (th. 5 §. 13) wird dieſer dupliret/ habt ihr den gantzen Winckel.

Wenn

Probl 12 **Wenn alle 3 Winckel gegeben, ſollen die drey Seiten gefunden werden.**

Setzet / es wären die 3 Seiten im gegebenen Triangel ſo groß / als die gegen überſtehenden Winckel / und ſuchet (probl. 11) den Winckel / welcher der geſuchten Seite überſtehet / dieſer wird die geſuchte Seite geben. (th. 7 §. 6)

Einleitung

Zu der

ASTRONOMISCHEN

Rechnung.

Das I. Capitel.

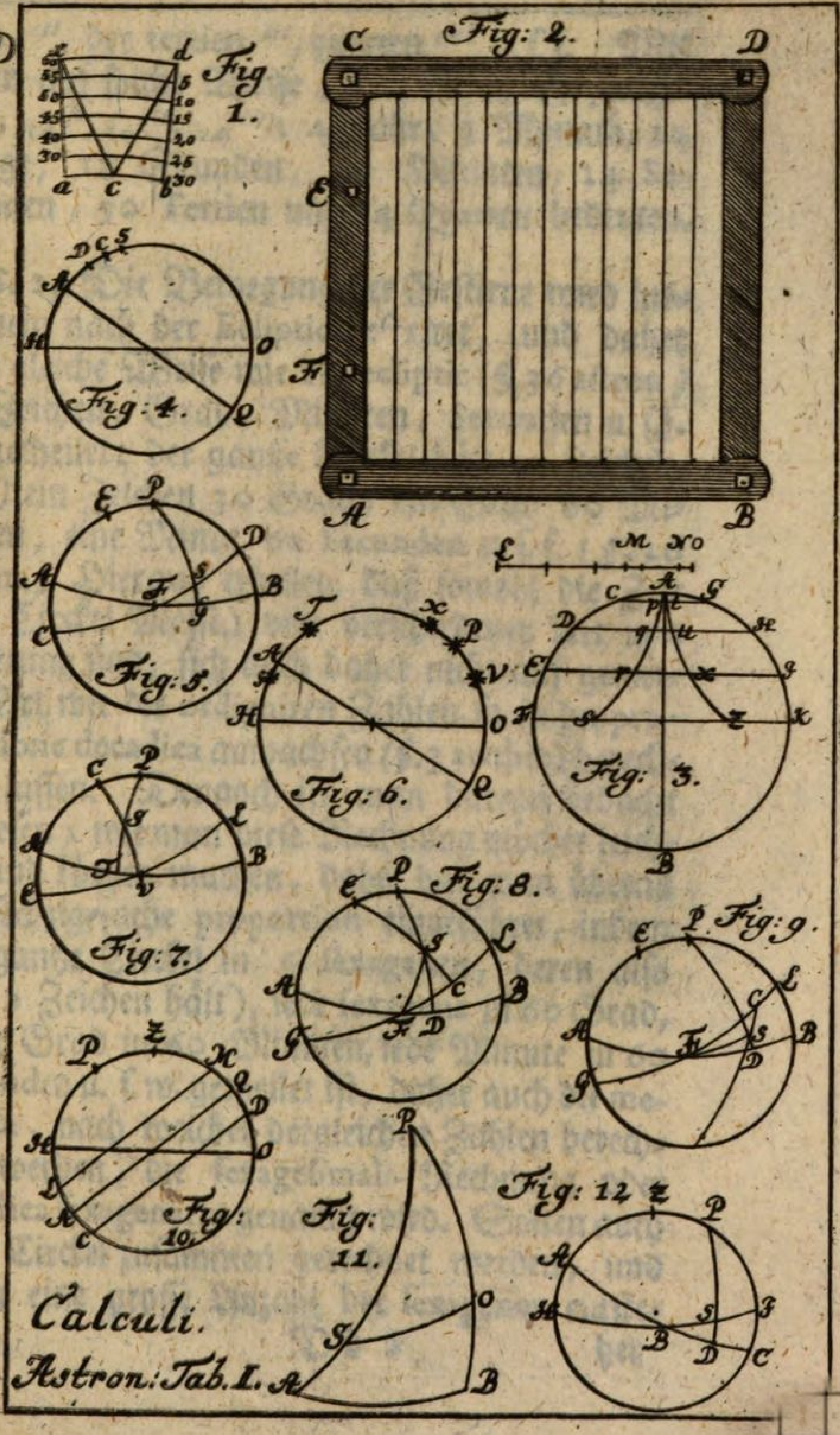
von der LOGISTICA SEXAGENARIA.

das iſt

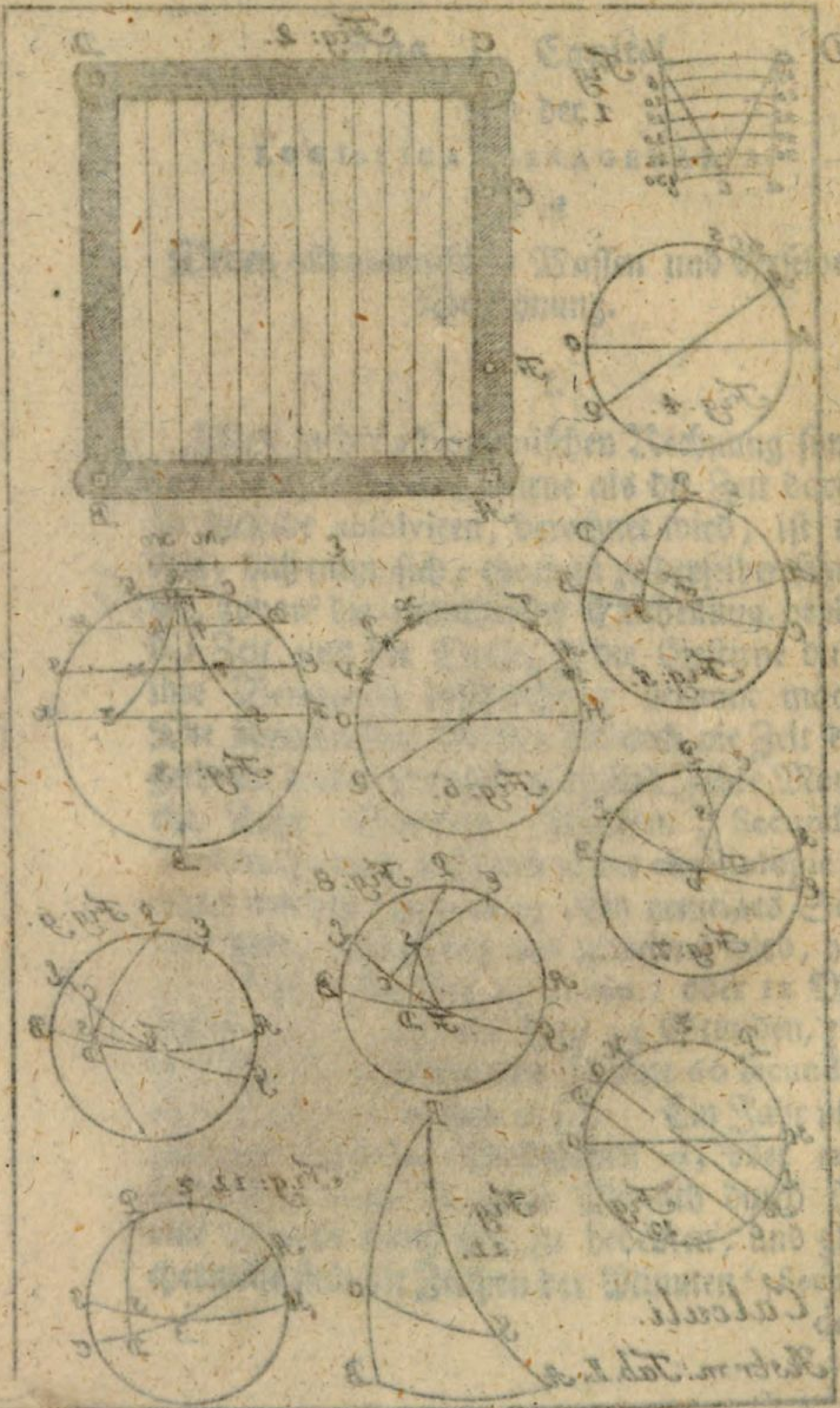
Denen aſtronomiſchen Maſſen und derſelben Berechnung.

§. I.

Weil in der aſtronomiſchen Rechnung ſowol die Bewegung der Geſtirne als die Zeit darinn ſie dieſelbe abſolviren, berechnet wird, iſt nöthig, daß man ſich, ehe man zu derſelben ſchreitet, zuvor die mancherley Eintheilung beydes der Zeit und der Circkel ſo die Geſtirne durch ihre Bewegung beſchreiben / bekannt mache. Die vornehmſten Maſſen dadurch die Zeit eingetheilet und abgemeſſen wird, ſind Jahre, Monathe, Tage, Stunden, Minuten, Secunden, Tertien, Quarten u. ſ f. wie in der chronologie gelehret worden (§. 3, 12, 13). Ein gemeines Sonnen-Jahr, wie es bey uns gerechnet wird, hält 365 Tage, (ax. 7 §. 23 chron.) oder 12 Monathe, (ib. ax. 2, 3) ein Tag 24 Stunden, eine Stunde 60 Minuten, eine Minute 60 ſecunden, eine ſecunde 60 tertien u. ſ. f. Ein Jahr pfleget man durch die Buchſtaben *A*, oder ann. einen Tag durch T. einen Monath durch M. eine Stunde durch St. zu bedeuten, und gleicherweiſe ſind die Zeichen der Minuten ′, Secunden,



Calculi. Astron: Tab. I.



den, ″, der tertien ‴, quarten ⁗, u. ſ. f. Wie denn auf ſolche Weiſe $_2$A, $_3$M, $_{14}$T, $_{18}$St $_{11}$′, $_{14}$″, $_{50}$‴, $_{24}$⁗; 4 Jahr, 3 Monath, 14 Tage, 18 Stunden, 11 Minuten, 14 Secunden, 50 Tertien und 24 Quarten bedeuten.

§. 2. Die Bewegung der Geſtirne wird insgemein nach der Ecliptic referiret, und daher auf gleiche Weiſe wie die ecliptic (§. 36 aſtron) in Zeichen, Grad, Minuten, Secunden u. ſ. f. eingetheilet; der gantze Circkel hält 12 Zeichen, (ib.) ein Zeichen 30 Grad, ein Grad 60 Minuten, eine Minut, 60 Secunden u. ſ. f. (§. 16 geom.) Hieraus erhellet, daß ſowohl die Zeit als Circkel Maſſen von verſchiedener Art und Gattung ſind, ſich auch daher nicht auf gemeine Art wie die ordinairen Zahlen ſo in der proportione decadica anwachſen (§. 3 arithm) berechnen laſſen. Dennoch iſt man darauf bedacht geweſen, wie man dieſe Rechnung möchte leichter und kürtzer machen, daher hat man überall die ſechzig-fache proportion eingeführet, indem der gantze Circkel in 6 ſexagenen, deren alſo iede 2 Zeichen hält), iede ſexagena in 60 Grad, ieder Grad in 60 Minuten, iede Minute in 60 Secunden u. ſ. w. getheilet iſt, daher auch die methode, nach welcher dergleichen Zahlen berechnet werden, die ſexageſimal-Rechnung oder logiſtica ſexagenaria genannt wird. Solten auch viele Circkel zuſammen gerechnet werden, und daher eine groſſe Anzahl der ſexagenen entſte-

hen, ſo pflegt man verſchiedene Arten der ſexagenen zu ſetzen, als ſexagenas primas, 2das, 3tias u.ſ.f. Da denn eine ſexagena 2da 60 primas, eine 3tia 60 2das hält, u.ſ.w. Die ſexagenas primas zeichnet man durch 1æ oder ', die 2das durch 2æ oder ", die 3tias durch 3æ oder ‴, u.ſ.w. Grad, Minuten, ſecunden, tertien und quarten aber werden gezeichnet wie in der geometrie, (§. 16) o, ', ", ‴, ⁗ u.ſ.w.

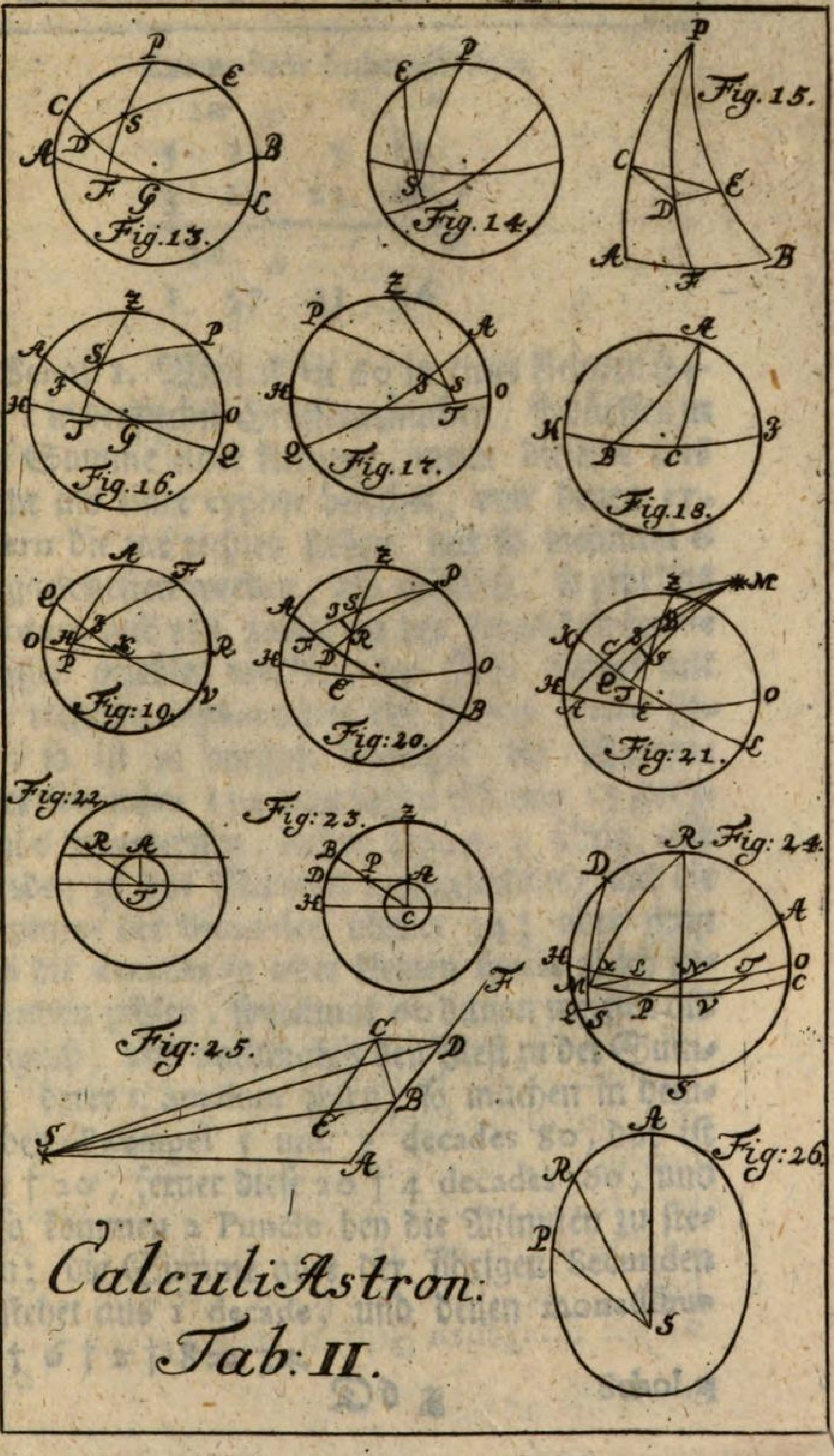
§. 3. Auf ſolche Weiſe gehet nun die logiſtica ſexagenaria von der gemeinen Rechnung gar wenig ab, inſonderheit was die additionund ſubtraction anlanget. In beyderley operation werden nemlich (wie §. 7 und 8 probl. 3 und 4 arithm. gelehret) gleiche ſpecies unter gleiche geſchrieben, nachmahls wird auf gemeine Art addiret und ſubtrahiret, dabey nichts weiter zu mercken, als daß in ieder ſpecie 60 in der nechſt gröſſern ſpecie 1 machen; Endlich kömmt in der Summe oder den Reſt, über ieder ſpecie wieder daſſelbe Zeichen zu ſtehen, welches in denen Poſten darüber befindlich geweſen; wie aus folgenden exempeln zu ſehen iſt:

Exemplum additionis.

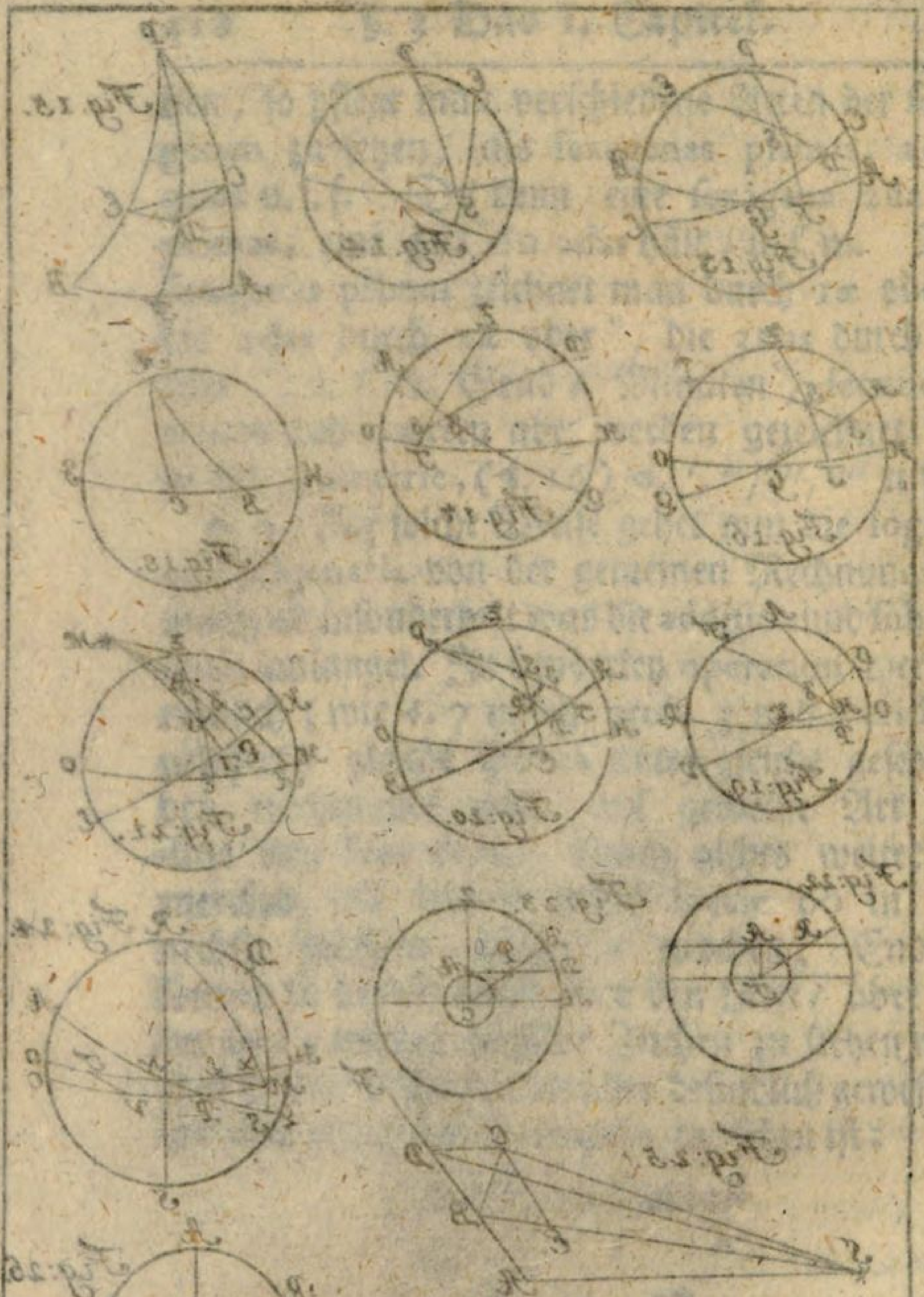
1æ	o	'	"
7	8	12	58
6	15	48	36
5	28	37	42
	7:	34:	18
9 1æ	9 o	13 '	34 "

Exem-

A



Calculi Astron: Tab: II.


Calcul: Astron:
Tab: II.

Exemplum Subtractionis.

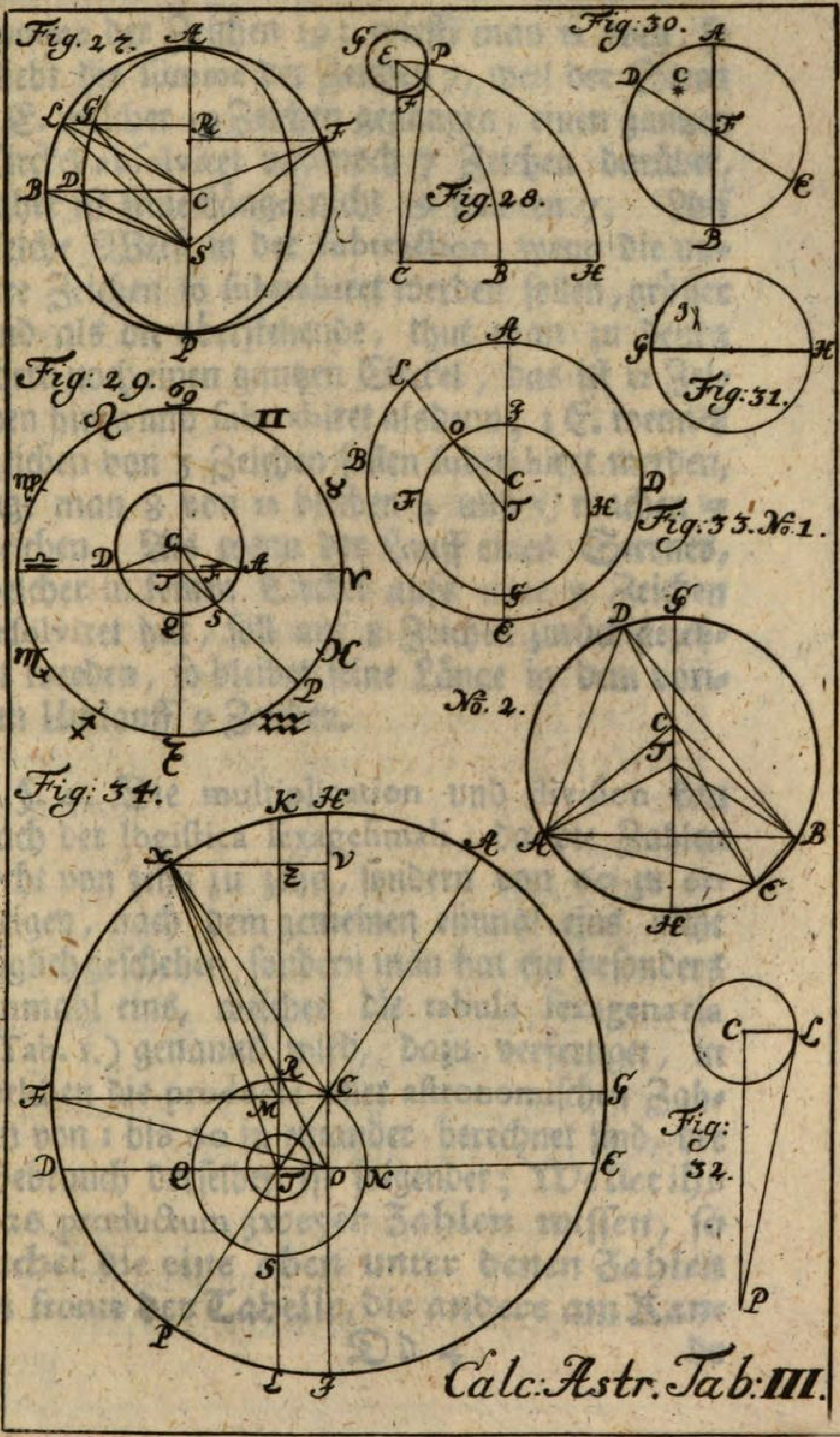
Iæ	0	′	″
5	12	5	14
3	14.	23.	48
Iæ	0	′	″
1	57	41	26

Schol. 1. Weil allzeit 60 in einer kleinern ſpecie 1 in der nechſt Gröſſern machen, ſo dürffen in der Summe einer kleinern, wenn dieſelbe aus mehr als einer cypher beſtehet, von denen cyphern die zur rechten ſtehen, nur ſo vielmahl 6 weggeworffen werden, als möglich, ſo gibt das quotum wie viel gantze zu der folgenden ſpecie müſſen gezehlet werden, der Reſt bleibet mit der rechtern cypher unter der kleinen ſpecie ſtehe; ſo iſt in vorigen Exempel die Summe aller ſecunden 154, nun laſſen ſich von 15 zweymal 6 wegwerffen, daher bleiben 3 übrig, alſo werden zu den Minuten 2 zugerechnet, und die Summe der Secunden bleibet 34; oder man kan die decades in ieder kleinen ſpecie gleich zuſammen zehlen, ſoviel mal 60 davon werffen als müglich, und nachmahls den Reſt zu der Summe derer monadum zhlen; ſo machen in demſelben Exempel 5 und 3 decades 80, das iſt 60 † 20, ferner dieſe 20 † 4 decades 60, und alſo kommen 2 Puncte bey die Minuten zu ſtehen; die Summe aber der übrigen Secunden beſtehet aus 1 decade, und denen monadibus 8 † 6 † 2 † 8 = 34.

Schol. 2. Gleicher Weiſe darff man in der ſubtraction, wenn der untere Poſten, der ſubtrahiret werden ſoll, in einer kleinen Sorte gröſſer als die überſtehende, und daher von der nechſtgröſſern ſpecie 1 müſſen geborget werden, die decades des untern nur von 6 abziehen, und zum Reſt die oberen decades in der geringern ſpecie zehlen, ſo hat man den verlangteu Reſt. Wie in vorigen Exempel, da man ordentlich ſubtrahiret, 8 ſec. von 14 bleiben 6, und weil 4 † 1 = 5 decades gröſſer als 1 decas, ſagt man gleich 5 von 6 bleibt 1, und rechnet die 1 decadem, davon man nicht ſubtrahiren konte dazu, ſo iſt der gantze Reſt 26; gleicherweiſe 3 † 1 = 4 Minut. von 5 bleibet 1, und 2 von 6 bleiben 4, alſo iſt der Reſt der Minuten 41; weiter 4 † 1 = 5 von 12 Graden bleiben 7, und 1 † 1 = 2 von 6 bleiben 4 und 1 macht 5, daher der Reſt der Grade = 57. u. ſ. f.

Schol. 3. Wenn keine ſexagenæ 2dæ, 3tiæ, u. ſ. f. in der addition und ſubtraction vorkommen, ſondern nur allein Zeichen, Grad, Minuten u. ſ. f. hat man auch nicht nöthig, daß man die Zeichen als die gröſte ſpeciem in ſexagenen reſolvire, ſondern man kan die gegebenen Zeichen behalten; kommen aber in der Summe derſelben mehr als 12 heraus, werden ſo vielmal 12 als möglich davon geworffen, weil kein Circkul mehr als 12 Zeichen oder 360 Grad hält. Z. E. wenn in vorigen exemplo additionis die ſexagenen Zeichen wären, uud alſo die

Sum-



Calc: Astr. Tab: III.

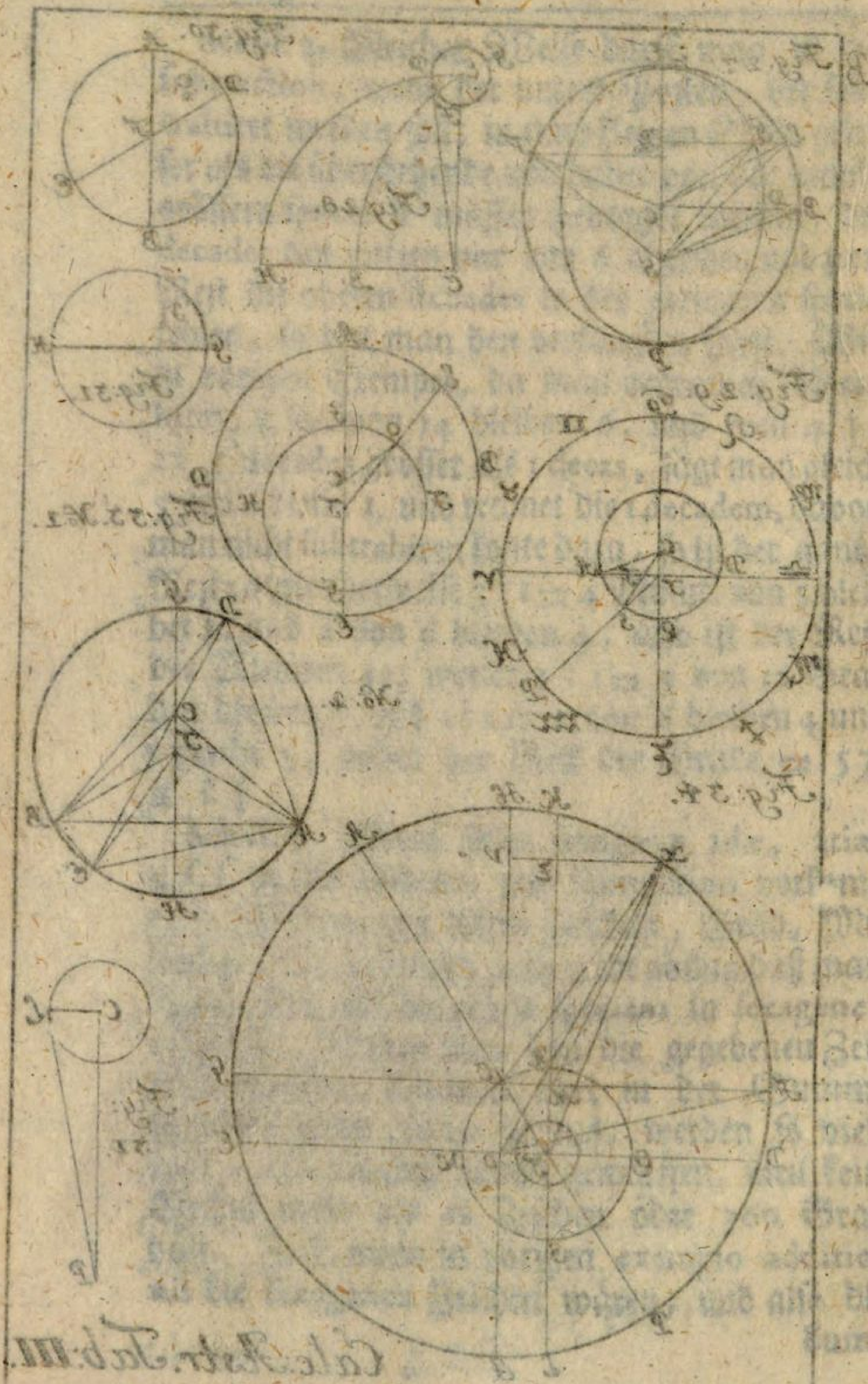


Fig: 30.
Fig: 28.
Fig: 31.
Fig: 29.
Fig: 33. N. 1.
N. 2.
Fig: 34.
Fig: 32.
Calc: Astr: Tab: III.

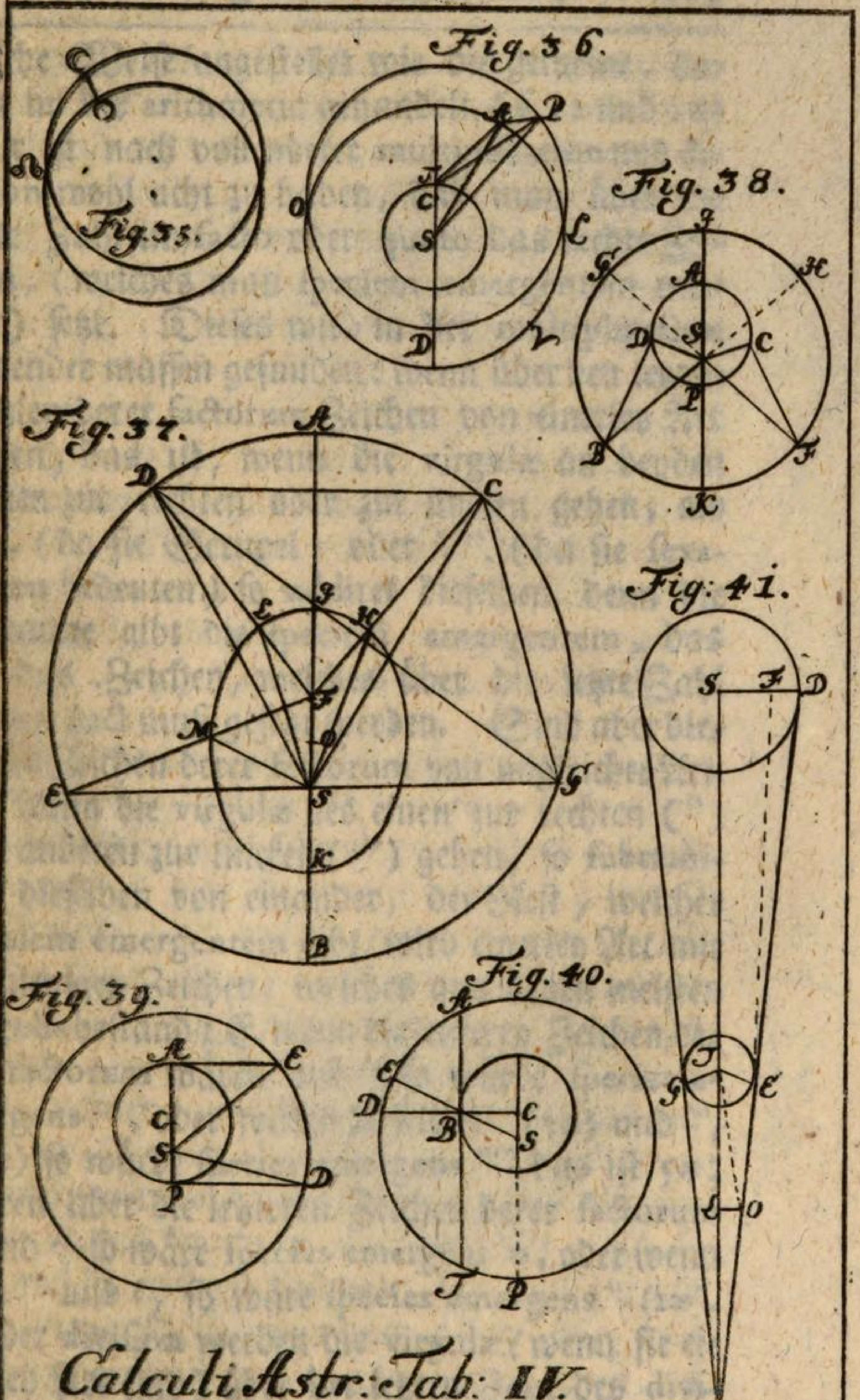
Summe der Zeichen 19; wirfft man 12 weg, ſo bliebt die ſumme der Zeichen 7, weil der Stern z. E. welcher 19 Zeichen gegangen, einen gantzen Circkel abſolviret und noch 7 Zeichen darüber, daher iſt ſeine Länge nicht 19 ſondern 7. Auf gleiche Weiſe in der ſubtraction, wenn die untere Zeichen ſo ſubtrahiret werden ſollen, grösſer ſind als die oberſtehende, thut man zu denen obern noch einen gantzen Circkel, das iſt 12 Zeichen hinzu und ſubtrahiret alsdenn; z E. wenn 8 Zeichen von 5 Zeichen ſollen ſubtrahiret werden, ſagt man 8 von 12 bleiben 4 und 5 machen 9 Zeichen. Als wenn der Lauff eines Sternes, welcher in ſeinen Circkel aufs neue 5 Zeichen abſolviret hat, ſoll auf 8 Zeichen zurück gezehlet werden, ſo bleibet ſeine Länge in dem vorigen Umlauff 9 Zeichen.

§. 4. Die multiplication und diviſion kan nach der logiſtica ſexageſimali, da die Zahlen nicht von zehn zu zehn, ſondern von 60 zu 60 ſteigen, nach dem gemeinen einmal eins nicht füglich geſchehen, ſondern man hat ein beſonders einmahl eins, welches die tabula ſexagenaria (Tab. 1.) genannt wird, dazu verfertiget, in welchen die producta aller aſtronomiſchen Zahlen von 1 bis 60 in einander berechnet ſind, der Gebrauch derſelben iſt folgender; Wollet ihr das productum zweyer Zahlen wiſſen, ſo ſuchet die eine oben unter denen Zahlen in fronte der Tabelle, die andere am Ran-

 de

de auf derſelben Seite; gehet in beyden columnen ſolange fort biß ſie zuſammen treffen, ſo wird in dem gemeinen Fach das verlangte product in Grad und Minuten oder in Minuten und ſecunden u.ſ.f. reſolviret zu finden ſeyn. Wird z. E. geſucht wie viel 24mal 36; ſo ſucht 36 in der oberſten Columne der Seite, 24 am Rande zur lincken; gehet nachmahls unter 36 ſolange in derſelben Columne herunter biß ihr gegen 24 überkommt, ſo ſtehet in dieſem Fach das verlangte product 14. 24. Wollet ihr aber das quotum finden, wie vielmal eine gewiſſe aſtronomiſche Zahl in einer andern enthalten ſey. So ſuchet den diviſor oben in der Tabelle in der obern Columne, den dividendum in der unterſtehenden Columne, darinn ihr ihn entweder vollkommen oder nechſtens finden werdet, und wird das geſuchte quotum gegen dem dividendo gerade über am Rande zur Lincken ſtehen. Wird z. E, geſuchet, wie vielmahl 18 Minuten in 4 Grad 56′ enthalten, ſo ſucht 18 in der obern Columne und in der Seiten-Columne ſo gerade unter 18 ſtehet, ſuchet 4. 56. ſo werdet ihr nechſtens kommen auf 4. 48, welchen am Rande zur Lincken reſpondiren 17, folglich iſt 17 das nechſte quotum.

§. 5. Iſt demnach dieſe tabula ſexagenaria bey der Hand, ſo iſt die Multiplicatio und diviſio ſexagenalis eben ſo leicht, wird auch auf gleiche



Calculi Astr: Tab: IV.

gleiche Weiſe angeſtellet wie die gemeine, davon in der arithmetic gehandelt. (§. 12 und 16) Nur iſt nach vollendeter multiplication und diviſion wohl acht zu haben, daß man über die letzte Zahl im facto oder quoto das rechte Zeichen, (welches man ſpeciem emergentem nennet) ſetze. Dieſes wird in der multiplication folgender maſſen geſunden: wenn über den letzten Zahlen derer factorum Zeichen von einerley Art ſtehen, das iſt, wenn die virgulæ an beyden Orten zur rechten oder zur lincken gehen; als ‛.‴. (da ſie Scrupel) oder ‵.‴. (da ſie ſexagenen bedeuten) ſo addiret dieſelben, denn die Summe gibt die ſpeciem emergentem, das iſt das Zeichen, welches über die letzte Zahl im product muß geſetzt werden. Sind aber dieſelben Zeichen derer factorum von ungleicher Art, als wenn die virgulæ des einen zur rechten (‶) des anderen zur lincken (″) gehen, ſo ſubtrahiret dieſelben von einander, der Reſt, welcher ſpeciem emergentem gibt, wird einerley Art mit demjenigen Zeichen, welches aus denen meiſten virgulis beſtand z. E. wenn die letzteren Zeichen derer factorum wären′ und ″, ſo würde ſpecies emergens ‴, oder wären dieſelben ‶ (2æ) und ‷, (3æ) ſo würde ſpecies emergens ‶‷, das iſt 5æ; wären aber die letzteren Zeichen derer factorum ‶ und ″ ſo wäre ſpecies emergens 0, oder wenn jene ‷ und ′, ſo wäre ſpecies emergens ‶ (2æ). In der diviſion werden die virgulæ (wenn ſie einerley Art ſind) über der letzten Zahl des divi-

ſoris von denen virgulis über der letzten Zahl des dividendi ſubtrahiret, ſo gibt der Reſt die ſpeciem emergentem; ſind aber die virgulæ über dem dividendo und diviſor ungleicher Art, ſo werdrn ſie addiret, da denn die Summe, ſo ſpeciem emergentem gibt, allzeit einerley Art wird mit denen virgulis des dividendi; Z. E. wenn über der letzten Zahl des dividendi ſtünden ‴, über der letztern des diviſoris ″, ſo wäre ſpecies emergens ′; wären die letzten virgulæ im dividendo und diviſore ‶ und ″ ſo wäre ſpecies emergens 0; wären die virgulæ des dividendi ‴ des diviſoris ‶, ſo wäre ſpecies emergens ′′′′′, wären die virgulæ des dividendi ‵, des diviſoris ″, ſo wäre ſpecies emergens ‷ (3æ).

§. 6. Es gründet ſich dieſe Zeichnung des products oder quoti auf die multiplication, und die diviſion der Brüche, (probl. 18 u. 19 §. 21 arithm.) ſintemal 1′ nichts anders iſt als $\frac{1}{60}$ von einen Grad, und 1″ nichts anders als $\frac{1}{60}$ einer Minute/ das iſt $\frac{1}{3600}$ von einen Grad, wird nun $\frac{1}{60}$ durch $\frac{1}{3600}$ multipliciret, ſo entſtehet $\frac{1}{216000}$ von einen Grad, das iſt 1‴; daher ſpecies emergens in dergleichen multiplication gefunden wird, wenn die ′virgulæ des multiplicandi, zu denen virgulis des multiplicantis ″ addiret werden. W. Z. B. Gleicherweiſe, wenn 1‴ das iſt $\frac{1}{216000}$ durch 1′ das iſt $\frac{1}{60}$ dividiret werden, iſt das quotum $\frac{60}{216000} = \frac{1}{3600}$ von einen Grad = 1″; daher ſpecies emergens in der diviſion gefunden

wird,

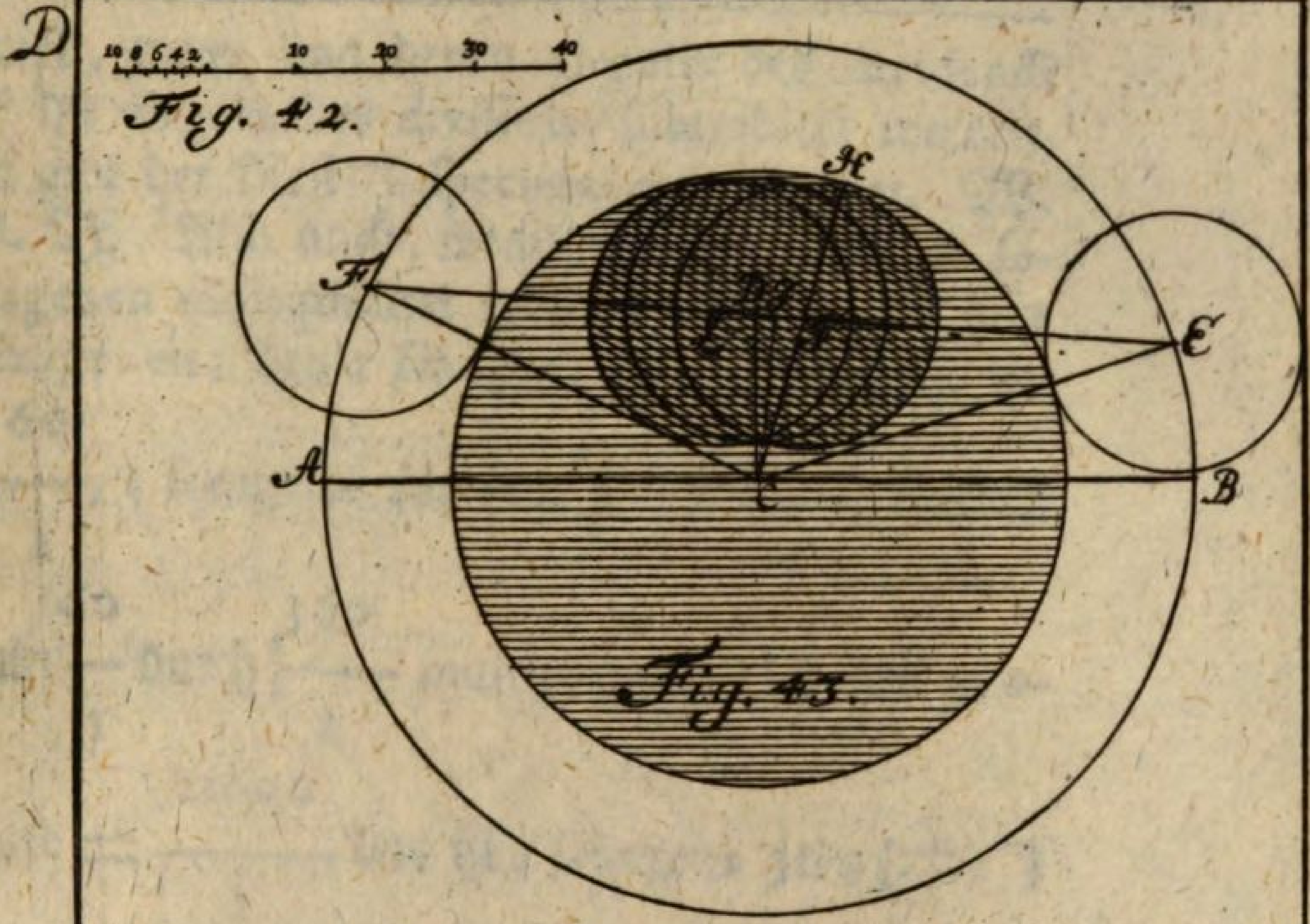


Fig. 42.

Fig. 43.

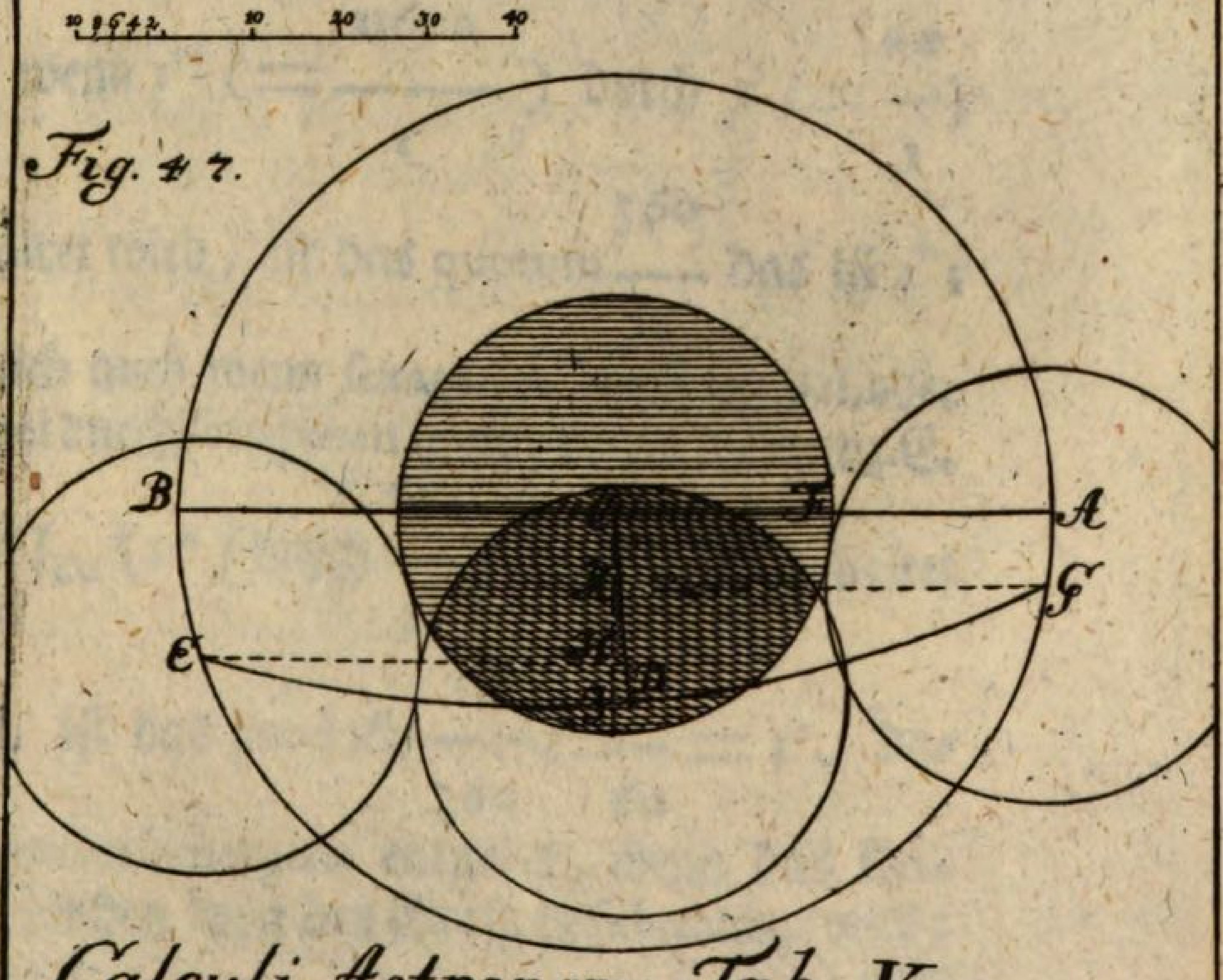


Fig. 47.

Calculi Astronom: Tab. V.

wird, wenn von denen virgulis des dividendi ‴ die virgulæ des diviſoris ′ ſubtrahiret werden, ſo gibt der Reſt ″ ſpeciem emergenrem. W. z. B. Alſo auch, wenn ſexagenen durch ſexagenen multipliciret werden, kommen höhere ſexagenen; den 1 ſexagena 1ma ($=1^{\backprime}$) iſt $=\frac{60}{1}$, 1 ſexagena 2da ($=1^{\backprime\backprime}$) $=\frac{360}{1}$, werden nun $\frac{60}{1}$ durch $\frac{360}{1}$ multipliciret, iſt das product $=\frac{21600}{1}$ das iſt 1 ſexagena 3tia; ($=1^{\backprime\backprime\backprime}$) oder wenn $1^{\backprime\backprime\backprime}$ ($=\frac{21600}{1}$) durch $1^{\backprime}$ ($=\frac{60}{1}$) dividiret wird, iſt das quotum $\frac{360}{1}$ das iſt $1^{\backprime\backprime}$; Endlich auch wenn ſexagenen durch ſcrupel, oder ſcrupel durch ſexagenen multipliciret werden; z. E. wenn $\frac{1}{360}$ ($1''$) durch $\frac{60}{1}$ ($=1^{\backprime}$) multiplicirer wird, iſt das product $\frac{60}{360}=\frac{1}{60}=1'$, daher ſpecies emergens entſtehet, wenn das kleinere Zeichen ‵ von dem Gröſſern ſubtrahiret wird; oder

oder wenn $\frac{21600}{1}$ (das iſt 3æ) durch $\frac{1}{60}$ (das iſt 1′) dividiret wird, iſt das quotum $\frac{1296000}{1}$ (das iſt $1^{4æ}$ oder 1′′′′) wird demnach species emergens gefunden, wenn die virgulæ des diviſoris zu denen virgulis des dividendi addiret werden, und bleibet die ſpecies einerley mit denen virgulis des dividendi W. Z. B.

§. 7. Iſt die ſpecies emergens vor die letzte Zahl im dividendo gefunden, ſind die übrigen vor die vorhergehenden gleichfals bekandt, weil über iede Sorte der nechſtvorhergehenden Scrupel allzeit eine virgula weniger geſetzet wird; hingegen über iede Sorte der nechſtvorhergehenden ſexagenen eine virgula mehr; wie den die virgulæ in folgender Ordnung zu ſtehen kommen; 15′′ 26′ 15° 14′ 32′′ 14′′′ etc. Dieſemnach geſchiehet die Multiplication und Diviſion folgender Maſſen.

Exemplum Multiplicationis.

		45°	28′	36′′	
			15	1æ 51	
		38	23	30	36
		7	15	48	
	11	15	9	0	
3æ 12	0	2æ 48	1æ 18°	36′	

Exem-

A

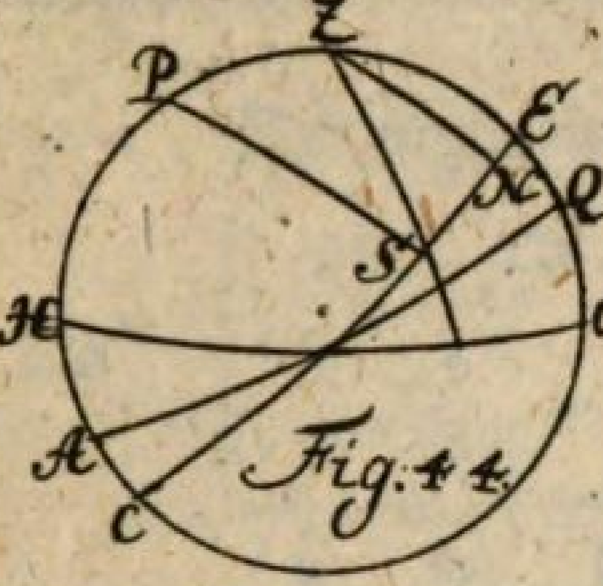
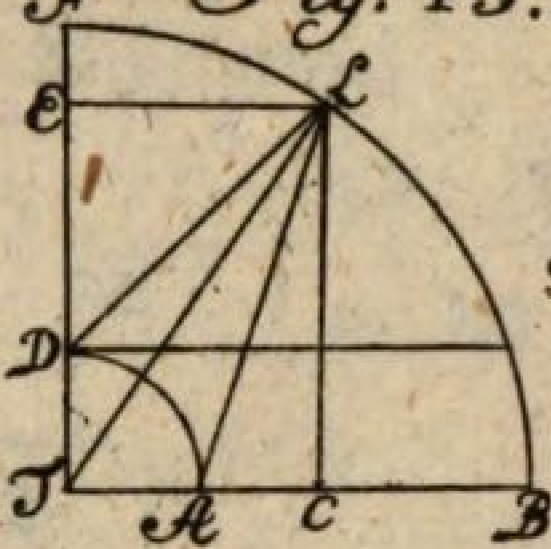


Fig. 44.

Fig: 45.



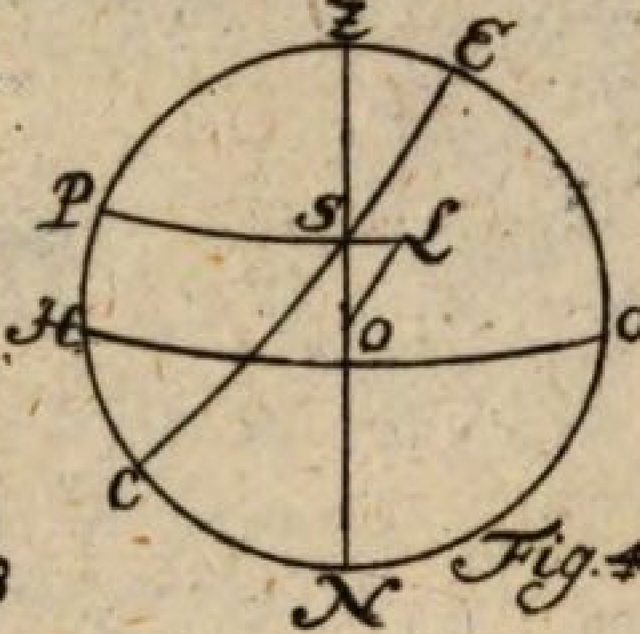


Fig. 46.

Fig: 48.

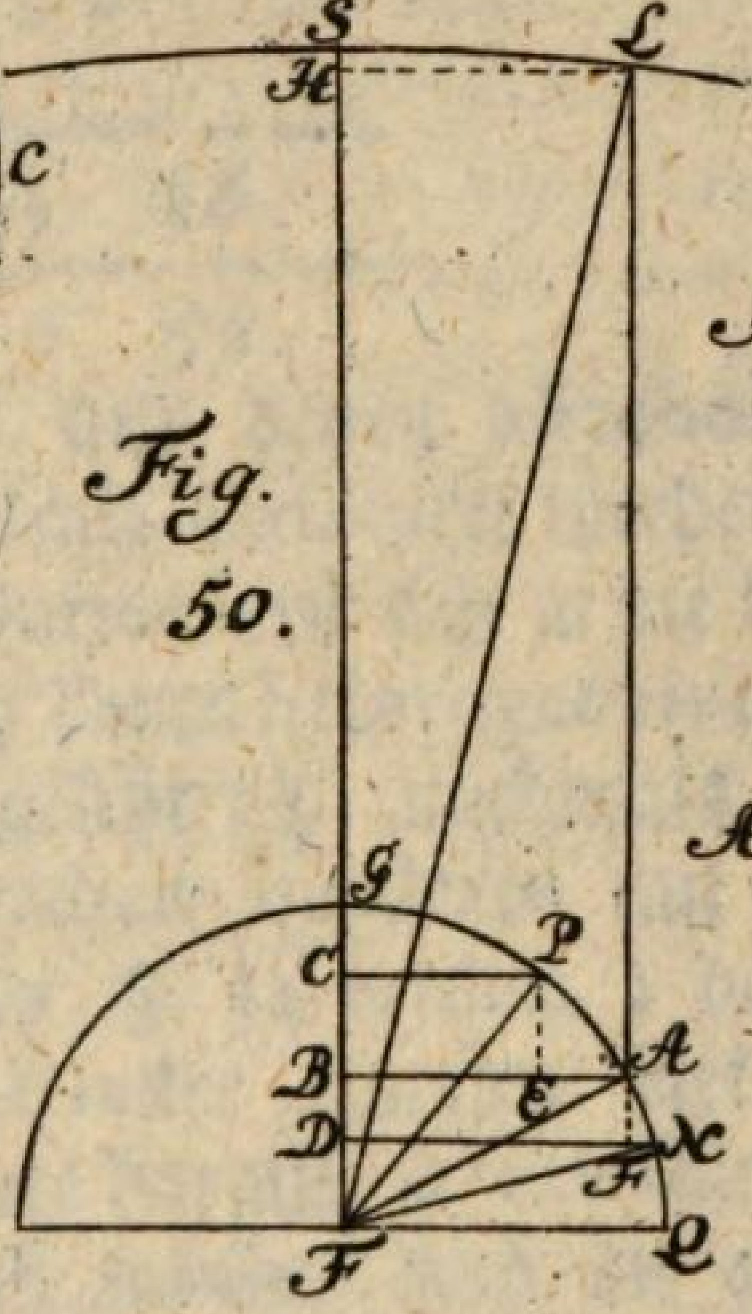
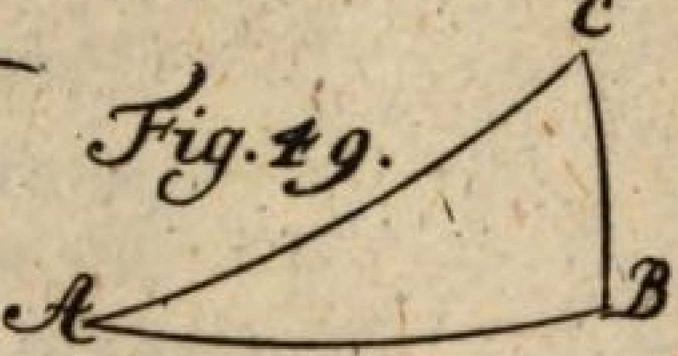


Fig. 50.

Fig. 49.



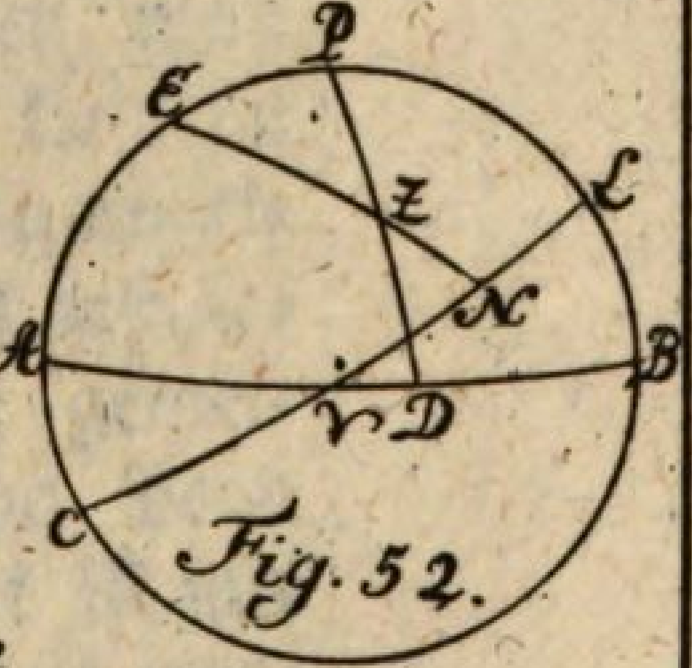
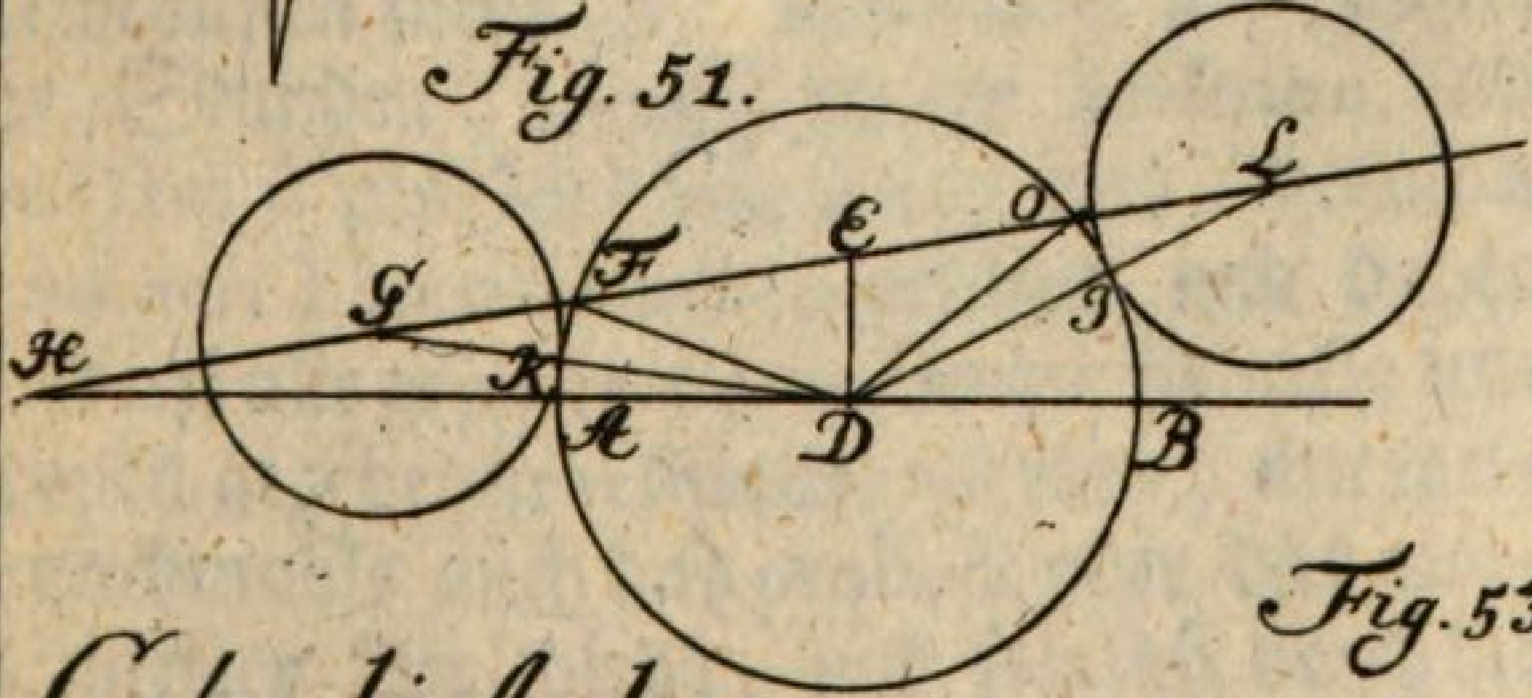


Fig. 52.

Fig. 51.



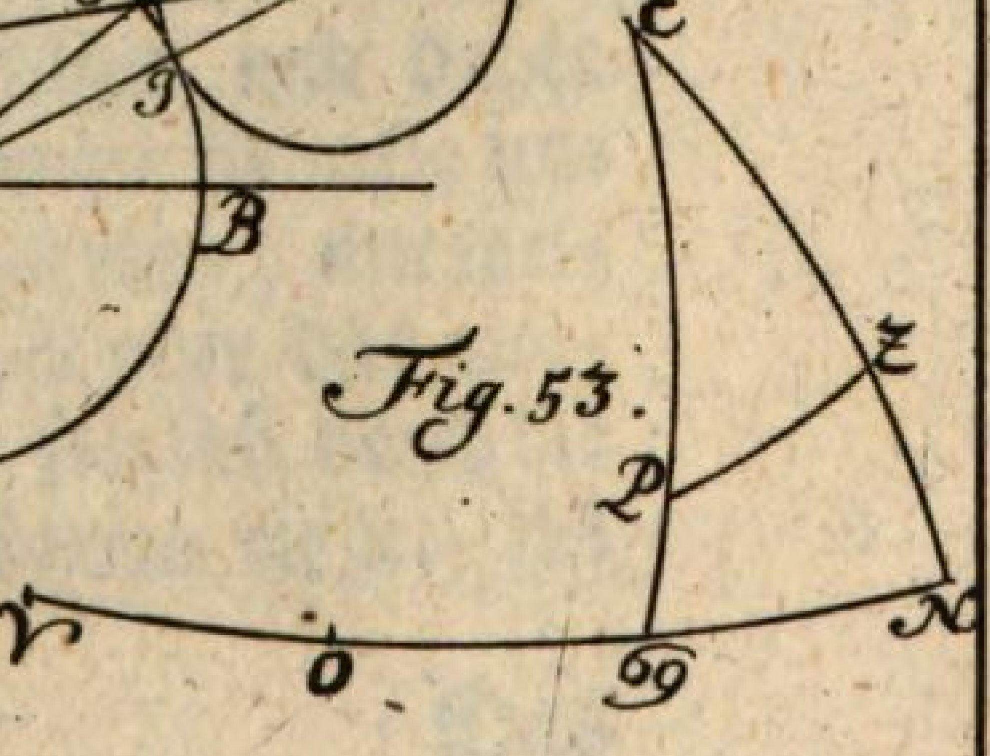


Fig. 53.

Calculi Aſtron:
Tab. VI.

Exemplum Diviſionis.

	2æ	1æ			3æ	2æ
12′ 24″	15	24		28°		
	12	24			1.	14
	3	0	28			
	2	5	36			
		48				
	2	53	36			
		6	52			

§. 8. Soll aus denen aſtronomiſchen Zahlen radix quadrata extrahiret werden, muß man die gröſſeren Sorten erſt alle in die kleineſte reſolviren, wie bey denen heterogeneis numeris in der arithmetic gelehret; nachmals geſchiehet die extractio radicis quadratæ auf gemeine Art (Probl. 30 §. 32 arithm.) da denn auch der gefundene radix einerley Art iſt mit der kleineſten Sorte daraus er extrahiret worden. Gleicherweiſe müſſen auch die gröſſeren Zeit-Maaſſen wenn ſie vorkommen, als Jahre, Tage, Stunden, ſowohl in der Addition und Subtraction als Multiplication und Diviſion als numeri heterogenei angeſehen, und daher zuvorderſt alle gröſſere Sorten in die kleineſte unter denen gegebenen reſolviret werden; mit welcher nachmahls auch das product oder das quotum einerley Art wird; und folglich durch die Diviſion wieder in gröſſere Sorten eingetheilet werden muß.

Das II. Capitel.

Von denen INSTRUMENTEN Welche bey denen Obſervationibus der Geſtirne gebraucht werden.

§. 9. Weil die aſtronomiſche Rechnung ſich auf obſervationes gründet, in dem wir nichts berechnen können, als den Ort eines Sternes am Himmel und deſſelben Bewegung, und beyderley ohne obſervationes nicht mag erkandt werden; zu denen Obſervationibus aber verſchiedene Inſtrumente nöthig ſind; ſo wird nicht undienlich ſeyn, daß wir, ehe wir zu denen Obſervationibus und der daraus anzuſtellenden Rechnung ſchreiten, zuvor kürtzlich erklähren, was vor Inſtrumenta hinzu erfordert werden, wie dieſelbe zu bereiten, und zu examiniren ob ſie accurat und richtig ſind.

§. 10. Die Anzahl derer Inſtrumente welche zu denen Obſervationibus nöthig, iſt zwar gering, die Accurateſſe aber derſelben teſto nothwendiger. Einige werden gebrauchet die diſtanzen der Sterne von einander und von denen vornehmſten Circkeln des Himmels zu finden, andere die Zeit zumeſſen in welcher die Bewegung der Sterne am Himmel geſchicht, andere hinwiederum dienen zuvorderſt dazu, daß das Geſichte dadurch geſtärcket werde, die weit ent-

entferneten Himmels-Cörper teſto eigentlicher zu betrachten.

§. 11. Die Diſtanz der Sterne von dem Horizont oder von dem Meridiano wird durch quadranten gemeſſen. Die Diſtanzen von einander, wenn ſie groß ſind, durch ſextanten oder octanten, ſind ſie klein, wie auch die diametri derer Planeten durch micrometra. Daher Hevelius, welcher es an Fleiß und accurateſſe im obſerviren ſehr vielen zuvor gethan, (Mach. cœleſti T. 1. p. 90.) auf einen guten obſervatorio als nothwendige Stücke erfordert, 3 quadranten, 2 oder 3 ſextanten und einen octanten. Bey allen dieſen iſt dafür Sorge zu tragen; (1) daß ſie aus dauerhaffter tüchtiger Materie, welche in der Lufft nicht leicht verändert wird, bereitet werden, (2) daß ſie auf das genaueſte eingetheilet ſind, (3 nicht zu groß, ſondern ſich bequem tractiren laſſen, (4) auch ſo viel möglich fein ſimpel ſind, damit ſie nicht aus allzu vielen Theilen zuſammen geſetzet, welches ſonſt den Gebrauch derſelben teſto beſchwerlicher machet.

§. 12. Die dauerhaffteſte Materie zu den erwehnten Inſtrumenten, iſt das Metall. Inſonderheit Meßing welches nicht übermäßig ſchwer, ſich fein glatt poliren läſſet, auch leichtlich für den Roſt verwahret wird. Das Holtz hingegen wenn es gleich mit einer meßingenen Tafel überleget iſt, bleibet dennoch ſelten gerade, ſondern nimmet die Feuchtigkeit der Lufft gar zu leichte an, daher es bey naſſen Wetter auff

guillet,

quillet, bey trockenen hingegen ſich krümmet und windet; iedoch iſt es ſehr leicht und am bequemeſten zu tractiren, daher auch der berühmte Aſtronomus und Obſervator TYCHO DE BRAHE nicht unbillich davor hält, daß wenigſtens die grösseren Inſtrumente am füglichſten aus Holtz gemachet werden. Er recommendiret zu dem Ende, fein altes ausgedörretes Nuß-Baum-Holtz, welches viele Jahr gefället geweſen, von welchen er rühmet, daß es, wenn es fein glatt gehoffelt worden, gerade bleibe, und ſich nicht ſo leicht in feuchten Wetter winde und kümme.

§. 13. Was die Conſtruction vor erwehnter Inſtrumente, als derer quadranten, ſextanten und octanten anlanget, ſo ſind die nöthigſten Theile derſelben (1) ein breiter Rand der ſich bequem in Grad und Minuten durch Linien ſo aus dem Centro ausgezogen ſind, eintheilen läſſet, (2) ein paar dioptern dadurch man die Sterne genau ſehen kan, (3) ein Linial ſo ebenfalls mit dioptern verſehen, oder an deſſen Stelle ein Faden mit einer Kugel ſo aus dem Centro des Inſtruments herab hanget.

§. 14. Die Eintheilung in grade geſchiehet auf die Art wie bey der Conſtruction des transporteurs (§. 16 geom. probl. 8) erkläret worden; die grad werden ordinair weiter in Minuten eingetheilet, durch transverſal-Linien, da dem äuſſeren Circkel des quadranten, circuli paralleli oder concentrici in gleicher diſtanz von ein-

einander gezogen werden, derer man insgemein 6 zu ziehen pfleget, damit die grad wenigſtens von 5 zu 5 Minuten ſich eintheilen laſſen; indem nehmlich der Raum von einen ieden grad in dem innern Circkel als ab (Fig. 1) in 2 Theile in c getheilet, und zu dieſen von denen beyden euſerſten Puncten deſſelben grad im obern Circkel gerade Linien dc und ec gezogen werden. Es gründet ſich dieſe Eintheilung auff die demonſtration Probl. 7 §. 15 geom. Weil aber daſelbſt gerade-linigte Triangel vorkommen, und hie die baſes Bogen ungleicher Circkel ſind, ſo iſt dieſelbe beſonders in kleinen Circkeln nicht allzurichtig. Wenn inzwiſchen die quadranten ſextanten oder octanten groß ſind, (wie man denn dergleichen, welche im radio 3, 4 oder mehr Fuß haben, bey denen obſervationibus insgemein zu gebrauchen pfleget, kan man ſich der ietzt-erwehnten Eintheilung gantz ſicher bedienen, bevorab wenn die Circuli paralleli nicht allzuweit von einander ſtehen, weil in ſolchen Fall die Bogen, ſo eintzelne grad meſſen, für gerade Linien können genommen werden, weil man die Krümmen derſelben nicht mercken kan. Inzwiſchen haben ſich verſchiedene gefunden, welche allerhand mechaniſche Manieren angegeben, wie man die grade auf mehr erwehnten Inſtrumenten nicht nur in Minuten, ſondern auch in ſecunden, tertien auch quarten richtig eintheilen könne, wie in des Hrn. DOPPELMAYERS dritten Eröffnung des BIONS Mathema-

tiſchen Werck-Schule c. 16 mit mehrern nachzuleſen; welche Manieren allhier deutlich zu erklähren zu weitläufftig fallen würde, auch unſer Vorhaben nicht iſt.

§. 15. Die dioptern welche ſowohl auf die Inſtrumente ſelber als die Reguln derſelben geſetzet werden, pfleget man auff mancherley Weiſe zu bereiten. Einige richten nur 2 meſſingene Bleche über der Regul oder dem radio des Inſtruments perpendiculair auf, und bohren die mittlere Puncte derſelben, welche mit dem centro des Inſtruments in einer geraden Linie ſtehen müſſen, durch, damit man die Sterne dadurch obſerviren könne. Es findet ſich aber hiebey dieſer Fehler, daß wenn die Löcher zu enge ſind, man die Sterne dadurch ſchwerlich erkennen kan, weil ſie die Bleche bedecken; ſind ſie aber zu weit, ſo kan man auch leicht neben weg ſehen, und alſo nach denſelben das Inſtrument nicht præciſe nach den Sternen richten. Andere ſchneiden daher in die auffgerichteten Bleche ſubtile Kerben mit dem centro in einer geraden Linie, oder ſchneiden das vördere Blech, ſo dem obiecto zu gekehret iſt, gantz aus, und ziehen durch die mitten zwey ſubtile Faden, oder Säyten, oder Haare die ein Creutz formiren, und ſich in der mitten ſchneiden, welchem Durchſchnitt in dem hintern Blech vor dem Auge ein ſubtiles Loch accurat reſpondiren muß. Wieder andere richten nur an ſtatt der

vör-

vördern diopter eine ſubtile Nadel auf, deren Spitze accurat dem Loche im centro der hintern diopter reſpondiren muß, damit ſie das Inſtrument ſo lange richten können, biß die Spitze der Nadel, oder der Durchſchnitt im Creutz den Stern bedecke; allein auch dieſe Art von dioptern hat die Incommodität, daß die Spitze der Nadel oder der Durchſchnitt der Faden im Finſtern nicht wohl zu erkennen, und wenn man ein Licht darneben hält wird das Geſichte dadurch geblendet, daß es nicht recht viſiren kan. Wenn demnach die Kerben fein enge ſind, und dieſelben fein weit von einander ſtehen, thun dieſelben unter allen ietzt erwehnten die beſten Dienſte. TYCHO hat dergleichen dioptern noch zu verbeſſern geſucht, da er aus dem centro des Inſtruments einen kleinen cylinder oder ſchmales viereckichtes Blech perpendiculair auffgerichtet, gegen über hat er ein anderes Blech geſtellet, in welchen 2 enge Kerben geſchnitten, welche denen Ränden des cylindri oder Bleches reſpondiret, und dahero præciſe ſoweit von einander ſtehen müſſen, als der diameter des cylindri oder die Seiten des Bleches, damit man durch 2 parallel-Linien, ſo durch die Kerben der einen diopter und dem Rande der anderen diopter hindurch gehen, das obiectum deſto beſſer und gewiſſer obſerviren könne; Dergleichen ſind auch die dioptern des HEVELII, welche aber darinn noch richtiger, daß ſich auf denſelben die Kerben der hinteren diopter vor dem Auge, nach

verſchiedener Klarheit des obiecti durch eine Stell-ſchraube erweitern oder enger zuſammen ziehen laſſen, daß ſie das obiectum auf das genaueſte faſſen. Bey denen obſervationibus der Sonnen darff in der vördern diopter, welche der Sonnen zugekehret, nur ein kleines Löchlein durchgebohret, und auf der hinteren diopter das Punct ſo gedachten Löchlein præciſe reſpondiret, notiret werden; ſo wird man daraus erkennen können, ob das Inſtrument der Sonnen gerade zugekehret, wenn ſich nemlich an dem in der hintern diopter notirten Circkel ein heller Punct præſentiret.

Probl. §. 16. Die neuern aſtronomi pflegen ſich vielfältig derer teleſcopiſchen dioptern zu bedienen, welche folgender maſſen bereitet werden.

1) Bey dem centro des Inſtruments wird ein 4eckſtes Eiſen-Blech angeſchroben / und in daſſelbe ein convex-Glaß geſetzet / das den focum ſoweit wirfft / als der ſemidiameter lang iſt. 2) wo der focus deſſelben hinfället / daſelbſt wird wiederum ein 4eckſtes Eiſen-Blech angeſchroben / in welchen durch die Mitten 2 ſeidene Faden gezogen werden / die ſich præciſe in dem Mittel-Punct des Bleches in geraden Winckeln ſchneiden müſſen. 3) Hinter dieſen Faden wird eine blecherne Röhre an demſelben 4eckſten Blech befeſtiget / in welche noch eine andere geſchoben wird / darinn die lens ocularis, ſo ſehr convex ſeyn muß / nach proportion nemlich des obiectiv-Glaſes / (§. 73 Diopt.) welches ſich an die Fäden näher an auch weiter abſchieben läſſet / nach verſchiedener Beſchaffenheit der Augen des obſervatoris, durch dieſe wird ſich alſo der Durchſchnitt der Faden in dem foco des obiectiv Glaſes ſehr deutlich præſentiren; daß man

man genau erkennen kan / ob das Inſtrument dem obiecto iuſt zugekehret ſey.

Die Frantzoſen und Engländer halten auf dergleichen dioptern über die Maſſen viel; HEVELIVS aber hat die Seinen, welche wir (§. 15) beſchrieben, noch vorgezogen; wie denn auch dieſelbe in der Probe, welche An. 1679 angeſtellet worden, da der Herr HALLEY aus Engeland nach Danzig abgeordnet war, und mit HEVELIO zugleich durch ſolche teleſcopiſchen diopteren obſervirte, iener aber die Seinigen gebrauchet, den Preiß behalten; indem des HEVELII obſervationes nur in wenigen ſecunden abwichen, HALLEIVS aber auf einige Minuten verfehlet hatte.

§. 17. Bey dem Gebrauch dieſer Inſtrumente hat man beſondere Sorge zu tragen, daß ſie ſich fein bequem bewegen, und nach ieden obiecto fein ſtellen laſſen, dieſes wird erhalten, wenn 1) das Inſtrument auf ein Stativ ſo entweder auf 3 Füſſen oder einer breiten baſi, welche wie ein Creutz formiret iſt, ruhet, geſtellet wird; 2) wenn daſſelbe Inſtrument in dem centro gravitatis aufgehangen wird, damit alle 3 Theile deſſelben mit einander die balance halten. 2) Zu dem Ende muß an dem Inſtrument in dem centro deſſelben eine Kugel oder ein Cylinder befeſtiget werden, welcher am füglichſten aus Meßing bereitet wird, weil dergleichen Metall ſich gut poliren läſſet, auch die Verän-

derungen des Wetters nicht ſo leicht entpfindet; 4) Muß die Hülſe, in welcher die Kugel oder der Cylinder beweglich iſt, mit Leder oder feinen Tuch inwendig bekleidet ſeyn, damit die Bewegung deſto gleichförmiger geſchehen möge. 5) Muß die Hülſe mit einer oder ein paar Stellſchrauben verſehen ſeyn, dadurch die Kugel könne angeſchroben und in ieder verlangten Stellung befeſtiget werden.

Probl §. 18. Endlich muß man auch billig iedes von dieſen **Inſtrumenten zuvor examiniren, und probiren, ob es auch gantz richtig,** ehe man ſich deſſelben ſicher bedienen kan. Solches geſchiehet am füglichſten auf folgende Art, welche auch die groſſen aſtronomi und vornehmſten obſervatores TYCHO DE BRAHE, HEVELIVS, FLAMSTED und andere vor die richtigſte gehalten.

Man obſervire nemlich die Höhen verſchiedener Fix-Sterne/ welche in dem gantzen Umkreiß der Ecliptic oder des æquatoris, auch nahe bey demſelben ſtehen/ wie denn HEVELIVS folgende 8 darzu erwehlet (1) die Läyre/ 2) das Ochſen-Auge (3) den pollux (4) das Hertz des Löwen/ (5) die ſpicam virginis, (6) den hellen Stern in der Hand des ſerpentarii, (7) den hellen im Adler (8) den Marlab im Pegaſo. Aus denen gefundenen Höhen dieſer Sterne werden derſelben differentiæ aſcenſionales gerechnet; dieſe werden in eine Summe colligiret/ wenn demnach dieſe Summe præciſe einen gantzen Circkel/ das iſt 360 gr. austräget/ ſo kan man ſich auf die Richtigkeit des Inſtruments ſicher verlaſſen.

Und

Und das um ſo vielmehr, wenn dergleichen obſervationes mit einerley Inſtrument etzliche mahl angeſtellet werden, und niemahls ein mercklicher Unterſcheid verſpühret wird.

§. 19. Einer unter denen quadranten, durch welchen nur allein die azimutha derer Sterne gemeſſen werden; daher er auch quadrans azimuthalis genannt wird, wird über einen plano horizontali darauf die Mittags-Linie verzeichnet iſt, verticaliter aufgerichtet, damit er ſich über dem plano nach allen plagis richten laſſe.

§. 20. Die Micrometa damit man die diametros derer Planeten und die kleineſten diſtanzen der Sterne von einander abmiſſet, ſind erſt in vorigen Seculo aufkommen, wer ſie aber zuerſt angegeben, iſt ungewiß. CHRIST. HVGENIVS gedencket zwar ſchon Anno 1658 in ſeinen ſyſtemate ſaturnino p. 82 von dergleichen Inſtrument, hat ihm aber den Nahmen eines micrometri noch nicht beygeleget. Indeſſen bekräfftiget RICHARD. TOVNELEI in denen actis philoſophicis anglicanis daß bereits vor denen innerlichen Kriegen in England ein Mathematicus Nahmens GASCOIGNE mit dergleichen Inſtrument die diametros der Planeten abgemeſſen, ietzo werden ſie auf verſchiedene Manier bereitet. Die allerleichteſte Art iſt, wenn in den focum eines tubi ein meßingerner Ring geſetzet wird, in deſſen Umfang in gleicher diſtanz verſchiedene Lö-

cher gebohret, dadurch dünne Pferde Haare in der Länge und in der Breite gezogen werden, daß ſie ſich in geraden Winckeln ſchneiden, und gleichſam ein Netz formiren. Man braucht aber dergleichen micrometa mehr die phaſes des Mondes und anderer Planeten genau zu verzeichnen, als den diameter derſelben dadurch abzumeſſen. Bey obſervirung der Sonnen-Finſterniſſen hat den gröſten Nutzen dergleichen micrometrum, deſſen ſich die Aſtronomi zu Pariß An. 1706 bey der damahligen groſſen Sonnen-Finſterniß bedienet haben. Es werden nemlich 2 obiectiv-Gläſer von einerley ſection nicht weit von einander geſtellet, dadurch der focus derſelben auf die Helffte verkürtzet wird. Nachmahls ſtellet man in den focum dieſer obiectiv-Gläſer ein dünnes weiſſes Papier, oder an deſſen Statt ein matt geſchliffenes Glaß, auf welchen das Bildniß der Sonnen abgemahlet, und durch 6 circulos concentricos in die gehörige 12 Zoll getheilet iſt; denn obſerviret man wie groß ſich imago diſtinctionis auf bemeldeten Papiere oder Glaſe præſentiret, und ſchiebet die beyden convex-Gläſer ſo weit von einander, biß dieſelbe imago diſtinctionis præciſe in den äuſſerſten Circkel, unter denen, ſo auf dem Papier oder Glaſe beſchrieben ſind, hinein paſſet; ſo werden ſich alle Zoll gar genau unterſcheiden laſſen. Bey Abmeſſung der kleinen diſtanzen der Sterne, ingleichen derer diametrorum derer Planeten ſind ſehr bequem zu gebrau-

Calculi Astron: Tab: VII.

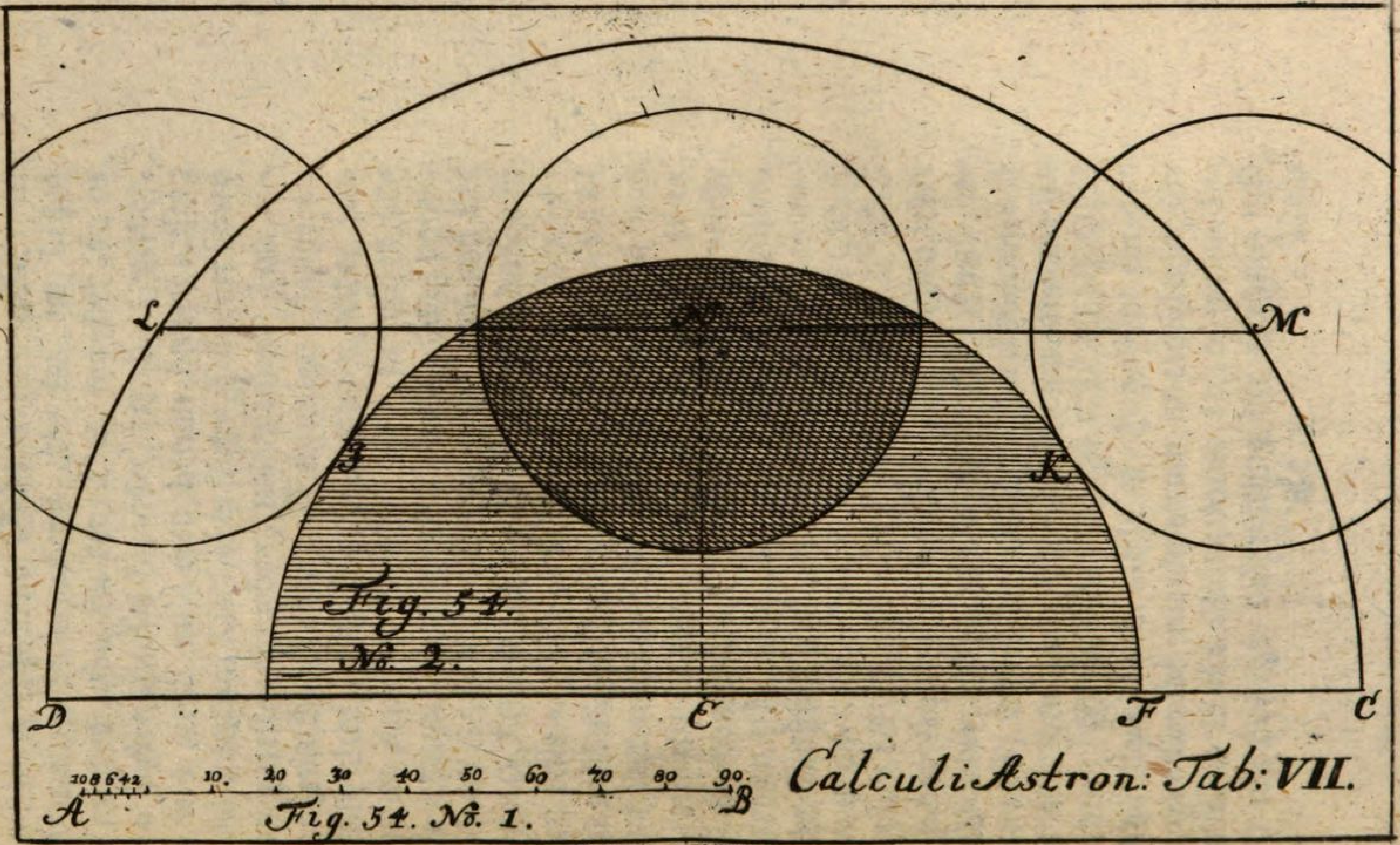


Fig. 54. No. 1.

B

brauchen 2 ſtählerne Schrauben, welche in Meßingenen Mütterchens, die da in denen Seiten des tubi, an dem Ort, wo der focus des obiectiv Glaſes hinfället, befeſtiget werden, ſich fein gleich und eben herum drehen laſſen; Dergleichen hat KIRCH in ſeinen Calender Anno 1707 zuerſt angegeben, und wenn ſie fein accurat gemacht, daß die Schrauben-Gänge alle fein gleich, und die Schrauben ſelber fein dicht an einander ſchlieſſen, ſind ſie vielen andern vorzuziehen, welche ſowohl von vorgemeldeten GASCOIGNE angegeben, und von RICHARD TOVNELEI verbeſſert ſind, davon in denen actis anglicanis OLDENBVRGII A. 1667 n. 29 meldung geſchehen. Der Hr. BALTHASARI beſchreibet noch verſchiedene andere Arten von micrometris in ſeiner micrometria, darinn er ex profeſſo von dieſen Inſtrument handelt, welche allhier zu erklähren würde zu weitläufftig fallen. Sehr künſtlich und accurat iſt über das das micrometrum Hevelianum, welches HECKER in denen actis Lipſienſibus A. 1708 menſe Martio p. 123 ſeq. beſchrieben hat, auf welchen ieder Schrauben-Gang wiederum in 360 Theile getheilet iſt, daher die allerkleineſten diſtanzen auf das aller genaueſte dadurch können abgemeſſen werden. Endlich hat auch Hr. GACKENHOLZ ehemahliger Prof. Med. in Helmſtedt ein gar compendieuſes micrometrum angegeben in denen actis Lipſienſibus (Anno 1710 menſe Iulio) welches zu obſervirung der Sonnen und

Mondes-Finſterniſſen gar commode zu gebrauchen. Es beſtehet daſſelbe aus einen parallelogrammo ABCD (fig. 2) ſo aus 4 blechernen Reguln zuſammen geſetzet, und ſich wie ein parallel Linial zuſammen und von einander ſchieben läſſet; dieſes wird im foco des teleſcopii an einer Seite deſſelben befeſtiget in E und F; Nachmahls wird durch die obſervation geſuchet, wie groß der diameter der Sonnen oder des Mondes ſich im foco des teleſcopii præſentiret, dieſem werden die Seiten des parallelogrammi AB und AC gleich gemacht; Endlich werden die Seiten AB und CD iede in 2 Theile getheilet, und durch die Theilungs-Puncte ſubtile Haare oder Faden gezogen, ſo iſt das micrometrum fertig, dadurch man den diameter der Sonnen oder des Mondes gleich in 12 Theile theilen kan, indem man nur die Reguln AC und BD ſolange zuſammen ſchieben darff, biß ſie den ſcheinbahren diameter præciſe faſſen, dann iſt er ſo fort in 12 Theile getheilet.

§. 21. Die Zeit wird in der aſtronomie abgemeſſen entweder durch bloſſe pendula, deren vibrationes gezehlet werden; (§. 51 mech.) oder durch gute perpendicul-Uhren, auch wohl durch Sonnenweiſer, nach welchen iene müſſen geſtellet werden. GALILAEVS, RICCIOLVS und HEVELIVS haben vielfältig die bloſſen pendula gebraucht, nemlich meßingene Kugeln ſo an meßingenen Ketten von einen Nagel herab gehangen, deren

oſcil-

oſcillationes ſie vorher erforſchet gehabt (probl. 28 §. 56 mech.) weil aber dieſe Art ſehr mühſam und verdrüßlich, auch dabey leicht aus Verſehen, wenn ſo viele tauſend oſcillationes müſſen gezehlet werden, einige können vergeſſen oder verzehlet werden, nicht weniger ſehr beſchwerlich iſt, wenn man beſtändig auf ſolches pendulum muß acht haben, daß es niemahls ſtille ſtehe, ſondern daſſelbe, ſo offt die Bewegung nachläſſet, von neuen mit dem Finger fein ſanfft anſtoſſen muß; ſo pfleget man ietzo bey dem obſerviren mehr die pendul-Uhren zu gebrauchen; bevorab nachdem dieſelbe durch des HVGENII Fleiß verbeſſert ſind, und durch die cycloiden verhindert wird, daß ihre Bewegungen bey Veränderung der Lufft nicht mit verändert werden. Es werden dieſe cycloiden folgender maſſen bereitet. *Probl*

(1) Beſchreibet über den diameter AB (fig. 3) welcher der halben Länge der perpendicul-Stange gleich iſt / einen Circkel (2) nehmet in der peripherie deſſelben die gleichen Theile AC, CD, DE, EF, ingleichen AG &c. nach Gefallen; (3) Ziehet die Linie LM, daß ſie der chordæ FA gleich werde; (4) continuiret dieſelbe biß in N, daß LN = denen beyden chordis AD und DF (5) ſetzet auch aus N nach O herum $\frac{1}{7}$ MN (6) theilet hiernechſt die gantze kleine Linie LO in ſo viel Theile/als der Bogen AF oder AK hält/ (7) traget von dieſen 1 aus C in t, und aus G in p, 2 aus D in u und aus H in q, 3 aus E in x und aus I in r, 4 aus F in z und aus N in s. (5) Ziehet alsdenn die Linien Apqrs und Atuxz / welche die cycloides geben / nach welchen die Bleche zwiſchen welchen die perpendicul-Stange in

in der pendul Uhr gehen muß/ können gebogen und aptiret werden.

Probl. §. 21. **Ob die pendul-Uhr richtig gehe oder nicht, wird folgender Maſſen erforſchet.**

(1) obſerviret auf der Uhr den Augenblick der Zeit/ da ein gewiſſer Stern an einen Tage culminiret; (2) wiederholet dieſe obſervation nach etzlichen Tagen (3) ſubtrahiret die Zeiten/ welche (no. 1 und 2) gefunden von einander/ (4) dividiret dieſe differenz mit der Anzahl der Tage/ welche zwiſchen beyden obſervationen verfloſſen ſind/ iſt das quotum 3′ 56″/ (ſo viel nemlich die fix-Sterne wegen der jährlichen Bewegung der Sonnen §. 98 aſtron. täglich zurück bleiben) ſo gehet die Uhr richtig; kommen mehr Scrupel heraus/ ſo gehet die Uhr zu geſchwinde/ daher muß die Kugel oder Linſe auf der perpendicul-Stange etwas herabgeſchoben werden/ findet man aber durch die diviſion weniger als 3′ 56″ ſo gehet die Uhr zu langſam/ und muß alſo das perpendicul etwas verkürtzet werden/ biß die Uhr mit den Himmel recht accurat gleich gehet.

§. 23. Endlich werden bey denen aſtronomiſchen obſervationibus auch noch verſchiedene teleſcopia gebrauchet. Die Sonne kan ſchon durch ein gutes teleſcopium aſtronomicum von 3 Füſſen dadurch man dieſelbe auf ein weiſſes Papier fallen läſſet, obſerviret werden; will man aber in die Sonne hinein ſehen, nimmt man ein Helioſcopium wie ſolches (§. 74 Dioptr.) beſchrieben. Der Mond, ingleichen die phaſes Veneris und Mercurii, der Ring des Saturni nebſt denen ſatellitibus Iovis præſentiren ſich gar

C

Fig. 55.

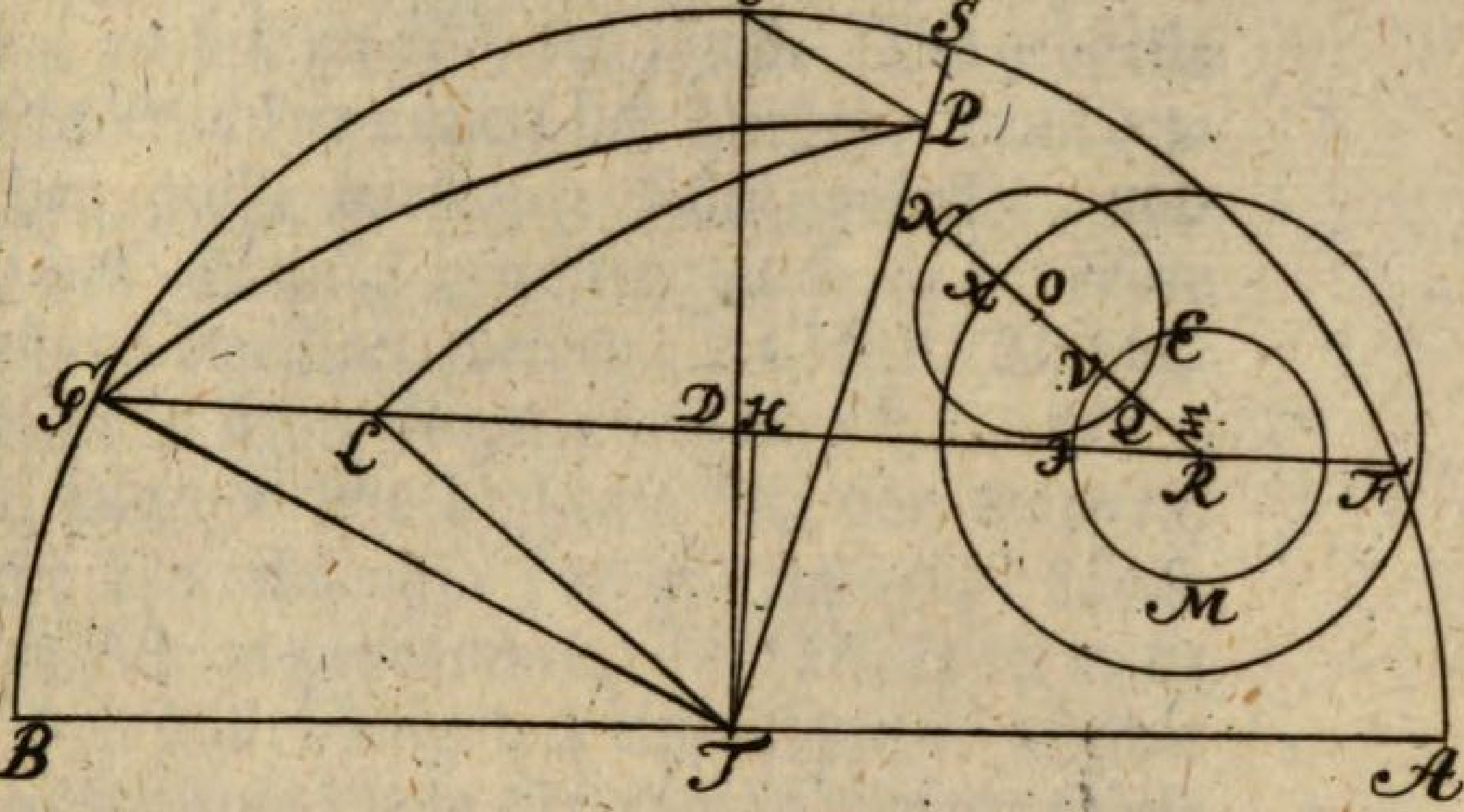
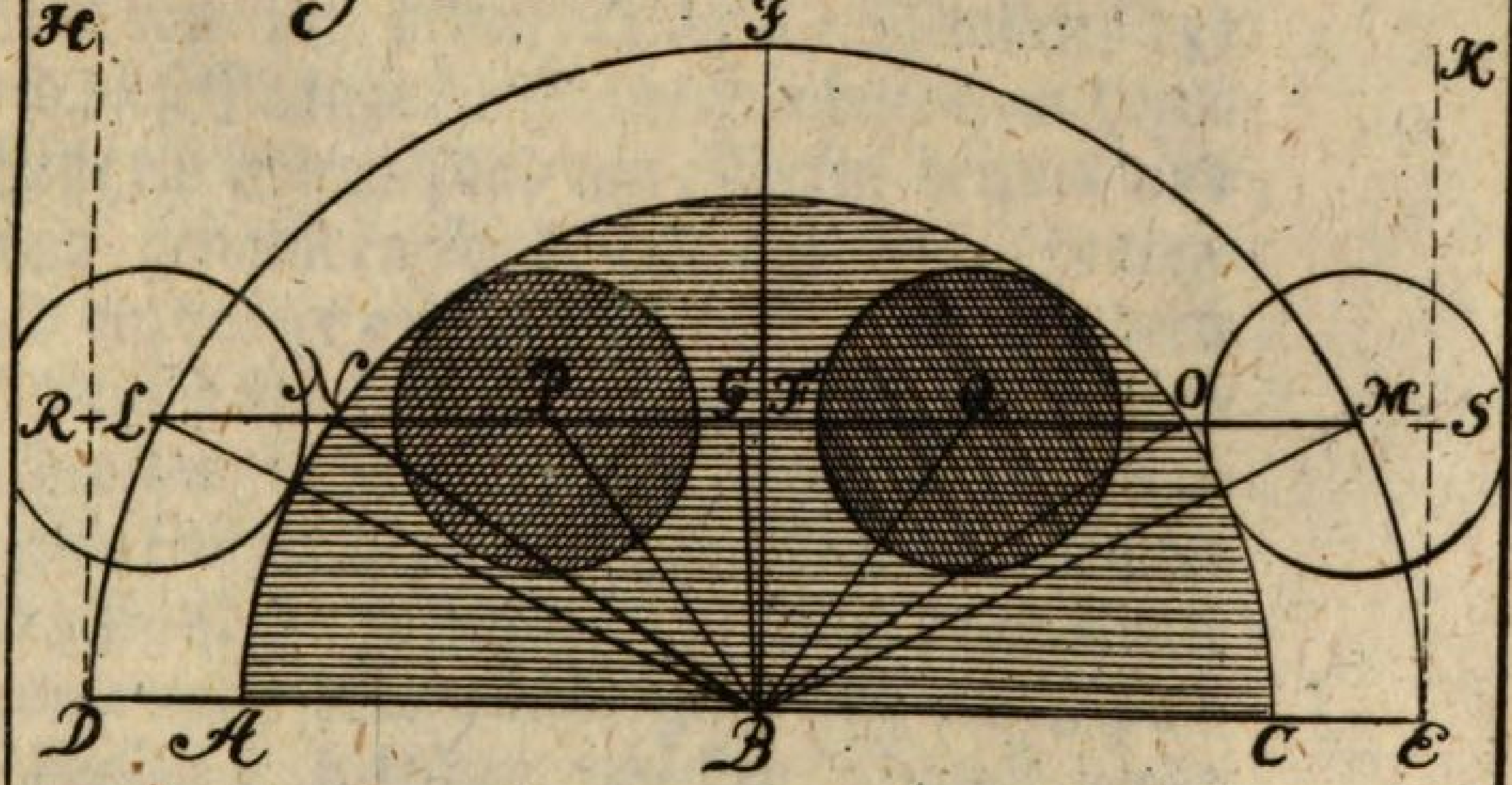


Fig. 58.



Calculi Astronomici.

Tab: VIII.

deutlich, und ſchön durch teleſcopia von 10 biß 12 Füſſen. Des Saturni comites aber werden nicht leicht geſehen durch teleſcopia die unter 24, 30 biß 40 Fuß lang ſind. Die gröſſeſte Beſchwerlichkeit äuſſert ſich hierbey, wenn dergleichen groſſe teleſcopia ſollen geſtellet, und nach den Himmel gerichtet, auch in iedweder Stellung befeſtiget werden. P. CHERVBIM beſchreibet in ſeiner dioptric oculaire P. III ſect. 9 C. I. folgende ſehr bequeme Art von Stativen, welche bey teleſcopiis von mittelmäßiger Länge gar füglich zu gebrauchen. (1) Richtet er über einer baſi triangulari eine höltzerne Säule auf ſo inwendig hohl iſt, (2) in dieſelben ſtellet er eine eiſerne Stange mit Zacken an der Seite wie bey denen Wagen-Winden, (3) wird dieſe Stange durch eine Handhebe, an deren Welle ein Stern-Rad mit Zacken heraus und herein gewunden wird. (4) auf dieſe Stange wird ein hohler cylinder geſetzet, an deſſen obern Theile eine Hülſe befindlich, darinn die Kugel, ſo an der langen Rinnen, auf welcher der tubus lieget, befeſtiget, durch Stellſchrauben kan gerichtet und feſtgeſtellet werden. (5) Muß dieſe Kugel accurat unter dem centro gravitatis der Rinne an derſelben befeſtiget werden, damit beyde Theile mit einander die balance über dem Stativ halten, und deſto leichter ſich nach iedweder Gegend wenden und drehen laſſen. Die gröſſeren teleſcopia werden gar auf kein Stativ geſtellet, ſondern ohne Stativ nach den Sternen gerich-

gerichtet wie HUGENIUS in ſeiner aſtroſcopia compendiaria gelehret hat.

Das III. Capitel.

von

Der erſten Bewegung der Sterne, deren obſervation und Abmeſſung.

§. 24. Indem ſich die Erde beſtändig um ihre axin herumweltzet (no. 5 § 62 aſtron.) wird der meridianus eines ieden obſervatoris allmählig andern Sternen zugekehret, biß ſich die Erde einmal gantz herum gedrehet, da unſer meridianus wieder unter die vorigen Sterne zu liegen kommt. Dieſemnach wird die tägliche Bewegung oder Herumwendung der Erden um ihre axin einmahl in der Zeit abſolviret, da ein Stern præciſe 2mahl in unſern meridianum zu ſtehen kommt. Wollen wir demnach die Geſchwindigkeit dieſer Herumdrehung und die daher entſtehende ſcheinbahre erſte Bewegung der Sterne obſerviren; müſſen wir zuvor die wahre Mittags-Gegend auf das genaueſte determiniren, damit wir den ſitum der Sterne unter den meridiano erkennen mögen.

§. 25. Wie aber die Mittags-Gegend durch die Mittags-Linie richtig zu finden, iſt ſchon (§. 21. 22. geogr.) erklähret worden, dabey weiter nichts zu erinnern, als daß dergleichen obſervation am füglichſten um das ſolſtitium æſti-

æſtivum angeſtellet werde; weil im Früh-Jahr und Herbſt die declination der Sonnen allzu ſtarck wächſet, daher ſie ſich des Nachmittags bey der andern obſervation ſchon etwas verändert, und folglich die Sonne in gleicher diſtanz vom meridiano nicht mehr einerley Höhe hat als ſie zu gleicher Zeit Vormittags gehabt; welches doch (l. c.) angenommen worden. Ingleichen iſt um das Winter ſolſtitium die Mittags Höhe der Sonnen ſehr klein, folglich die refraction zu ſtarck, dadurch die wahre Höhe derſelben abermal verändert wird (§. 54 aſtron).

§. 26. Weil auch die Mittags-Linie öffters auf dergleichen Flächen gebraucht wird, welche nur allein des Morgends oder des Nachmittags von der Sonnen beſchienen werden, und folglich auf denſelben die Mittags-Linie nach vorbeſchriebener Art (§. 21 geom.) nicht kan gefunden werden, iſt nöthig, daß man dieſelbe, wenn ſie erſt an einen Ort richtig gefunden, nachmahls auch an ieden andern Ort transferiren und verzeichnen könne. Dieſes geſchiehet folgender Maſſen.

Die Mittags-Linie von einen Ort an den andern tragen. *Probl*

(1) Richtet ſowol über der gefundenen Mittags-Linie/ als an dem Ort/ dahin dieſelbe ſoll getragen werden einen ſtylum auf recht perpendiculair.

(2 Gebet acht/ wenn zu Mittage der Schatten des ſtyli præciſe auf die Mittags-Linie fället; und notiret als

alsdenn den Schatten des Styli an dem Ort, dahin die Mittags-Linie ſoll getragen werden; dieſer gibt die verlangte Linie.

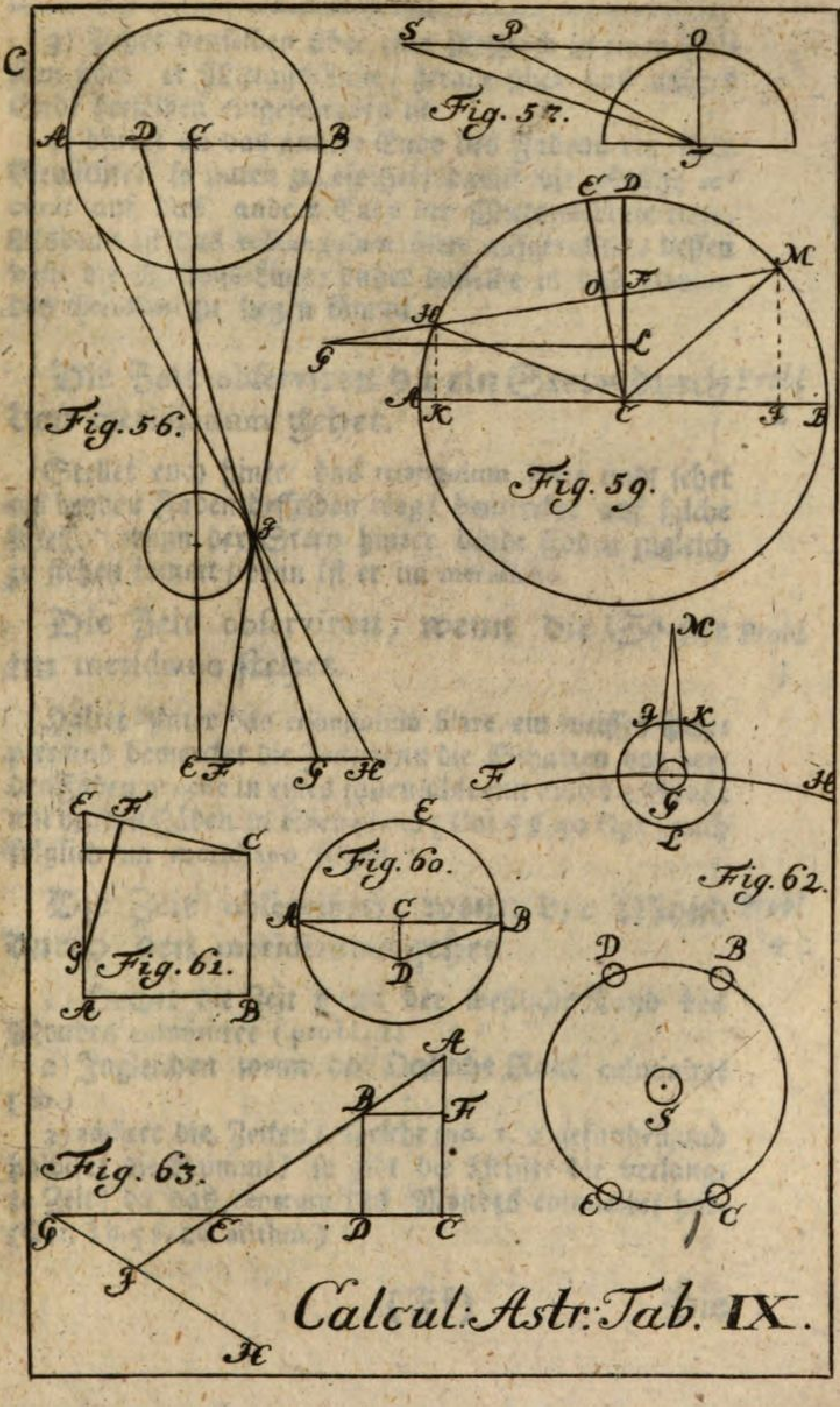
Schol. 1. Soll die obſervation richtig ſeyn, müſſen 2 obſervatores dieſelbe vornehmen, der eine ſtehet bey der bekannten Mittags-Linie, der andere an dem andern Ort, und verzeichnet die geſuchte Linie, wenn der erſtere ein Zeichen gibt.

Schol. 2. Solte auch die Sonne das vorgegebene planum zu Mittage gar nicht beſcheinen, kan die obſervation zu einer ieden andern Zeit angeſtellet werden, da man die Schatten derer ſtylorum auf beyden planis zu einer Zeit verzeichnet, und nachmahls auf dem erſtern plano mit dem transporteur miſſet, wie weit dieſe Schatten-Linie von der Mittags-Linie abweiche, da denn auf dem andern plano eben ſo viel entweder gegen Morgen oder gegen Abend muß zurück gemeſſen werden.

§. 27. Bilden wir uns nun ein, daß die gefundene Mittags-Linie der diameter des meridiani ſey, können wir uns den meridianum ſelber gar leicht am Himmel vorſtellen, und alſo die wahre culmination der Sterne finden; wie nachfolgende problemata deutlich anweiſen.

Probl. I. **Uber der Mittags-Linie ein triangulum filare machen.**

(1) Ziehet die Mittags-Linie auf 2 biß 3 Fuß aus, (2) befeſtiget an dem einen Ende derſelben einen Faden.



Calcul: Astr: Tab. IX.

3) Ziehet denſelben über eine Rolle/ ſo in einen Balcken über er Mittags-Linie/ gerade über das andere Ende derſelben eingeſchroben iſt.

4) bindet an das andere Ende des Fadens ein klein Gewichte/ ſo unten zugeſpitzet/ damit die Spitze accurat auf das andere Ende der Mittags-Linie trete. Alsdenn iſt das rectangulum filare aufgerichtet/ deſſen baſis die Mittags-Linie/ daher daſſelbe in das planum des meridiani zu liegen kömmt.

Die Zeit obſerviren da ein Stern durch den meridianum gehet. Probl 2

Stellet euch hinter das triangulum filare und/ ſehet an beyden Faden deſſelben weg/ bemercket auf ſolche Weiſe/ wenn der Stern hinter beyde Fäden zugleich zu ſtehen kömmt/ denn iſt er im meridiano.

Die Zeit obſerviren, wenn die Sonne im meridiano ſtehet. Probl 3

Haltet hinter das triangulum filare ein weiſſes Papier/und bemercket die Zeit/wenn die Schatten von beyden Fäden præciſe in eines fallen/alsdenn muß die Sonne mit beyden Fäden in einen plano (Cor. 5 §. 40 Opt.) auch folglich im meridiano ſtehen.

Die Zeit obſerviren, wenn der Mond durch den meridianum gehet Probl 4

1) Suchet die Zeit wenn der weſtliche Rand des Mondes culminiret (probl. 2)

2) Jngleichen wenn der Oeſtliche Rand culminiret (ib.)

3) addiret die Zeiten/ welche (no. 1. 2) gefunden/und halbiret die Summe/ ſo gibt die Helffte die verlangte Zeit/ da das centrum des Mondes culminiret hat. (Cor. 1 h. 5 §. 26 arithm.)

Probl. 5 Die Zeit finden, da ein Fix-Stern ſeine tägliche Bewegung einmahl abſolviret.

1) obſerviret die Zeit / wenn der gegebene Stern culminiret (probl. 2)

2) von denſelben Augenblick an laſſet ein pendulum, ſchlagen / und zehlet mit gehörigen Fleiß die vibrationes deſſelben / biß zu der Zeit / da derſelbe Stern wieder unter den meridianum zu ſtehen kömmt / ſo werden dieſe vibrationes geb n, wie lange der Stern in ſeiner täglichen Bewegung / oder vielmehr die Erde in ihrer Herumdrehung zugebracht.

Schol. Wenn das langwiehrige Zehlen deren oſcillationum zu verdrüßlich fället, kan man dazu eine gute und richtige pendul-Uhr gebrauchen, auf welcher die Stunden, Minuten und Secunden gezehlet werden, da der Stern ſowohl das erſte als das andere mahl durch den meridianum gehet.

§. 28. Da nun die Zeit von der erſten culmination eines Sterns bis zu der andern, das iſt, da derſelbe ſeinen gantzen circulum diurnum ſo 360 Grad hält, abſolviret, ein Tag genannt wird, (§ 3 Chronol.) und ein Tag in 24 Stunden, 1 St. in 60 Minuten, 1 Minute in 60 Secunden u. ſ. w. getheilet wird; ſo wird er in einer Stunde des Tages, 15°, in einer Minute 15′, in einer Secunde 15″ abſolviren; und weil alle circuli diurni dem æquator parallel ſind, (§. 30 aſtron.) ſo werden auch in 1 St. 15°, in 1′ 15′, in 1″ 15″ des æquatoris durch

den meridianum beweget werden. Dieſerwegen kan man durch die regulam proportionis (probl. 21 §. 23 arithm.) leichtlich finden, wie viel Grad und Minuten des æquatoris oder eines iedweden paralleli in ieder gegebenen Zeit durch den meridianum beweget werden, ingleichen zu welcher Zeit ein ieder gegebener Bogen des æquatoris durch den meridianum gehet. Aus welchen Fundament Tab. II und III conſtruiret worden, deren Gebrauch in folgenden beſtehet.

Die Zeit finden, in welcher ein gegebener Bogen des æquatoris durch den meridianum gehet. Probl. I

1) Reſolviret den gegebenen Bogen in ſolche Theile/ dergleichen am Rande der Tab. II befindlich.

2) Schreibet bey dieſelben die Zeit welche ihnen in beſagter Tabelle reſpondiret.

3) addiret dieſe Zeit/ welchem iedem Stück des Bogens ins beſondere reſpondiret; ſo gibt die Summe die geſuchte gantze Zeit.

Z. E. Wie bald gehen 64° 43′ 5″ durch den meridianum?

60°	4 St.	0′		
4°		16		
40′			240″	
3′			12	
5″			0	20‴
S.	4 St.	18′	52″	20‴

Probl 2 Den Bogen des æquatoris finden, welcher in gegebener Zeit durch den meridianum gehet.

1) Reſolviret die gegebene Zeit in ſolche Theile dergleichen Tab. III befindlich.

2) ſchreibet bey dieſelben die Bogen welche ihnen in beſagter Tabelle reſpondiren.

3) addiret dieſe Bogen/ ſo gibt die Summe den verlangten gantzen Bogen.

Z. E. wie viel Grad und Scrupel des æquatoris gehen in 4 ſt. 18′ 52″ 20‴ durch den meridianum?

4 ſt.	60°			
10′	2	30′		
8′	2	0		
50″		12	30″	
2″			30	
20‴			5	0″
ſ.	60°	43′	5″	0‴

§. 29. Weil auch die natürlichen oder Sonnen-Tage von deu Tagen der erſten Bewegung etwas differiren (§.4 Chronol.) indem iene dieſe auf 3′ 56″ 32‴ übertreffen; ſo wird in einer Stunde des natürlichen Tages ein grösserer Bogen des æquatoris durch den meridianum gehen, als in einer Stunde der erſten Bewegung, ſo viel nemlich die differenz derſelben 9″ 52‴, (ibid.) wenn ſie in Scrupel des æquaroris reſolviret wird, (§. 28 probl. 2) austräget. Hieraus entſtehet die IV und Vte Tabelle nach deren

deren erſteren die Bogen des æquatoris in die Zeit der natůrlichen Tage, nach der anderen die Zeit der natůrlichen Tage in Bogen des æquatoris folgender Maſſen verändert werden.

Die Zeit des natůrlichen Tages finden, in welchen ein gegebener Bogen des æquatoris durch den meridianum gehet. Probl 1

1) Reſolviret den gegebenen Bogen in dergleichen Theile als am Rande der IVten Tabelle befindlich.

2) ſchreibet bey dieſelben die Zeit welche dieſen Bogen in beſagter Tabelle reſpondiret.

3) addiret dieſe Zeit / ſo gibt die Summe die geſuchte

Z. E. Wie bald gehen 64° 43′ 5″ in einen natůrlichen Tage durch den meridianum?

60° -	3h	59′	20″	24‴		
4 - -		15	57	22		
40′ - - -		2	39	33	36‴	
3 - - - - -			11	58	1	
5″ - - - - -				19	56	42′′′′′
ſ.	4h	18′	9″	37‴	33′′′′	42′′′′′

Den Bogen des æquatoris finden, welcher in gegebener Zeit des natůrlichen Tages durch den meridianum gehet. Probl 2

1) Reſolviret die gegebene Zeit in ſolche Theile dergleichen am Rande der Vten Tabelle befindlich.

2) ſchreibet bey dieſelben die Bogen ſo ihnen in beſagter Tabelle reſpondiren.

3) addiret dieſelben / ſo gibt die Summe den verlangten Bogen

Z. E. Was für ein Bogen gehet in 4 St. 18′ 9″ des natürlichen Tages durch den meridianum?

Probl. 1

4h.	ſ ſ ſ	60°	8″	52″		
10′	ſ ſ ſ	2	30	24	38″	
8′	ſ ſ ſ ſ ſ	2	0	19	0	
9″	ſ ſ ſ ſ		2	15	22	11‴
f.		64°	41′	51″	0‴	11''''

§. 30. Nichtweniger variiret die Tages-Zeit an verſchiedenen Orten der Erden (§. 5 geogr.) wegen der Kugel-runden Figur derſelben; indem ſie einen meridianum allzeit eher der Sonnen zukehret, als den andern; daher ſie an einen Orte eher culminiret als an dem andern, von welcher Zeit auch die übrigen Stunden in der aſtronomiſchen Rechnung angezehlet werden. (ax. 1 §. 17 Chron.) Woraus denn erhellet, daß unter 2 meridianis, welche auf 15 Grad von einander abgelegen ſind, die Zeit auf 1 gantze Stunde differire. Nach dieſer proportion kan man gar leicht die Zeiten da verſchiedene obſervatores einerley phænomena geſehen haben, mit einander conciliiren; indem man nur die differenz der Längen beyder Oerter (probl. 1 §. 28) in die Zeit reſolviren darff; Z. E. wenn der eine obſervator zu Pariß wohnhafft, deſſen Länge 22 . 30′. Der andere in Londen, deſſen Länge 20° 4′ 45″; Daher die differenz derer meri-

Probl. 2

dia-

dianorum 1° 25′ 15″, ſo wird der erſtere ein phænomenon. 5′ 40″ eher obſerviren, als der andere.

Das IV. Capitel,
von der
Höhe und dem Azimuth der Sterne.

§. 31. Indem unſer Zenith mit der Erden in 24 Stunden von Abend gegen Morgen herumgehet, ſo ändert ſich auch alle Augenblick unſer Horizon, indem derſelbe alle Augenblick weiter nach Morgen verrücket wird, daher diejenigen Sterne, welche gegen Morgen geſehen werden, allzeit weiter über den horizont eleviret werden, welche aber gegen Abend ſtehen, kommen demſelben alle Augenblick etwas näher. Daher die Höhe der Sterne gegen Morgen allzeit gröſſer, derer aber gegen Abend beſtändig kleiner wird. Weil auch auf gleiche Weiſe unſer Zenith und folglich unſer Meridianus, der durch das Zenith hindurch gehet (§ 33 aſtron. denen Sternen gegen Morgen immer näher kömmt, ſo wird die diſtanz derſelben von dem meridiano, das iſt ihr azimuth (§. 52 Def. 49 aſtron.) alle Augenblick abnehmen, da in Gegentheil der übrigen Sterne ſo gegen Abend ſtehen, ihr azimuth beſtändig anwächſet.

§. 32. Wie das azimuthum Vormittags allzeit abnimmt, ſo wird auch die diſtanz der Sterne

ne von dem meridiano, welche durch den Bogen des æquatoris der durch den meridianum gehet, ehe der Stern dazu kömmt, gemeſſen wird, (§. 52 aſtron.) allzeit kleiner. Aus welchen Bogen denn auch die Zeit gefunden wird welche verſtreichen muß ehe der Stern zum meridianum kömmt, oder bereits verſtrichen iſt, nachdem der Stern den meridianum paſſiret iſt; ſintemahl iede Stunde 15 Grad des æquatoris durch den meridianum gehen (§. 18). Dieſerwegen haben wir am Himmel folgende obſervationes anzuſtellen.

Probl I **Die Höhe eines Sternes am Himmel obſerviren.**

1) Hanget den quadranten verticaliter an das Stativ ſo daß das centrum deſſelben dem Stern zugekehret ſey.

2) Richtet den quadranten nach den Stern bis euch derſelbe durch beyde dioptern in die Augen fället.

3) Notiret alsdenn die Grad und Minuten, welche der Faden ſo mit der Kugel aus dem centro herabhanget auf dem Rande des quadranten abſchneidet; dieſe geben die verlangte Höhe des Sterns.

Schol. Ob der quadrans recht verticaliter an dem Stativ hange, wird daraus erkannt, wenn der obere ſemidiameter des quadranten nach der Bley-Wage recht horizontal gerichtet iſt, und der Faden mit der Kugel alsdenn über den 90ten Grad zwar dicht an dem quadranten doch frey herab hanget.

Die Höhe der Sonnen obſerviren. Probl 2

Wenn der quadrans recht geſtellet (probl I no I) richtet denſelben nach der Sonnen ſo lange hin und wieder bis auf den hinteren diopter welche euch am nechſten/ im centro derſelben ein helles Punct erſcheinet; alsdenn zehlet wieder die Grad und Minuten / welche der Faden abſchneidet/ dieſe geben die geſuchte Höhe der Sonnen.

Die Höhe des Mondes obſerviren. Probl 3

1) obſerviret (probl. 1) die Höhe des obern Randes des Mondes/

2) Ziehet den halben diameter des Mondes davon ab/ ſo bleibet die Höhe des centri des Mondes übrig.

Schol. Auf gleiche Weiſe kan auch die Höhe der Sonnen obſerviret werden, wenn auf dem quadranten teleſcopiſche dioptern ſich finden.

Die Mittags-Höhe eines Sternes obſerviren. Probl 4

1) Obſerviret das momentum, wenn der Stern culminiret (probl. 2 §.27)

2) alsdenn meſſet ſofort die Höhe deſſelben (probl. 1) dieſe iſt die geſuchte.

Die Mittags-Höhe der Sonnen durch einen ſtylum oder gnomonem obſerviren. Probl 5

1) Richtet einen ſtylum über der Mittags-Linie perpendiculair auf/ ie länger er iſt/ deſto richtiger iſt die obſervation.

2) Notiret zu Mittags-Zeit / wenn der Schatten deſſelben auf die Mittags-Linie fället.

3) Meſſet alsdenn denſelben auf das genaueſte;

4) Meſſet ingleichen auf denſelben Maaßſtabe die Länge des ſtyli

5) Saget; wie die Länge des Schatten / zu der Länge des Styli ſich verhält; ſo verhält ſich auch der ST, zu dem tangenten der geſuchten Höhe der Sonnen/ (ch. 7 §. 41 Opt.)

Schol. VLVGH BEIGH der Parther und Inden König, ein Enckel des groſſen TAMERLANIS hat um das Jahr Chriſti 1437 hiezu einen ſtylum gebraucht, welcher über 180 Römiſche Fuß hoch war. Des IGNATII DANTIS gnomon, welcher in der Kirchen St. Petronii zu Bononien Anno 1576 aufgerichtet worden, hielt 67 Fuß. CASSINVS hat eben daſelbſt Anno 1655 einen gnomonem aufrichten laſſen von 20 Fuß. P. HEINRICH hat in Breßlau An. 1705 dergleichen aufgeſtellet von 35 Fuß.

Probl. 6

Die Höhe des poli obſerviren.

1) Obſerviret zu Winters-Zeit da die Nächte über 12 Stunden lang ſind/ entweder in einer oder verſchiedenen Nächten die Höhen eines Sterns der an euren Orte niemahls untergehet / wenn er den meridianum zu oberſt und unten paſſiret / (probl. 4)

2) addiret beyde Höhen zuſammen/

3) halbiret die Summe derſelben Höhen/ ſo wird dieſe Helffte die geſuchte Höhe des poli geben.

Es ſey z. E. die gröſte Mittags-Höhe eines

Sterns	54°.	17′
die kleineſte	47	47
ſo gibt die Summe	102	4
folglich die Höhe des poli	51°	2′.

Beweiß.

Weil alle Sterne um den polum herumgehen, ſo ſtehet der polus im centro ihrer Bewegung, folglich iſt des poli Höhe die mittlere proportionalis zwiſchen der gröſten und kleinſten Mittags-Höhe eines Sterns, welche auf vorbeſchriebene Art gefunden wird (Cor. Th. 5 §. 26 arithm.)

Schol. Damit die obſervation deſto richtiger ſey, muß ein Stern erwehlet werden, welcher nicht allzuweit von dem polo ſtehet, damit die niedrigſte Mittags-Höhe deſſelben nicht allzu klein, noch daher durch die refraction zu ſehr verändert werde.

Die Höhe des æquatoris obſerviren. Probl. 7

1) Obſerviret die Höhe des poli (probl. 6,)

2) das Cptum derſelben zu 90° gibt die geſuchte Höhe des æquatoris (§. 58 aſtron.) 90

Es ſey Z. E. die Höhe des poli in Jena 51 2′

ſo iſt die Höhe des æquatoris hieſelbſt 38° 58′

Wenn die declination eines Sternes und die Höhe des æquatoris gegeben, ſoll die Mittags-Höhe deſſelben gefunden werden. Probl. 8

1) Wenn die declination nördlich iſt / addiret ſie zu der Höhe des æquatoris.

2) Iſt aber die declination ſüdlich / ſubtrahiret ſie von der Höhe des æquatoris, ſo gibt im erſten Fall die Summe / im andern die differenz die geſuchte Mittags-Höhe des Sterns.

Es ſey Z. E. die Höhe des æquatoris	38°	58
die nördliche declination des Sterns	44	30
ſo iſt die Mittags-Höhe.	83°	28′

Probl 9 **Wenn die Zeit des Tages gegeben, die elongation der Sonnen von dem meridiano finden.**

1) Iſt die Zeit Nachmittags / ſo ſuchet den Bogen des æquatoris der ihr reſpondiret (probl. 2 §. 29)

2) Iſt aber die Zeit Vormittags / ſo ſubtrahiret ſie von 12 Stunden / und ſuchet den Bogen des æquatoris, welcher dem Reſt reſpondiret; dieſer giebt die geſuchte elongation.

Z. E. Welch iſt die elongation der Sonnen des Morgends um 8 U. 25′? das Cptum zu 12 ſt. iſt 3 ſt. 35′.

nun reſpondiren	3 ſt.	45°	7′	24
	30′	7	31	14
	5′	1	15	15
Eg. iſt die elongation		53°	53′	53″

Probl 10 **Wenn die elongation der Sonnen gegeben, ſoll die Zeit des Tages gefunden werden.**

1) Suchet die Zeit / welche dem gegebenen Bogen des æquatoris reſpondiret (probl 1 §. 29)

2) Iſt es Nachmittag / gibt dieſe (no. 1) gefundene Zeit die geſuchte; iſt es aber Vormittag / ſo ſubtrahiret dieſelbe Zeit von 12 Stunden / ſo gibt der Reſt die geſuchte.

Z. E. Es ſey des Nachmittags die elongation der Sonnen 53°. 53′

ſo

ſo reſpondiren	50° , ,	3h	19′	27″	
	3°		11	58	1‴
	50′		3	19	27
	3		11	58	1⁗
daher iſt die Zeit des Tages		3h	34′	56′,	26‴ 1⁗

Das Azimuth eines Sternes obſerviren. Probl II

1) Beſchreibet über der Mittags-Linie einen halben Circkul und theilet ieden quadranten von der Mittags-Linie an in ſeine Grad / auch die Grad in die Minuten/

2) ſchraubet in das centrum dieſes Circkuls ein Linial / daß ſich in den Circkul um das centrum herum drehen laſſe.

3) Bindet das untere Ende von der hypothenuſa des trianguli filaris (probl. I §. 27) an das Ende der Schärffe dieſes Linials / das perpendicul deſſelben aber läſſet præciſe auf das andere Ende / welches über dem centro des Circkuls lieget herunter fallen.

4) Drehet dieſes Linial hin und wieder nach dem Stern des azimuth ihr ſuchet / biß derſelbe gerade hinter beyde Faden zu ſtehen kömmt; alsdenn zehlet die Grad und Minuten / welche das Linial äuſſer dem halben Circkel (no. 1) abſchneidet. Dieſe geben das geſuchte azimuth.

Beweiß.

Die Fläche darauf die Mittags-Linie und und der azimuthal Circkel beſchrieben, præſentiret den horizont; die Mittags-Linie den diameter des meridiani; das triangulum filare den meridianum, unter welchen der Stern ſtehet; alſo iſt der Bogen auf den azimuthal-Circkel zwiſchen der Mittags-Linie und dem triangulo filari das

geſuch-

geſuchte aximuth. (def. 49 §. 52 aſtron). W. Z. B.

Schol. 1 Wenn über der Mittags-Linie ein quadrans azimuthalis aufgerichtet iſt (§. 19) dienet derſelbe an ſtatt des trianguli filaris, da denn das viſir-Linial durch welches dieſer quadrans nach dem Sterne gerichtet wird, auf den quadranten zugleich die Höhe des Sternes abſchneidet.

Schol. 2. Wenn das azimuth der Sonnen oder des Monds geſucht wird, hat man eben das zu obſerviren, was (probl. 3 und 4 §. 27, oder probl. 2 und 3 §. 32) erinnert worden.

Probl 12 Die amplitudinem ortivam oder occiduam eines Sternes obſerviren.

1) Obſerviret des gegebenen Sternes ſein azimuth, wenn er auf oder unter gehet (probl. 11).

2) Iſt daſſelbe unter 90° ziehet es von 90° ab/ iſt es darüber/ werffet 90° davon/ ſo gibt beyderley Reſt die geſuchte amplitudinem ortivam oder occiduam (def. 37 §. 47 aſtron.)

Probl 13 Wenn die amplitudo ortiva eines Sternes gegeben, ſoll der Ort im Horizont gefunden werden, wo der Stern aufgehen wird.

1) Zehlet die gegebene amplitudinem in dem azimuthal-Circkel/ ſo über der Mittags-Linie beſchrieben iſt.

2) Setzet über den terminum derſelben und das centrum

trum des Circkuls ein Linial. Dieſes wird gerade die Gegend zeigen, in welcher der Stern aufgehet.

Das V. Capitel.

von der Declination der Sterne.

§. 33. Wie die erſte Bewegung der Sterne durch die Bogen des æquatoris gemeſſen wird (§. 28) alſo wird die andere Bewegung durch die Bogen der ecliptic gemeſſen, welche den æquator in ſchieffen Winckeln ſchneidet (§. 34 aſtron). Die gröſte obliquität der ecliptic wird durch den Bogen des coluri ſolſtitiorum gemeſſen, welcher zwiſchen den æquator und der ecliptic enthalten iſt (§. 3 ax 13 ſphær.) Daraus erhellet, das die gröſte obliquität der ecliptic der declination der Sonnen in denen punctis ſolſtitialibus gleich ſey; und da ieder Circkel von ſeinen polis auf einen quadranten entfernet iſt (§. 3 ax. 3 ſphær.) ſo iſt ferner offenbar, daß die diſtanz derer polorum des æquatoris und der ecliptic derſelben declination der Sonnen in denen ſolſtitiis gleiche;

§. 34. Wir haben bey der declination der Sonnen in der Rechnung hauptſächlich folgendes zu mercken:

1) 2 Puncte der ecliptic, welche von denen punctis æquinoctialibus gleiche weit entfernet, haben einerley declination.

2) Im

2) Im Früh-Jahr und Herbſt wächſet die declination der Sonnen, im Winter und Sommer nimmt ſie ab.

3) Die gröſte declination der Sonnen iſt im 1 ° ♋ und 1 ° ♑.

4) Nahe bey denen punctis æquinoctialibus wächſet die declination am ſtärckſten, nimmt auch daſelbſt am geſchwindeſten ab.

5) Im Früh-Jahr und Sommer iſt die declination der Sonnen nördlich, im Herbſt und Winter ſüdlich.

§. 35. Ubrigens haben wir nicht allein der Sonnen und derer Planeten declination auf jede Zeit zu finden, ſondern auch derer Fixſterne, ſintemahl auch dieſe nicht allzeit einerley declination behalten. (§. 41 aſtron.) Daher folgende obſervationes vorzunehmen:

Probl. I. Die gröſte obliquität der ecliptic obſerviren.

1) Den Tag vor und nach dem ſolſtitio æſtivo obſerviret die Mittags-Höhe der Sonnen auf das genaueſte (probl. 3 §. 27) und ſubtrahiret die Kleineſte von der Gröſten.

2) Subtrahiret das momentum da das ſolſticium eintritt von der nechſt vorhergehenden, auch nechſt folgenden Mittags-Zeit.

3) Das duplum der Zeit zwiſchen dem Eintritt des ſolſtitii und dem nechſten Mittag ſubtrahiret von 24 Stunden;

4) Saget (probl. 21 §. 23 arithm.) wie der Reſt (no. 3): Der differenz (no. 1) = die differenz der Zeit zwiſchen den Eintritt des ſolſtitii und den nechſten Mittag (no. 2)

(no. 2): der differenz der Mittags-Höhe der Sonnen im ſolſtitio und den nechſten Mittag.

5) addiret dieſe differenz zu der Höhe der Sonnen im nechſten Mittage (no. 2)

6) Von der Summe ſubtrahiret die Höhe des æquatoris (probl. 7 §. 32) ſo bleibet die geſuchte gröſte declination der Sonnen übrig.

Z. E. Es ſoll bey uns das ſolſtitium æſtivum eintreten d. 22 Jun. h. 4 Nachmittag, denſelben Tag ſoll zu Mittage die Höhe der Sonnen obſerviret ſeyn 62° 26′ 48″; Den 23 zu Mittage 62° 26′; Daher die differenz derer Mittags-Höhen 48″; Nun iſt die diſtanz des ſolſtitii von dem nechſt vorhergehenden Mittag 4 ſt. folglich das duplum 8 ſt. und Cptum zu 24 ſt. 16. ſt. Setzet demnach: 16 ſt.: 48″ = 4 ſt: 12″. Endlich addiret dieſe 12″, zu der Höhe der Sonnen; im nechſt vorhergehenden Mittag 62° 26′48″; ſo iſt die Mittags-Höhe der Sonnen im ſolſtitio 62° 27′. Hievon ſubtrahiret die Höhe des æquatoris, welche bey uns 38° 58′; ſo bleibet die gröſte declination 23° 29′ übrig.

Beweiß.

Es ſey HO (fig. 4) der Horizon, AQ der æquator; AS die declination der Sonnen im ſolſtitio; HC die Sonnen-Höhe im nechſt vorhergehenden Mittage, HD die Höhe der Sonnen im nechſt folgenden Mittag. Hat nun die declination von dem nechſt-vorhergehenden Mittag bis zu 4 Uhr Nachmittags auf CS zugenommen, ſo wird ſie von 4 bis zu 8 Uhr wieder

ſo viel abgenommen haben, daher mag ſie von 8 bis wieder zu 12 Uhr den folgenden Mittag, das iſt in denen folgenden 16 ſt. auf CD abgenommen haben; Weil nun bey denen ſolſtitiis die declination in einen Tage gar wenig und alſo alle Stunden gleich viel abnimmt; ſo kan man inferiren; in 16 Stunden iſt die differenz der declination CD (die differenz der Mittags-Höhen) wie groß iſt CS (die differenz der declination in 4 Stunden, nemlich von dem nechſt-vorhergehenden Mittage bis zu dem ſolſtitio). Wird aber CS zu HC addiret, und HA (die Höhe des æquatoris) davon ſubtrahiret, bleibet AS die geſuchte declination übrig. W. Z. B.

Schol. Es könte dergleichen obſervation auch wohl bey dem ſolſtitio brumali angeſtellet werden; weil aber die Sonne alsdenn niedriger ſtehet, folglich die wahre Höhe durch die refraction mehr verändert wird, ſo erwehlet man dazu lieber das ſolſtitium æſtivum.

Probl. 11. **Wenn die gröſte declination der Sonnen gegeben; ſoll die declination derſelben auf iedweden Grad der ecliptic gefunden werden.**

Saget: ST: SR der diſtanz der Sonnen von dem æquinoctio = SR. der gröſten declination der Sonnen : SR der geſuchten declination.

Es ſey z. E. die Sonne in dem 5° 32′ ♓, alſo iſt ihre diſtanz von dem nechſten æquinoctio 26° 27′ davon Log. SR. 96487665

Die

die gröſte declination ſey 23° 30′.
davon Log. SR. 96006997

daher iſt Log. SR 92499662
der geſuchten declination
folglich die declination ſelber 10° 14′

Beweiß.

Es ſey P der polus des æquatoris, (fig. 5) alſo AB der æquator, E der polus der ecliptic, folglich CD die ecliptic, S der Ort der Sonnen, alſo SF die diſtanz derſelben von dem nechſten æquinoctio F, DFB die obliquität der ecliptic, welche die gröſte declination der Sonnen DB miſſet, und GS die geſuchte declination; dieſe alſo zu finden, iſt in dem rechtwincklichten Triangel FGS (weil PG mit AB gerade Winckel macht ax. 14 §. 3 Sphær.) der Winckel F und die baſis FS gegeben, daraus wird SG vorgeſchriebener Maſſen gefundeu (probl. 7 §. 9 Sphær.) W. Z. B.

Schol. Auf dieſe Weiſe werden die tabulæ declinationum eclipticæ auf alle Grad auch wohl Minuten gerechnet, dergleichen man in vielen aſtronomiſchen Schrifften findet, und nur auf ein weniges differiren/ weil ſie die gröſte declination der Sonnen nicht alle gleich groß angenommen (§. 42 aſtron.) Wir haben Tab. VI des Herrn von WVRZELBAV Tabelle, in welcher er die gröſte declination nach ſeinen vielfältigen mit gröſten Fleiß angeſtelleten obſervationi

tionibus 23°: 29′ 54′ ſetzet, aus deſſen Vrania Norica als die richtigſte unter allem beygefüget.

Probl 3. **Wenn der Ort der Sonnen gegeben, ſoll ihre declination aus der Tabelle gefunden werden.**

Suchet das Zeichen oben oder unten in der Tabelle/ den Grad am Rande/ ſo werdet ihr in dem gemeinen Fache die verlangte declination finden.

Schol. 1. Stehen bey dem Ort der Sonnen auch Minuten, ſo müſſet ihr aus der Tabelle die declination, welche dem nechſt gröſten und kleineſten Grad reſpondiret, excerpiren; Die kleineſte von der gröſten ſubtrahiren, und ſagen 60′ geben die gefundene differenz, wie viel die gegebene Minuten; den partem proportionalem welchen ihr auf dieſe Weiſe findet, müſſet, ihr wenn die declination anwächſet, zu der declination des kleineſten Grads addiren, wenn ſie aber abnimmt, davon ſubtrahiren, ſo gibt die Summe oder der Reſt die geſuchte declination auf das genaueſte.

Es ſoll z. E. die declination gefunden worden, wenn der Ort der Sonnen im 15° 24′ ♉.

Dem 16° ♉ reſpondiren	16°	40′	2″
Dem 15° - - - - - - - -	16	22	33
die differenz		17	29

ſagt alſo 60′ : 17′ 29″ = 24′ f. 6′ 59″

Da nun im 16ten Grad die declination gröſſer iſt als im 15ten, ſo wird dieſer pars propor-

tio-

nalis zu der declination im 15ten Grad addiret, daher die geſuchte 16° 29′ 32″

Schol. 2. Es iſt dieſe Erinnerung auch bey dem Gebrauch folgender Tabellen in acht zu nehmen; ſo offt nemlich wegen der Minuten und ſecunden pars proportionalis muß geſucht werden.

Die Declination eines ieden Sternes durch die obſervation finden. *Probl.* 6

Obſerviret die Mittags-Höhe des gegebenen Sterns (probl. 1 §. 32) iſt dieſelbe

1) Kleiner als die Höhe des æquatoris und der Stern ſtehet nach Süden / als in S (fig. 6) ſubtrahiret ſie von der Höhe des æquatoris (HA) ſo bleibet die Südliche declination des Sternes (SA) übrig.

2) Iſt ſie gröſſer als die elevation des æquatoris, und der Stern ſtehet nach Süden z. E. in T, ſubtrahiret davon die Höhe des æquatoris (HA) ſo bleibet die Nördliche declination des Sterns (AT) übrig.

3) Iſt ſie kleiner als die elevation des poli (P) und der Stern ſtehet gegen Norden / z. E. in V, ſubtrahiret ſie von der Höhe des poli (OP) ſo gibt der Reſt (VP) das Cptum der nördlichen declination zu 90°.

4) Iſt ſie gröſſer als die Höhe des poli, und der Stern ſtehet gegen Norden / z. E in X, ſubtrahiret davon die Höhe des poli, (OP) ſo gibt der Reſt PX das Cptum der nördlichen Declination (AX) zu 90°.

Es ſey z. E. im erſten Fall

Die Höhe des æquatoris	38° 58′
Die Mittags-Höhe des Sterns	21 28
Daher iſt Südl. declination	17° 30′

 Im

Im andern Fall.

Die Höhe des Sterns	58°	41′
des æquatoris	38	58′
Die Nördliche Declin.	19°	43′

Im dritten Fall.

Die Höhe des poli	51°.	2
des Sterns	13	17
Das Cptum der Nördl. Declin.	37	45
Die Declination ſelber	52°	15

Im vierdten Fall.

Die Höhe des Sternes	66°	40
des poli	51	2
Das Cptum der Nördl. Declin.	15	38
Die Declination ſelber	74°	22

Schol. Nach dieſen Fundament werden die tabulæ declinationum fixarum conſtruiret, dergleichen Tab. VII befindlich, aber nur auf 30 der vornehmſten Sterne gerichtet iſt; von welchen allzeit einige über dem horizont erſcheinen: Weil ſich aber die declination der Sterne allgemählich ändert (§.43 aſtron.) und erwehnte Tabelle nur auf das Jahr 1720 gehet; ſo müſſen die darinn befindliche declinationes der Sterne auf die vorhergehende und folgende Jahre reduciret werden, Zu dem Ende iſt die differenz, wie viel ſich iedes Sternes declination Jähr-

Jährlich ändert, auf derſelben Tabelle in der nechſten Columne hinzu geſetzet nebſt den Buchſtaben *A* oder *S*. Deren iener bedeutet, daß die differenz Jährlich addiret, dieſe / daß ſie müſſe ſubtrahiret werden. Es wird aber dieſe differenz folgender Maſſen berechnet.

Wenn die Länge und Breite eines Sternes gegeben, ſoll die declination deſſelben gefunden werden. Probl. 5

Der erſte Caſus.

Wenn die Breite des Sternes nichts iſt wird die declination deſſelben / wie die declination der Sonnen berechnet (probl. 3.)

Der andere Caſus.

Wenn die Länge des Sternes nichts / ſo ſaget: ST. SR. der Breite / = SC. der obliquität der ecliptic: SR. der declination. Denn wenn P (fig. 7) der polus æquatoris, C der polus eclipticæ, AB æquator, EL die ecliptic, S der Stern / SV ſeine Breite / ST ſeine declination; ſo iſt der Winckel CVE gerade (ax. 14 §. 3 Sphær.) wird demnach AVE (die obliquität der ecliptic) davon abgezogen / bleibet das Cptum. SVT übrig; daher in dem gerade-wincklichten Triangel STV kan inferiret werden: ST: SR. SV (die Breite) = SR. SVT (Cpti der obliquität der ecliptic) : SR. ST (der Declination) probl. 7 §. 9 Sphær. W. Z. B.

Der dritte Caſus.

Wenn der Stern Länge und Breite hat.

1) Saget: ST: SC der Breite des Sterns / = SC. der diſtanz deſſelben von dem nechſten æquinoctio: SC. Inv. I.

2) SR. Inv. I. : ST = SR. der Breite: SR. Inv. II.

3) Wenn die Breite und declination beyderſeits nördlich oder beyderley ſüdlich ſind / addiret Inv. II. zu der obliquität der ecliptic. Iſt aber die eine nördlich die andere ſüdlich / ſubtrahiret jenes von dieſer / ſo gibt die Summe oder der Reſt inventum III.

4) Saget: ST : SR. Inv. I. = SR. Inv. III : SR. der geſuchten Declination :

Beweiß

Es ſey P (fig. 8) der polus æquatoris, AB der æquator, E der polus der ecliptic, GL die ecliptic, S der Stern, ſo iſt SC die Breite, CF die diſtanz deſſelben von dem nechſten æquinoctio, SD die declination; dieſe zu finden wird in dem Triangel SCF aus der Seiten FC und CS geſucht die baſis FS (Inv. I.) probl. 14 §. 9 ſphær. Ingleichen aus der baſi FS und der Seite SC der Winckel SFC (Inv. II) probl. 2 §. 9 ſphær. Iſt nun ſowohl die Seite als die declination nördlich wie allhie, ſo wird Inv. II, das iſt der Winckel SFC zur obliquität der ecliptic CFD addiret, ſo gibt die Summe den Winckel SFD; iſt aber die Breite ſüdlich, die Declination nördlich (fig. 9) ſo ſubtrahiret den Winckel CFS (Inv. II) von der obliquität der ecliptic CFD, ſo habt ihr den Winckel SFD (Inv. III). Letztlich ſuchet in dem Triangel SFD, aus dem Winckel SFD und der Seite FS (Inv. I.) die Seite SD (probl. 7 §. 9 ſphær.) die geſuchte Declination. W. Z. B.

Z. E. Es ſey die Långe des Ochſen-Auges 6° 53′ II, die ſüdliche Breite 5° 29′; hieraus ſoll die nördliche Declination gefunden werden.

Log. SC. 66°. 53	95939555	
Log. SC. 5 . 29	99980081	
Log. SC. 23°. 0′	95919636	Inv. I.
Log. SR. 5°. 29′	189802589	
Log. SR. 67°. 0	99640261	
Log. SR. 5° 58′	90162328	Inv. II
23 30	obliquitåt der eclipt.	
17° 32′	Inv. III	
Log. SR. 17°. 32′	94789423	
Log. SR. 67° 0′	99640261	
Log. SR. 16° 6′	94429684	

Declination des Ochſen-Auges.

Schol. 1. Wen nun bekannt iſt, wie viel ſich die Långe der Fixſterne Jåhrlich veråndert (§. 45 astron.) ſo kan man auf dieſe Weiſe ausrechnen, wie viel die Declination Jåhrlich ab- und zunimmt. Man ſetzet aber die Verånderung der Declination alle Jahr gleich, weil ſie kaum alle 100 Jahr ein weniges austrǻget (ib.) daher die differenz des Ab- oder Zunehmens in eintzelnen Jahren gar nicht mercklich iſt.

Schol. 2. Auf gleiche Weiſe kan auch die declination der Planeten berechnet werden, wenn ihre Länge und Breite bekannt iſt.

Probl 6 Die Declination eines Sternes aus denen Tabellen auf iedwedes Jahr berechnen.

1) Suchet den Stern in der VIII Tabelle und notiret ſeine Declination auf das Jahr 1720; ingleichen die Jährliche Veränderung derſelben.

2) Multipliciret dieſe Veränderung mit der Anzahl der Jahre / in welchen das Gegebene von dem 1720ten differiret;

3) Wenn in der Tabelle bey der Jährlichen differenz A ſtehet / und das gegebene Jahr über 1720 iſt / ſo addiret dieſes product zu der (no. 1) gefundenen declination, iſt aber das Jahr vor 1720 / ſo ſubtrahiret; ingleichen wenn bey der differenz S ſtehet / ſubtrahiret im erſten und addiret im letzten Fall; ſo gibt die Summe oder die differenz die verlangte declination auf das gegebene Jahr.

Z. E. Ihr wollet die declination des Ochſen-Auges auf dieſes 1725 Jahr finden. Anno 1720 war dieſelbe 15° 56′ 30″. Die Jährliche differenz iſt 9″ folglich in 5 Jahren 45″ welche wegen den Buchſtaben A müſſen addiret werden. Daher iſt die declination Anno 1725 15° 57′ 15″.

Das

Das VI. Capitel.

von der Aſcenſion und Deſcenſion der Sterne.

§. 36. Wenn alle Einwohner der Erden auf einer ſphæra recta wohneten, daß ihnen die poli im horizont lågen, und alſo ſowohl der æquator, als deſſen paralleli durch den Horizont und Meridianum in 4 gleiche Theile geſchnitten wůrden, ſo wůrde derſelbe Grad des æquatoris, welcher mit einen Stern aufgehet auch zugleich mit ihm zu den meridianum kommen, nicht weniger mit ihm untergehen, ſintemahl eines iedweden Circkels quadrans 90 ° hålt. Wenn nun ein Stern 90 Grad von dem horizont bis zu den meridianum zu gehen håtte, und inzwiſchen auch 90 ° des æquatoris durch den meridianum giengen, ſo můſte nothwendig die aſcenſio obliqua, aſcenſio recta und deſcenſio einerley ſeyn, (§. 49 aſtron). So wohnen wir aber in einer ſphæra obliqua, da die circuli diurni aller Sterne auſſer dererjenigen ſo im æquatore ſtehen, durch den horizont ſchieff und in ungleiche Theile getheilet werden, wie (fig. 10) anweiſet; daher haben dieſe Sterne entweder mehr oder weniger als einen quadranten von dem horizont biß nach den meridianum zu gehen, der æquator aber, als ein gröſſerer Circkel wird auch in dergleichen ſchieffen ſphæra durch den Horizont und Meridianum in 4 gleiche Theile getheilet (ax. 9 §. 3 ſphær.)

ſphær). Daher iſt nicht möglich, daß derſelbe Grad des æquatoris der mit dem Stern aufgehet, ſolte zugleich mit ihm culminiren und untergehen; weil in der Zeit da er von dem horizont zu dem meridianum beweget wird, entweder mehr oder weniger Grad des æquatoris durch den meridianum hindurch gehen; dieſemnach haben wir ſowohl die gerade als ſchieffe aſcenſion und deſcenſion der Sterne zu berechnen.

§. 37. Gleicher Weiſe variiren auch die aſcenſiones und deſcenſiones verſchiedener Bogen der ecliptic, weil dieſe zwar alle ſchieff, aber nicht alle gleich ſchieff aufgehen, ſintemahl einige über, andere unter dem æquator ſtehen, daher es auch kommt, daß mit einigen mehr, mit andern wenigere Grad des aequatoris auf- und unter gehen. Inzwiſchen haben iede quadranten der ecliptic, welche ſich vom puncto aequinoctiali oder ſolſtitiali anfangen, einerley aſcenſiones. Wie denn auch 2 gleiche Bogen, welche von denen punctis cardinalibus gleiche weit entfernet ſind, gleiche aſcenſiones haben. Wir haben alſo folgende problemata zu reſolviren:

Probl. I. Wenn die diſtanz der Sonnen von dem nechſten aequinoctio gegeben, ſoll die aſcenſio recta derſelben gerechnet werden.

1) Setzet: ST: SC.] der obliquität der ecliptic = Tang. der diſtanz der Sonnen von dem nechſten æquinoctio: Tang. Inv. I.

2) So lange die Sonne in denen ſignis vernalibus gehet / iſt das inventum I die geſuchte aſcenſio R. ſelber; in denen æſtivis gibt das Cptum no. 1 zu 180° die geſuchte aſcenſion, in denen autumnalibus addiret das Inv. I zu 180° / ſo gibt die Summe die verlangte aſcenſion, in denen brumalibus ziehet daſſelbe Inv. I von 360° ab / ſo bleibet die aſcenſio recta übrig.

Beweiß.

Es ſey P (fig. 5) der polus mundi, AB æquator, CD die ecliptic, F das aequinoctium, S der Ort der Sonnen; SF die diſtanz derſelben von dem nechſten aequinoctio. Daher wird in dem gerade-wincklichten Triangel FGS, aus der baſi FS (der diſtanz der Sonnen von dem nechſten aequinoctio) und den Winckel SFG (der obliquität der ecliptic) die anliegende Seite FG geſuchet (probl. 8 §. 9 ſphaer.) welche das inventum 1mum gibt; iſt nun FD der erſte quadrans der ecliptic, ſo iſt FG die geſuchte aſcenſion ſelber, (def. 14 §. 49 aſtron.) iſt aber FD der andere quadrans eclipticae, ſo iſt auch BF der andere quadrans des aequatoris, daher muß FG von 180° ſubtrahiret werden, ſo bleibet die aſcenſio recta übrig. u. ſ. f. W. Z. B.

Z. E. Es ſey die Sonne im 3° 3′ ♒ daher ihre diſtanz von dem nechſten aequinoctio 56° 57′,

davon

davon Log. T. 101866532
Logar. SC. 23°. 30′ 99623978

Logar. T. Inv. I 54°. 39′ 101490510

Da nun die Sonne in denen Winter-Zeichen gehet, so iſt das Cptum 54° 39′ zu 360° die geſuchte aſcenſion 305° 21′

Schol. Auf ſolche Art iſt die Tabula aſcenſionum rectarum Tab. IX auf alle Grad der ecliptic berechnet, darinn die obliquität der ecliptic nach des Herrn von WURZELBAU obſervationibus 29° 29′ 54″ geſetzet iſt, und die verlangte aſcenſion gefunden wird, wenn man das Zeichen in der obern Columne ſuchet, die Grad am Rande, ſo ſtehet die verlangte aſcenſion in dem gemeinen Fache. Z. E. iſt der Ort der Sonnen im 3° ♒, ſo iſt die gerade aſcenſion derſelben 305° 18′. Wenn aber bey denen Graden des Bogens der ecliptic Minuten und ſecunden ſtehen, muß nach den ſchol. probl. 3 §. 35 die gefundene aſcenſion durch den partem proportionalem corrigiret werden.

Probl 2 **Wenn die aſcenſio recta der Sonnen gegeben, ſoll die aſcenſio recta eines Sternes am Himmel obſerviret werden.**

1) Obſerviret / wenn die Sonne durch den meridianum gehet (probl. 3 §. 27)

2) Notiret alsdenn auf einer guten und richtig geſtellten pendul Uhr die Zeit / welche von vorigen Mittag biß auf das momentum, da der Stern den meridianum paſſiret verfloſſen iſt.

3) con-

3) convertiret dieſe Zeit in einen Bogen des æquatoris (probl. 2 §.28)

4) addiret dieſen Bogen zu der geraden aſcenſion der Sonnen im vorigen Mittag / ſo gibt die Summe die verlangte aſcenſion des Sternes.

Z. E. Es ſey die aſcenſio recta der Sonnen 305° 21′ und der Stern ſoll des Abends um 5 Uhr 14′ den meridianum paſſiret ſeyn; welcher Zeit 78° 30′ reſpondiren, daher die aſcenſio recta des Sternes 23° 51′.

Beweiß.

Wenn die Zeit von vorigen Mittag biß der Stern durch den meridianum gehet, in einen Bogen des aequatoris convertiret wird, ſo habt ihr die elongation des Sternes von dem meridiano, im vorigen Mittage; die aſcenſio recta der Sonnen aber, gibt den Grad des aequatoris der zu Mittage im meridiano ſtehet; kommen zu dieſen diejenige, welche hindurch müſſen, ehe der Stern zum meridiano kommt, ſo habt ihr denjenigen Grad, welcher mit dem Stern ſelber unter den meridianum zu ſtehen kommt. W. Z. B.

Schol. Auf ſolche Weiſe ſind die aſcenſiones aller Sterne obſerviret, und in denen Tabellen verzeichnet worden, dergleichen auch Tab. VIII von 30 der fürnehmſten Sternen befindlich. Weil aber die Länge der Sterne Jährlich etwas anwächſet (§.45 aſtron.) ſo nimmt auch die aſcen-

ſio

ſio recta etwas zu. Dieſerwegen ſtehet in der nechſten Columne die Jährliche differenz dabey, welche mit der Zahl der Jahre, darinn das gegebene von dem 1720ten differiret, muß multipliciret, und das product nach dem 1720ten Jahre zu der gefundenen aſcenſion addiret, in denen vorhergehenden aber ſubtrahiret werden, daß auf das gegebene Jahr die verlangte aſcenſion heraus komme, wie (probl. 6 §. 35) angewieſen. Z. E. des Ochſen-Auges aſcenſio recta iſt Anno 1720 geweſen, 64° 58′ 55″ die Jährliche differenz iſt 51′ $\frac{22}{25}$, das macht in 5 Jahren 4′ 19″, daher iſt die aſcenſio recta dieſes Sternes Anno 1725 65° 3′ 14″. Es wird aber dieſe Jährliche differenz der aſcenſion folgender Maſſen gerechnet.

Probl 3 **Wenn die Länge und Breite eines Sternes gegeben, ſoll ſeine aſcenſio recta gefunden werden**

Der erſte Caſus.

Wenn die Breite o iſt/ wird die aſcenſion nach dem probl. 1 gefunden.

Der andere Caſus.

Wenn die Länge o oder 6 Zeichen / ziehet die obliquität der ecliptic AVE (fig. 7) von 90° (den geraden Winckel EVS) ab / ſo bleibet der Winckel TVS übrig / folglich ſind in dem gerade-wincklichten Triangel VTS die baſis VS (die Breite des Sternes) und der Winckel TVS gegeben/ daraus die anliegende Seite VT gefunden wird (probl. 8 §. 9 ſphær.) Saget nemlich SC

des

des Winckels 1VS : ST. ⫶ TC. der Breite: TC. der Sei-te VT. Dieſe Seite VT gibt die geſuchte aſcenſion des Sterns/wenn die Länge nichts und die Breite ſüdlich; iſt aber die Länge nichts und die Breite nördlich/ iſt dieſelbe VT das Cptum der aſcenſion zu 360°; oder wenn die Länge 6 Z. und die Breite ſüdlich/ iſt VT, das Cptum der aſcenſion zu 180 Z; wäre aber die Länge 6 Z. und die Breite nordlich/ gibt die Summe des Bogens VT und 180 die verlangte aſcenſion.

Der dritte Caſus.

Wenn der Stern Länge und Breite hat.

Saget 1) *ST: SC* der Breite des Sternes ⫶ *SC*. der diſtanz des Sternes von dem nechſten æquinoctio: *SC*. Inv. I.

2) *SR*. Inv. I: *ST* ⫶ *SR*. der Breite: *SR*. Inv. II.

3) Wenn die Breite in denen nördlichen Zeichen der Länge nördlich/ oder in denen ſüdlichen ſüdlich iſt/ addiret das Inv. II zu der obliquität der ecliptic; iſt aber die Breite in denen nördlichen Zeichen ſüdlich/ oder in denen ſüdlichen nördlich/ ſubtrahiret jenes Inv. II von der obliquität der ecliptic, ſo gibt die Summe oder der Reſt da Inv. III.

4) Saget: *SC* Inv. III.: *ST* ⫶ *TC*. Inv. I.: *TC*. Inv IV.

5) Dieſes Inv. IV iſt die aſcenſion, wenn die Länge unter 3 Z. iſt dieſe über 3 Z. nehmet das Cptum des Inv. IV zu 180°, iſt ſie über 6 Z. addiret zu dem Inv. IV 180°; iſt ſie endlich über 9 Z. nehmet das Cptum Inv. IV zu 360°; ſo habt ihr in allen Fällen die geſuchte aſcenſion.

Der Beweiß iſt einerley mit dem Probl. 5 §. 35. Z. E. es ſey die Länge des Ochſen-Auges 6° 53′ II, die ſüdliche Breite 5° 29′; ſo iſt (wie ſchon oben in dem Exempel probl. 5 gefunden worden) Inv. I. 67°; Inv. II. 5° 58′; Inv. III 17°. 31′.

folglich Log. TC. Inv. I. 196278519
Log. SC. Inv. III. 199793398

Log. TC. Inv. IV. 66° 96485121

Weil demnach die Länge noch unter 90°; ſo iſt die gerade aſcenſion des Ochſen-Auges 66°.

Schol. Auf dieſe Weiſe kan auch der Planeten ihre aſcenſion gerechnet werden, wenn ihre Länge und Breite gegeben iſt. Weil aber der Fixſterne ihre Breite unveränderlich iſt, (§. 46 aſtron.) und die Länge ſich auch nur Jährlich auf ein geringes verändert, (§. 45 aſtron.) ſo kan man ohne mercklichen Unterſcheid die Jährliche Veränderung ihrer aſcenſion einerley ſetzen, wie in beygefügter Tabelle (Tab. VIII) geſchehen.

Probl 4 **Aus der diſtanz zweyer Sterne und der declination derſelben, nebſt der geraden aſcenſion des einen die aſcenſion des andern finden.**

Es ſey AB (fig 11) ein Bogen des æquatoris, und alſo P der polus, *AS* die declination des einen Sternes, BO des andern; *SO* ihre diſtanz, ſo ſind in dem Triangel *PSO* die 3 Seiten bekannt (weil PS und PO die Cpta der declinationum zu 90° ſind) aus dieſen ſuchet den Winckel P, (probl. 11 §. 14 ſphær.) welchen der Bogen AB miſſet; dieſer aber iſt die differenz derer aſcenſionum A und B, ſtehet demnach der Stern, deſſen aſcenſion ihr ſuchet, weiter gegen Morgen, ſo addiret dieſe differenz zu der gegebenen aſcenſion, ſtehet er aber weiter gegen Abend, ſo ſubtrahiret ſelbige differenz von der gegebenen aſcenſion, die Summe oder der Reſt gibt die verlangte aſcenſion.

Z. E. Es ſey die declination des Sternes O der weiter nach Abend ſtehet, 38° 36′, deſſen gerade aſcenſion 206° 40′, die declination des Sternes S 28° 40′ die diſtanz derſelben 24° 30′

Log. SR. SP. 61°	12′,	99426561	
Log. SR. OP. 51	24	98929404	
		198355965	
Die differenz	9°	48′	
Die Seite SO	24	30	
Die Summe	34	18	½ 17° 9′
Die differenz	14	42	½ 7° 21′

Log. SR. 17° 9′	94696369
Log. SR. 7° 21′	91069729
	385766098
	198355965
	187410133
	½ 93705066 f. 13° 34′

		2
Daher iſt die differenz der aſcenſionum	27	8
Die aſcenſion des Sternes O.	206	40
Die aſcenſion des Sternes S.	233°	48′

§. 38. Weil ſich der æquator und die ecliptic in denen punctis æquinoctialibus ſchneiden, iſt dieſer puncte ihre ſchieffe aſcenſion einerley; hingegen weil die ecliptic in denen punctis ſolſtitialibus von dem æquator am weiteſten abweichet

chet, ſo iſt auch die differenz beyderley aſcenſionum in ſolchen Puncten am gröſten. Je weiter demnach die Sonne von denen punctis æquinoctialibus entfernet iſt, deſto gröſſer iſt der Unterſcheid zwiſchen ihrer geraden und ſchieffen aſcenſion, welchen man differentiam aſcenſionalem nennet. Hieraus folget noch weiter, daß dieſe differentia aſcenſionalis am geſchwindeſten ſich bey denen punctis æquinoctialibus ändere, weil daſelbſt die declination ſich am geſchwindeſten ändert; Hingegen iſt bey denen punctis ſolſtitialibus die Veränderung der differentiæ aſcenſionalis in kurtzer Zeit gar nicht mercklich, indem daſelbſt die diſtanz der ecliptic von dem æquator ſich in kurtzer Zeit nur auf ein ſehr weniges ändert.

§. 39. Uber dieſes erhellet, (§. 36) daß, weil die nördlichen Sterne mehr als einen quadranten von dem horizont biß zu den meridianum zu gehen haben, die ſüdlichen aber einen kleinern, bey ienen die gerade aſcenſion gröſſer ſey als die ſchieffe, bey dieſen hingegen kleiner. Welches bey Auflöſung folgender problematum wohl zu mercken.

Probl. 1 **Wenn die Höhe des poli gegeben, und die declination eines Sternes, ſoll die differentia aſcenſionalis gefunden werden.**

Setzet (probl 12 §. 9 ſphær.) Tang. der Höhe des æquatoris (Cpti die Höhe des poli §. 51 aſtron.): Tang. der declination = ST: SR. der differentiæ aſcenſionalis.

Beweiß.

Es ſey Z das Zenith fig. 12) daher HI der Horizon, P der polus des æquatoris, AC der æquator, S der Stern, folglich SD die declination, B das punct des æquatoris ſo mit den Stern aufgehet, D dasienige ſo mit den Stern unter dem meridiano ſtehet, daher BD die differentia aſcenſionalis, dieſe zu finden ſind in dem rechtwincklichten Triangel BDS gegeben, die Seite DS (die declination) und der Winckel B, (welchen der æquator mit den horizont machet.) Hieraus wird (probl. 12 §. 9 ſphær.) die andere Seite BD gefunden. W. Z. B.

Z. E. Es ſey die Höhe des poli 51° 2′, folglich des æquatoris 38° 58′, die Sonne ſtehe im 3° 1′ ♒ allwo ihre declination 19° 32′:

Log. T. 19°. 32′	195499511
Log. T. 38° 58′	99078525
Log. SR. 26° 1′	96420986

die differentia aſcenſionalis der Sonnen.

Schol. 1. Nach dieſen Fundament iſt die VIIte Tabelle conſtruiret worden, darinnen die differentiæ aſcenſionales auf die elevationes poli von 50, 51 und 52 Grad befindlich, wenn die declination der Sterne nicht über 52 Grad iſt. Will man nun die differentiam aſcenſionalem eines Sterns finden, ſo ſuche man den Grad der Höhe des poli oben in der Tabelle, die Grad

der declination des Sternes am Rande oben zur Lincken, ſo wird in dem gemeinen Fach die verlangte differentia aſcenſionalis gefunden werden. Z. E. wenn die declination des Sternes 20°, iſt unter unſer elevation von 51° die differentia aſcenſionalis 26° 43′.

Schol. 2. Stehen bey der declination des Sternes, oder bey der Höhe des poli, oder bey allen beyden Minuten, ſo muß (Schol. probl. 3 §. 35) pars proportionalis gefunden werden. Es ſey z. E. die elevatio poli 51° 20′, die Declinatio des Sterns 20° 40′, ſo nehmet die differentias aſcenſionales von 20° und 21° aus beyden Columnen darüber 51° und 52° ſtehen; wie denn unter 51°   unter 52°

	20.	26°	43′	27.	46
	21.	28	18	29.	26
daher die differ.		1	25	1	20

ſuchet demnach (1) partem proportionalem vor die Minuten der declination, als 60′ : 1° 25′ = 40′ f. 55′ item 60 : 1° 20′ = 40 f. 53′

2) addiret ieden partem proport. zu dem was 20° reſpondiret, ſo ſtehet unter 51°, 28° 8′ unter 52° 29°. 6′.

3) ſubtrahiret auch dieſe beyden differentias von einander, ſo iſt die differenz 58′

4) daher ſetzet nochmahls 60′ : 58′ = 20′ f. 19′

5) addiret dieſen part. proport. zu dem was bey 51° ſtehet, ſo gibt die Summe 28° 27′ die geſuch-

geſuchte differentiam aſcenſionalem auf die elevation von 51° 20′ vor die declination von 20° 40′

Wenn die aſcenſio recta und differentia aſcenſionalis gegeben, ſoll die aſcenſio obliqua gefunden werden. *Probl 2*

Wenn die gerade aſcenſion unter 6 Zeichen / ziehet die differentiam aſcenſionalem davon ab / iſt iene aber über 6 Zeichen / ſo addiret dieſe dazu / die Summe oder die differenz geben die verlangte ſchieffe aſcenſion; Es ſey die gerade aſcenſion der Sonnen 305° 21′, die differentia aſcenſionalis 25° 57′, ſo iſt die ſchieffe aſcenſion 331° 18′.

Schol. Auf ſolche Art iſt die Xte Tabelle derer ſchieffen aſcenſionen auf die Höhe des poli von 50 bis 52 Grad conſtruiret worden. In welcher unter gehöriger Höhe des poli, das Zeichen der Länge des Sternes oben, der Grad am Rande zur Lincken geſuchet wird, ſo ſtehet die verlangte aſcenſion in dem gemeinen Fach. Wo aber Minuten bey denen Graden der Länge oder der Höhe des poli oder bey beyden ſtehen, muß pars proportionalis geſuchet werden, wie vorhin (ſchol. 2 probl. 1) geſchehen.

Wenn die gerade aſcenſion nebſt der differentia aſcenſionali gegeben, ſoll die ſchieffe deſcenſion gefunden werden. *Probl 3*

Wenn die declination des Sternes nördlich iſt / addiret zu der geraden aſcenſion die differentiam aſcenſionalem, iſt aber die declination ſüdlich / ſo ſubtrahiret die-

dieſelbe differenz von der geraden aſcenſion, ſo gibt die Summe oder der Reſt die geſuchte ſchieffe deſcenſion.

Es ſey Z. E. die gerade aſcenſion eines Sternes 305° 21′
die declination ſüdlich, die diff. aſc. 25 57
ſo iſt die ſchieffe deſc. des Sternes 279° 24′

Probl. 4 **Wenn die ſchieffe aſcenſion ſamt der differentia aſcenſionali gegeben, ſoll die ſchieffe deſcenſion gefunden werden.**

Dupliret die differentiam aſcenſionalem, und addiret dieſes duplum, wenn die declination nördlich, zu der geraden aſcenſion, oder ſubtrahiret ienes von dieſer, wenn die declination ſüdlich iſt, ſo gibt die Summe oder der Reſt die verlangte ſchieffe deſcenſion.

Z. E. Wenn die gerade aſcenſion 305° 21′
die differ. aſc. 25° 57′, davon das dupl. 51 54
und die declin. ſüdlich, ſo iſt die deſc. 243 27

Das VII. Capitel.

von der Länge und Breite der Sterne.

§. 40. Obgleich die Sonne nebſt denen Fixſternen beſtändig ſcheinen von Abend gegen Morgen fort zu lauffen, (§. 44. 45 aſtron.) ſo bleibet dennoch ihre Breite iederzeit unverändert, iene hat gar keine Breite, weil ſie beſtändig in der ecliptic obſerviret wird, dieſe aber behalten allezeit einerley Breite, weil ihre ſcheinbahre Bewe-

Bewegungen der ecliptic parallel ſind, (§. 46 aſtron.) die Planeten verändern hingegen ſowol ihre Länge als Breite täglich, weil ihre Bewegung ſchieff gegen die ecliptic gerichtet iſt, daher ſie bald über bald unter der ecliptic erſcheinen. (§. 46 aſtron) Wir haben deswegen folgende problemata aufzulöſen.

Den Ort der Sonnen am Himmel obſerviren. *Probl* I

1) Suchet aus der gefundenen Mittags-Höhe der Sonnen die declination derſelben; (probl. §.)

2) Iſt die declination bekannt/ ſuchet in dem gerade-winckelichten Triangel FGS (fig. 5) aus der obliquität der ecliptic SFG 23° 30′ und der gegen überſtehenden Seite GS die diſtanz von dem nechſten æquinoctio (probl. 13 §. 9 ſphær.) dieſe iſt

3) im Früh-Jahr die verlangte Länge der Sonnen/ im Sommer das Cptum zu 180°, im Herbſt müſſen 180 dazu addiret werden/ im Winter wird dieſelbe diſtanz von 360 Grad abgezogen/ ſo bleibet die geſuchte Länge übrig.

Es ſey z. E. die Mittags-Höhe der Sonnen

im Sommer obſerviret	43°	15′
Die Höhe des æquatoris ſey	38	58
ſo iſt die nördl. declination	4°	17′

Log. SR. 4°. 17′	188732546
Log. SR. 23° 30′	96006997
Log. SR. 10° 47′	92725549

180

Cptum 169° 13′, das iſt 5 Z. 19° 13′, oder 19° 13′

Probl 2 Wenn die gerade aſcenſion der Sonnen gegeben, ſoll ihre Länge gefunden werden.

1) Wenn die aſcenſion unter 90° iſt / ſuchet in dem gerade winckligten Triangel *FGS* (fig. 5) aus der Seite FG (der gegebenen geraden aſcenſion) und den anliegenden Winckel F (der obliquität der ecliptic) die baſin *FS* (die verlangte Länge der Sonnen) probl. 12 §. 9 ſphær.

2) Wenn die gerade aſcenſion über 90° iſt / gibt ihr Cptum zu 180° die Seite FG, iſt ſie über 180° werffet 180° davon / iſt ſie über 250° ziehet ſie von 360 Grad ab / ſo bleibet beydemahl die Seite FG übrig / aus welcher vorgeſchriebener Maſſen die baſis *FS* gefunden wird / welche allzeit die diſtantz der Sonnen von dem nechſten æquinoctio gibt. Wenn demnach die Jahres-Zeit bekannt / kan daraus (probl. 1 no. 3) die geſuchte Länge beſtimmet werden.

Z. E. Es ſey die gerade aſcenſion der Sonnen 326° 15′, daher die Seite FG 33° 45′; folglich ſaget

ST.: SC. 23°. 30′ = TC. 33° 45′ : TC. 36° 5′

Log. TC. 33°. 45′	101751074
Log. *SC*. 23° 30′	99623978
Log. TC. 36° 5′	101375052

360

323° 55′ das iſt 10 Z. 23° 55′, oder 23° 55′ ♒

Schol. Ohne Rechnung kan man durch die gerade aſcenſion den Ort der Sonnen in denen Tabellen der geraden aſcenſionen Tab. IX finden, wenn die gegebene aſcenſion in denen Columnen geſucht wird, denn gegen dieſen ſtehet das Zeichen der geſuchten Länge oben, der Grad am Rande gerade über. Wenn aber die gegebene aſcenſion nicht accurat in denen Columnen gefunden wird, muß pars proportionalis geſucht werden.

Wenn die declination und die gerade aſcenſion eines Sterns gegeben, ſoll die Breite deſſelben gefunden werden. Probl 3

Es ſey AB (fig. 13) der æquator, und alſo P deſſelben polus, CL die ecliptic, E der polus derſelben / *S* der Stern / ſo iſt PF der colurus ſolſtitiorum, *SF* die declinatio, *PS* das Cptum derſelben / *DS* die Breite / *ES* das Cptum derſelben; FPB die gerade aſcenſion des Sternes von dem nechſten æquinoctio, welche auf 90° vermehret worden / (weil die Maaß deſſelben FB aus den quadranten BG und den Bogen des æquatoris FG beſtehet). Suchet demnach in dem Triangel *PSE* aus der Seite *PS* (dem Cpto der declination) und PE (der diſtantz derer polorum, welche der obliquität derer ecliptic gleich) nebſt dem Winckel *SPE* die Seite *SE* (das Cptum der Breite *SD*) probl. 8. §. 14 ſphær.

Es ſey z. E. die nördliche declination des Sternes 45° 31′, die gerade aſcenſion 73° 23′

daher

daher der Winckel SPE 163.° 23′, die Seite PE 23° 30′.

Setzet (1) ST : SR. EP = SR. EPS : SR. Inv. I 6°. 33′.

Log. SR. 23° 30′.	96006997
Log. SR. 16° 37′	94563161
Log. SR. 6° 33′	90570158

(2) SC. EPS : ST = TC. EP : TC. Inv. II 22°. 37.

Log. TC. 23° 30	103616981
Log. SC 16. 37	99814740
Log. TC. 22° 37	103802241
PS 44 29	
Inv. III 67 6	

(3) ST : SC. Inv. I = SC. Inv. III : SC. ES 67°. 16′

Log. SC. 67° 6′	95900880
Log. SC. 6. 33′	99971559
Log. SC. 67. 16.	95872439

folglich iſt die Breite SD 22° 44′

Schol. 1 Wenn die Breite des Sterns nördlich und die declination ſüdlich iſt, oder die Breite ſüdlich und die declination nördlich, ſo addiret zu der gegebenen declination 90°, daß ihr die Seite PS findet, (fig. 14) ſtehet aber der Stern in dem æquator, ſo iſt PS ein vollkommener quadrans.

Wenn

Wenn die declination und gerade aſcenſion eines Sternes gegeben, ſoll die Länge deſſelben gefunden werden. Probl. 4

Es ſey in demſelben Triangel *SPE*, *SP* das Cptum der declination, *SE* das Cptum der Breite; *SPE* die gerade aſcenſion ſo auf 90° vermehret worden / ſuchet derohalben hieraus den Winckel *PES* (probl. 3 §. 14 ſphær.) welcher wann die gerade aſcenſion über 90°, das Cptum der Länge zu 90° iſt / iſt die aſcenſion über 90° / gibt derſelbe Winckel wie viel die Länge über 90° iſt / iſt iene aber über 180° / muß das Cptum des Winckels *PES* zu 90° mit 180° vermehret werden / daß die verlangte Länge heraus komme; iſt endlich die aſcenſion über 250° / werden zu dem Winckel *PES* 250° addiret / ſo gibt die Summe die geſuchte Länge.

Z. E. Es ſey die gerade aſcenſion des Sternes 192° 37′, die nördliche declination 7°. 51′, daher die Seite PS 82° 9′ der Winckel EPS 157° 23′, die Seite PE 23°. 30′.

Saget daher (1) ST: SR. PS = SR. EPS: SR. Inv. I 22°. 23′

Log. SR. 22° 37′	95849685
Log. SR. 82° 9′	99959111
Log. SR. 22° 23′	95808796

(2) SC. SPE : ST. = TC. PS : TC. Inv. II 81°. 30′.

Log. TC. 82° 9′	191394764
Log. SC. 22°. 37′	99652480
Log. TC. 81° 30′	91742284

EP

	81°	30′
EP	23	30
Inv. III	105	0

(3) SR. Inv. III : ST = T. Inv. I : T. PES 23° 5′

Log. T. 22° 23′,	196147180
Log. SR. 75° 0′	99849438
Log. T. 23° 5′	96297742

250

273° 6′, das iſt 9 Z. 3° 5′, oder 3° 5′ ♑ die geſuchte Länge des Sternes.

Schol. Auf ſolche Art ſind die Längen und Breiten der Fixſterne gefunden worden, welche Tab. VIII von 30 der vornehmſten Sterne auf das Jahr 1720 zu finden; weil ſich aber die Länge Jährlich auf 50″ verändert (§. 45 aſtron.) ſo muß die differenz der Jahre, nemlich des gegebenen und des 1720ten mit 50″ multipliciret, und das product in denen folgenden Jahren in der Tabelle addiret, in denen vorhergehenden aber davon ſubtrahiret werden, wenn die juſte Länge auf ein iedwedes gegebenes Jahr verlanget wird.

Probl. 5 Die diſtanz zweyer Sterne am Himmel meſſen.

(1) Stellet den octanten oder ſextanten auf dem Kativ ſo ſchieff/ daß die Fläche deſſelben mit beyden Sternen parallel zu liegen komme.

2) Hierauf richte der eine obſervator die viſiere nach dem einen Stern/ der andere das viſier-Linial nach dem andern.

3) Wenn

3) Wenn ſie beyderſeits verſichert ſind / daß ieder ſeinen Stern / durch die dioptern richtig ſehe / werden die reguln auf dem Inſtrument befeſtiget / und die Grad und Minuten / welche dieſelbe auf den Inſtrument abſchneiden / gezehlet / dieſe geben die geſuchte diſtantz der beyden Sterne.

Wenn die declinationes und aſcenſiones rectæ zweyer Sterne gegeben, ſoll die diſtanz derſelben gefunden werden. *Probl 6.*

(1) ſubtrahiret die aſcenſiones rectas von einander / ſo bekommt ihr den Bogen AB (fig. 11) welcher den Winckel APB miſſet.

(2) Nehmet auch die Cpta derer declinationum zu 90° / ſo habt ihr die Bogen OP und *PS*, folglich könnet ihr

(3) in dem Triangel OP*S* aus denen beyden Seiten OP und PS nebſt dem Winckel OPS, die Seite OS, das iſt die geſuchte diſtantz finden (probl. 3 §. 14 ſphær.)

Es ſey z. E. die declination des einen Sternes OB 28° 48′, des andern *S*A 38° 36′; die gerade aſcenſion des Sterns O 206° 40′, des Sterns *S* 233° 48′; ſo iſt der Winckel OP*S* = 27° 8′, die Seite OP = 61° 12′, die Seite *S*P = 51° 24′

ſaget daher (1) *S*T : *S*R. OP*S* = *S*R. *S*P : *S*R Inv. I. 20°. 53′

Log. *S*R. 27° 8′.	96590246
Log. *S*R. 51° 24′	98929404
Log. *S*R. 20° 53′	95519650

(2) *S*C. OP*S* : *S*T = TC. *S*P. : TC. Inv. II 48° 7′.

Log.

Log. TC. 51° 24′		199021604
Log. SC. 27 . 8.		99493645
Log. TC. 48°. 7		99527959
OP	61 12	
Inv. III	13° 5′	

(3) ST: SC. Inv. I. = SC. Inv. III. : SC. der geſuchten diſtanz.

Log. SC. 20° 53′	99704902
Log. SC. 13 5′	99885776
Log. SC. 24° 30′	99590678

alſo ſtehen die beyden Sterne O und S 24° 30′ von einander.

Probl 8 **Wenn die diſtanz eines Sternes von zweyen andern, nebſt der Länge und Breite dieſer beyden Sterne gegeben, ſoll die Länge und Breite deſſelben dritten Sternes gefunden werden.**

Es ſey der gegebene Stern D (fig. 15) deſſen diſtantzen von denen Sternen C und E bekannt / nebſt der diſtantz CE, wie auch denen Breiten dieſer Sterne AC und EB, und denen Längen derſelben A und B.

Suchet 1) in dem Triangel DCE aus denen 3 Seiten DC, DE und CE den Winckel DEC; (bey dem Stern welcher die kleineſte Breite hat) (probl. 11 §. 14 ſphær.)

2) In dem Triangel CPE aus denen Seiten und dem Winckel CPE (welcher die differentz der Längen AB miſſet den Winckel CEP (probl. 13 §. 14 ſphær).

3) Wenn der gegebene Stern höher nach dem polo lieget als derienige / ſo die kleineſte Breite hat/ ſubtrahiret den Winckel DEC von CEP, lieget aber ie-

ner

ner niedriger; addiret beyde Winckel DEC und CEP, ſo gibt die Summe den Winckel DEP.

4) Suchet in dem Triangel DEP aus den Seiten DE, und EP ſamt den Winckel DEP (no. 3) die Seite PD (das Cptum der Breite DF zu 90°) (probl. 8 §. 14 ſphær.)

5) Gleicherweiſe ſuchet in demſelben Triangel aus dieſen Seiten und Winckel / den Winckel EPD, welchen der Bogen FB miſſet. probl. 3 §. 14 ſphær.)

6) ſubtrahiret ihr alſo dieſen Bogen BF von der Länge des Sternes E, ſo am weiteſten nach Morgen ſtehet, oder addiret den Bogen BF zu der Länge des Sternes C ſo weiter nach Morgen gelegen / ſo habt ihr die Länge des gegebenen Sterns D.

Setzet Z. E. die diſtanz DE 4° 18′, DC 3° 50′, CE 6° 40′. Die Breite des Sterns C 44° 30′, des Sterns E 35° 24′, die Länge des Sterns C 18° 20′ ♉, des Sterns E 26° 48′ ♉. Hieraus ſoll die Länge und Breite des Sternes D gefunden werden.

Log. SR. CE	6° 40′		90677522
Log. SR. DE	4° 18′		88749381
differenz	2° 22′		179426903
DC	3. 50		
Summe	6° 12′	½ 3° 6′ Log. SR.	87330272
differenz	1° 28′	½ 44′ Log. SR.	81071669
			168401941
			2
			368401941
			179426903
			188975038

Log SR. 16° 19′ ½ 94487519

32° 38 der Winckel DEC

Saget ferner: SR. CE: SR. PC = SR. CPE: SR. PEC. 64° 46

Log. SR. 8° 28′ 91680081
Log. SR. 45 30 98532421

Log. SR. 6° 40′ 190212502
Log. SR. 64° 46 90648057

99564445

DEC 32 28

DEP 97 14

Saget weiter, ST.: SR. DE = SR. DEP: SR. Inv. I 4° 16′

Log. SR. 82° 46 99965299
Log. SR. 4. 18 88749381

Log. SR. 4. 16 88714680

SC. DEP: ST = TC. DE: TC. Inv. II. 33

Log. TC 4° 18′ 111238377
Log. SC. 82° 46. 91000616

Log. TC. 33 120237761
PE 54° 36

Inv III 54° 3′

ST: SC. Inv I = SC. Inv. III.: SC. DP. 54°. 10′

Log. SC. 4° 16 99987947
Log. SC. 54 3 97686966

Log. SC. 54 19 97674913

die-

Dieſerwegen iſt die geſuchte Breite des Sternes 35° 50′

Gleicher Weiſe ſaget: *S*R. PD: *S*R. DE = *S*R. DEP: *S*R. DPE: 5°. 16′

Log. *S*R. 4° 18′	88749381
Log. *S*R. 82° 46′	99965299
	188714680
Log. *S*R. 54° 10′	99088727
Log. *S*R. 5° 16′	89625953

26 48′ die Länge des Sternes E.

21° 32′ ♉ die geſuchte Länge des Sternes D.

Das VIII. Capitel.

von dem Auf⸗und Untergang der Sterne, ingleichen von der Ungleichheit der Tage und Nächte.

§. 41. Weil die circuli diurni in denen ſphæris obliquis von dem horizont in 2 ungleiche Theile geſchnitten werden, welche deſto ungleicher ſind, je weiter ſie von dem æquator decliniren, ſo zwar, daß, wenn die declination nördlich iſt, der gröſte Bogen des Circkels über den horizont befindlich, hingegen aber, wenn die declination ſüdlich iſt, der gröſte Bogen unter dem horizont verborgen. (§. 36) So iſt gar leicht abzunehmen, daß die Sterne, welche auſ⸗

ſer dem æquator beweget werden, in ihrem täglichen Umlauff, darinn ſie allezeit gleiche geſchwind fortgehen, (§.28) nicht gleiche Zeit über und unter dem horizont zubringen; ſondern, wenn ihre declination nördlich iſt, werden ſie länger über den horizont, iſt ſie aber ſüdlich, länger unter dem horizont beweget werden.

§. 42. Dieſerwegen wird auch die Sonne nicht alle Tage gleich lange über dem horizont beweget, ſondern, wenn ſie in denen nördlichen Zeichen, als von dem ♈ biß zu der ♎ gehet, währet der Tag länger als die Nacht; Hingegen in denen ſüdlichen Zeichen von der ♎ biß zu den ♈, dauret die Nacht länger als der Tag.

§. 43. Uberdiß wird auch die Ungleichheit der Tage und Nächte deſto mehr vermehret, ie höher der polus an einem Ort eleviret iſt; denn läge der polus aller Orten in dem horizont, wie in der ſphæra recta, ſo würden alle Sterne, welche in der erſten Bewegung um den polum herumgeben, (§.30 aſtron.) ſo lange über als unter dem horizont beweget werden, ie mehr alſo der polus eleviret wird, deſto mehr werden die nechſten circuli diurni, welche zwiſchen dem polo und dem æquator gelegen mit erhöhet, die übrigen hingegen deprimiret, daher von ienen ein gröſſerer, von dieſen nur ein kleinerer Theil über den horizont zu ſtehen kömmt.

§. 44. Man nennet den Bogen des circuli diurni

diurni, welcher über den horizont ſtehet arcum diurnum, und den der unter dem horizont beſchrieben wird, arcum nocturuum, welche beyderſeits von dem meridiano in 2 gleiche Theile getheilet werden, weil der meridianus gerade zwiſchen Morgen und Abend in der Mitten lieget. Weil auch alle circuli diurni zu gleicher Zeit um einen polum mit den æquator durch den meridianum gehen, ſo meſſen die Bogen des æquatotis die Bogen derer meridianorum, welche mit ihnen zugleich durch den meridianum beweget werden; wenn demnach bekannt iſt, wie groß der Bogen des æquatoris, welcher mit dem arcu diurnio durch den meridianum gehet; ſo weiß man auch die Grösſe des arcus diurni. Dieſen Bogen findet man aber, wenn die differentia aſcenſionalis in denen nördlichen Zeichen zu einen quadranten addiret, in denen ſüdlichen davon ſubtrahiret wird. (§. 41) Aus welchen Fundament folgende Aufgaben reſolviret werden.

Wenn die differentia aſcenſionalis eines Sterns gegeben, ſoll ſein arcus ſemidiurnus gefunden werden. *Probl.* I

Iſt die declination des Sterns nördlich / addiret zu der differentia aſcenſionali 90° / iſt ſie aber ſüdlich / ſubtrahiret ſie von 90 / ſo gibt die Summe oder der Reſt den geſuchten arcum ſemidiurnum.

Es ſey z. E. die differentia aſcenſionalis der Sonnen, wenn ſie im 3° ♒ gehet 27 10', daher gibt das Cptum zu 90° den arcum ſemidiurnum 62° 50'.

Probl 2 **Wenn der arcus ſemidiurnus der Sonnen gegeben, ſoll die Zeit gefunden werden, wenn die Sonne untergehet.**

Convertiret den arcum ſemidiurnum in die Zeit (probl. 1 §. 29) ſo gibt dieſelbe die geſuchte Zeit/ wenn die Sonne untergehet. Sintemahl ſie von Mittag bis zu Untergang den halben arcum diurnum zu lauffen hat.

Es ſey z. E. der arcus ſemidiurnus 62° 51′.

	60°	3h	58′	20″	24‴
	2°		7	58	41
	50′		3	19	27
ſo gehet die Sonne unter		4h	10′	38″	32‴

Probl 3 **Wenn die Zeit, da die Sonne untergehet, bekannt, zu finden, wenn ſie aufgehet.**

Subtrahiret die Zeit / da die Sonne untergehet von 12 Stunden/ ſo gibt der Reſt die Zeit da ſie aufgehet:

	12		
Setzet die Sonne gehe unter um	4h	10′	38″
alſo gehet ſie auf um	7h	49′	22″

Probl 4 **Wenn die Zeit gegeben, da die Sonne untergehet, ſoll die Länge des Tages gefunden werden.**

Dupliret die Zeit da die Sonne untergehet/ ſo habt ihr die geſuchte Länge des Tages.

Es mag z. E. die Sonne untergehen	4h	10′	38″
			2
ſo iſt die Länge des Tages	8h	21′	16″

Wenn

Wenn die Länge des Tages gegeben, ſoll die Länge der Nacht gefunden werden.

Subtrahiret die Länge des Tages von 24 Stunden, ſo bleibet die Länge der Nacht übrig.

Es ſey die Länge des Tages	8 ſt.	21′	16″
	24		
ſo iſt die Länge der Nacht	15 ſt.	38′	44″

Wenn die gerade aſcenſion eines Sternes und der Sonnen gegeben, ſoll die Zeit gefunden werden, wenn derſelbe Stern durch den meridianum gehet. Probl 6

1) Subtrahiret die gerade aſcenſion der Sonnen von der geraden aſcenſion des Sternes, ſo gibt der Reſt die elongation des Sterns von dem meridiano, wenn die Sonne denſelben meridianum paſſiret:

2) Convertiret demnach dieſe elongation in die Zeit (probl. 1 §. 29) ſo findet ihr die geſuchte, welche von dem nechſt vorhergehenden Mittag muß angezehlet werden.

Es ſey z. E. die gerade aſcenſion des Sternes

	98°	5′
Die gerade aſcenſ der Sonnen	305	19
Die elongation des Sternes	152°	46′

90°	5 ſt	59′	0″	36‴	
60°	3	59	20	24	
2		7	58	41	
40′		2	39	33	36⁗
6			23	56	2
	10 ſt	9′	23″	10‴	38⁗

die Zeit da der Stern durch den meridianum gehet.

Probl 7 **Wenn die ſchieffe aſcenſion eines Sternes, und die gerade aſcenſion der Sonnen gegeben, ſoll die Zeit gefunden werden, da der Stern aufgehet.**

1) Addiret zu der geraden aſcenſion der Sonnen 90 Grad.

2) Die Summe ſubtrahiret von der ſchieffen aſcenſion des Sternes.

3) Den Reſt convertiret in die Zeit (probl. 1 §. 29) dieſe gibt die geſuchte.

Es ſey die gerade aſcenſion der Sonnen

	305°	21′
	90	
	35°	21
Die ſchieffe aſcenſion des Sternes	121	7
	85°	46′

80°	5ſt	19′	7″	12	
5°		19	56	42	
40′		2	39	33	36⁗
6			23	56	2
	3ſt	42′	7″	23‴	38⁗

die Zeit da der Stern aufgehet.

Beweiß.

Die gerade aſcenſion der Sonnen iſt das Punct des æquatoris, welches mit der Sonnen unter dem meridiano ſtehet, (§. 49 aſtron.) werden darzu 90 Grad addiret, ſo gibt die Sum-

me

me das Punct des æquatoris, welches aufgehet wenn die Sonne im meridiano ſtehet; Nun iſt die ſchieffe aſcenſion des Sterns das Punct des æquatoris welches aufgehet, wenn der Stern aufgehet; wenn alſo ienes von dieſen ſubtrahiret wird, ſo gibt der Reſt den Bogen des æquatoris, welcher durch den horizont gehen muß, von Mittage an (da die Sonne unter dem meridiano geſtanden) biß zu der Zeit da der Stern aufgehet. Wird demnach dieſer in die Zeit convertiret / ſo gibt dieſelbe zu erkennen, wenn der Stern Nachmittage werde aufgehen. W. Z. B.

Wenn die ſchieffe deſcenſion eines Sterns gegeben, nebſt der geraden aſcenſion der Sonnen, ſoll die Zeit gefunden werden, wenn der Stern untergehet. Probl 8.

1) Subtrahiret von der aſcenſion der Sonnen 90°.

2) Den Reſt ſubtrahiret von der deſcenſion des Sterns

3) Den Reſt convertiret in der Zeit (probl. 1 §. 29) dieſe lehret / wenn der Stern untergehet.

Es ſey die gerade aſcenſion der Sonnen

	305° 21′
	90
	215° 21′
die ſchieffe deſcenſion des Sterns	65 3
	209° 42′

dieſen reſpondiren in der Zeit 13 ſt. 55′ 39″, da der Stern untergehet.

Wenn die ſchieffe aſcenſion **eines Ster-** Probl 9

 nes

nes gegeben, ſoll der Tag gefunden werden, wenn der Stern coſmice an einem gegebenen Ort aufgehet.

Suchet die gegebene ſchieffe aſcenſion in der Xten Tabelle unter der elevation des poli an dem gegebenen Ort/ ſo wird oben das Zeichen/ am Rande der Grad der ecliptic ſtehen/ in welchen die Sonne ſich befinden muß/ wenn ſie mit dem Sterne aufgehen ſoll. Suchet demnach dieſen Grad in denen ephemeridibus oder Calender/ ſo ſtehet der Tag dabey/ da der Stern coſmice aufgehet.

Es ſey z. E. die ſchieffe aſcenſion des Sterns 39^{0} $15'$ ſo gehet er in Jena coſmice auf, wenn die Sonne im 11^{0} ♊ ſich findet, das iſt dieſes Jahr 1725 den 2 Jun.

Probl 10 **Wenn die ſchieffe deſcenſion eines Sterns gegeben, ſoll der Tag gefunden werden, an welchen der Stern an einem gegebenen Ort coſmice untergehet;**

1) Suchet die gegebene deſcenſion unter der elevation des poli an dem gegebenen Ort in der Xten Tabelle; und notiret das Zeichen und den Grad der ecliptic, welcher ihm oben und am Rande der ecliptic reſpondiren. Hiezu addiret 6 Zeichen; ſo habt ihr den Grad der ecliptic, in welchen die Sonne ſeyn muß/ wenn der Stern coſmice aufgehet; dieſen ſuchet in denen ephemeridibus; oder in dem Calender/ ſo ſtehet abermal der geſuchte Tag/ an welchen der Stern coſmice untergehet/ dabey

Z. E. Es ſey die ſchieffe aſcenſion des Sterns 282^{0} dieſen reſpondiren unter der elevation des poli von 51^{0} in der ecliptic 13^{0} ♐, daher gehet der Stern coſmice auf, wenn die Sonne im

13^{0}

13° ♊, das geſchiehet Anno 1725 den 4 Junii.

Schol. Auf gleiche Weiſe wird auch der Tag gefunden, da ein Stern acronyche auf oder untergehet; im letzten Fall muß die Sonne in dem Grad der ecliptic ſeyn, welcher in der Xten Tabelle der ſchieffen deſcenſion des Sterns reſpondiret; im erſten aber wird dieſer Grad gefunden, wenn zu denienigen, welcher der geraden aſcenſion reſpondiret 6 Zeichen addiret werden. Wenn demnach benderley Grade in denen ephemeridibus oder den Calender geſucht werden, ſtehen die geſuchten Tage darneben.

Wenn die Höhe und declination der Sonnen gegeben, ſoll die Tages Stunde gefunden werden. Probl 11

Es ſey Z (fig. 16) das Zenith, daher HO der Horizon, P der polus, folglich AQ der æquator, S der Ort der Sonnen/ daher ST die Höhe der Sonnen/ und SZ das Cptnm der Höhe/ SI die declina tion, (wenn dieſelbe nördlich) Iſt ſie aber ſüblich/ werden zu derſelben 90° addiret/ ſo gibt die Summe die Seite PS (fig. 14) folglich iſt SP das Cptum der declination, PZ die diſtanß des poli von dem Zenith. Daher ſind in dem Triangel SPZ die 3 Seiten gegeben/ aus welchen der Winckel ZPS muß gefunden werden/ (probl. 11. §. 14 ſphær.) welchen der Bogen AI miſſet/ dieſer aber iſt die elongation der Sonnen vonden meridiano. Wird demnach dieſer Bogen in die Zeit convertiret/ kömmt die Zeit heraus/ welche von dem momento obervationis biß zu dem nechſten Mittag gezehlet wird; welche daher in denen Morgen-Stunden von 12 Stunden muß ſubtrahiret werden/ in

denen

denen Nachmittags-Stunden aber iſt es die geſuchte Zeit ſelber.

Es ſey Vormittags die Höhe der Sonnen obſerviret 15° 30′ ſo iſt das Cptum SZ 74° 30′ die ſüdliche declination der Sonnen ſey 19° 47′. Daher der Bogen SP 109° 47′ deſſen Cptum 70° 13′; die Höhe des poli ſey 51° 2′, ſo iſt der Bogen PZ 38° 58′;

Log. SR.	38°	58′		99785596		
Log. SR	70	13		99735501		
				197721097		
SP:	109°	47′				
PZ	38	58				
	70	49				
SZ	74	30				
differ.	3	41	½	1° 50′		
Sum.	145	19	½	72 39		
Log. SR.	1°	50′		85050447		
Log. SR.	72°	39′		99797764		
				384848211		
				197721097		
				187127114		
			½	93563557	f. 13°	8′
						2
					26°	16′

20°	iſt.	19′	46″	48‴	
6°		23	56	"	
10′			39	53	24⁗
6′			23	56	2
	1 iſt.	44′	46″	39‴	26⁗
	12				
	10 iſt.	15′	13″	20‴	34⁗

die geſuchte Zeit.

Wenn

Wenn die Höhe ſamt der declination und geraden aſcenſion eines Sternes, wie auch die gerade aſcenſion der Sonnen gegeben, ſoll die Zeit der Nacht gefunden werden. *Probl* II

1) Suchet aus der Höhe und declination des Sternes ſeine elongation, und convertiret ſie in die Zeit (probl. 6).

2) Ziehet die gerade aſcenſion der Sonnen von der geraden aſcenſion des Sternes ab / und convertiret den Reſt ebenfalls in die Zeit (probl. 1 §. 29) dieſe gibt das momentum da der Stern culminiret.

3) ſtehet nun der Stern gegen Morgen / ſo ſubtrahiret die Zeit / welche (no. 1) gefunden / von der Zeit ſo (no. 2) herausbracht; ſtehet aber der Stern gegen Abend / ſo addiret beyde Zeiten zuſammen / ſo gibt die Summe oder der Reſt die verlangte Zeit.

Es ſey z. E. die Höhe des Sterns der gegen Abend ſtehet, 15° 30′, die ſüdliche declination deſſelben 19°. 47′. Daraus nach vorigen probl. die elongation von dem meridiano gefunden worden 26 16′; welcher in der Zeit reſpondiret 1 St. 44′ 46″. Die gerade aſcenſion des Sternes ſey 129° 30′

der Sonnen	329	36
Die differenz	159°	54′

90°

90°	5ſt.	59′	0′	36″
60°	3	59	20	24
9°		35	4	2
50′		3	19	27
4′			15	57
	10ſt.	37′	0″	26‴
	1	44	46	
	12ſt.	21′	46″	26‴

die geſuchte Zeit.

Probl. 13 **Wenn das azimuth der Sonnen ſamt der declination derſelben gegeben, ſoll die Tages=Zeit gefunden werden.**

In dem ſchemate (fig. 17) iſt HT das azimuthum der Sonnen (Def. 49 §. 52 aſtron.) dieſer Bogen miſſet den Winckel HZT, daher in dem Triangel SPZ der Winckel PZS (das azimuth) gegeben / ingleichen die Seite PZ das Cptum elevationis poli, bey uns 38° 58′ wie auch die Seite PS, welche / wenn der Stern nach Norden decliniret / das Cptum der declination iſt / (fig. 16) oder wenn die declination ſüdlich iſt / aus der declination SI und den quadranten PI beſtehet / daraus (probl. 3 §. 14 ſphær. der Winckel SPZ gefunden wird / welchen der Bogen IA miſſet. Wird demnach dieſer Bogen in die Zeit convertiret (probl. 1 §. 29) gibt dieſelbe Nachmittags die verlangte Zeit / Vormittags aber iſt das Cptum derſelben zu 12 ſt. die geſuchte Zeit.

Es ſey abermahl die ſüdliche declination der Sonnen 19° 35′, das azimuthum orientale 20° 40′.

Saget

Saget daher (1) ST: SR. PZ = SR. SZP: SR. inv. I. 12°. 49'.

Log. SR. 20°. 40'		95476893
Log. SR. 38°. 58'		97985596
Log. SR. 12°. 49'		93462489

2) TC. Inv. I.: TC. PS = ST: SC. Inv. II. 850. 226.

Log. TC	70°. 25'		195511525
Log TC.	12	49	106430179
Log. SC.	85	22	89081346

3) TC. Inv. I. TC.: 38° 58' = ST. SC. Inv. III.

85 22
73° 40'
11° 42'

Log. TC. 38°. 58'	200921475
Log. TC. 12. 49	106430179
Log. SC. 73° 40'	94491296

10°	39'	53''	24'''	
1°	3	59	20	
46	2	39	33	36
2		7	58	41
12				
	46	40''	16'''	17''''

die Zeit vor Mittag.

11ſt.	13'	19''	43'''	43''''

Die geſuchte Zeit.

Wenn

Prob. 14 **Wenn das azimuth eines Sterns nebſt der geraden aſcenſion und declination deſſelben, wie auch die gerade aſcenſion der Sonnen gegeben, ſoll die Zeit des Tages gefunden werden.**

1) Suchet aus dem azimuth und der declination des Sternes die elongation deſſelben von dem meridiano. (prob. 12)

2) Convertiret die elongation in die Zeit (prob. 1. § 29)

3) Subtrahiret die gerade aſcenſion der Sonnen von der geraden aſcenſion des Sterns/

4) Den Reſt convertiret ebenfalls in die Zeit. (prob. 1 §. 29)

5) Wenn der Stern gegen Abend ſtehet/ addiret die Zeit/ welche (no 2) gefunden/ zu der Zeit/ welche (no. 4) herausbracht/ ſtehet aber der Stern gegen Morgen/ ſubtrahiret iene von dieſer/ ſo gibt die Summe oder der Reſt die geſuchte Zeit der Nacht.

Es ſey z. E. nach vorigem problemate die elongation des Sterns, welcher gegen Morgen ſtehet, von dem meridiano gefunden 28°. 30′, welcher in die Zeit reſpondiren, iſt. 52′ 42″. Die gerade aſcenſion deſſelben

Sterns ſey	126°	30′
Der Sonnen	329	35
	156°	55′

welchen in der Zeit reſpondiren

	90°	5ſt	59′	0″	36‴
	60	3	59	20	24
	6		23	56	2
	50′		3	19	27
	5			19	56
		10ſt.	25′	56″	25‴
die elong.		1	53	42	
die geſuchte Z.		8	32	14	25

Beweiß.

Die elongation des Sternes iſt der Bogen, welchen der Stern noch zu gehen hat, ehe er zu den meridianum kömmt, (def. 50 §. 52 aſtron.) wird derſelbe in die Zeit verwandelt, weiß man wie lange der Stern noch zu gehen hat ehe er den meridianum erreichet. Wird nun die gerade aſcenſion der Sonnen von der geraden aſcenſion des Sternes abgezogen und der Reſt in die Zeit verwandelt, weiß man wie viel ſpäter der Stern als die Sonne zu den meridianum kömmt; wird alſo von dieſer Zeit diejenige, ſo der Stern noch biß zu den meridianum zu gehen hat, abgezogen, bleibet die Zeit übrig, welche nachdem die Sonne den meridianum paſſiret verſtrichen. Iſt aber der Stern bereits durch den meridianum hindurch gangen, muß nothwendig die Zeit ſo nachher verſtrichen, zu derjenigen, welche von Mittag gezehlet worden biß der Stern zu den meridianum kommen, addiret werden, wenn die gegenwärtige Zeit ſoll gefunden werden. W. Z. B.

Schol. Wenn die Höhe und das Azimuth der Sonnen oder eines Sternes gegeben, iſt die Zeit aus beyden noch leichter zu finden, weil in dem Triangel SZP (fig. 16) die Seite SZ (Cptum der Höhe) SP (Cptum der declination, wenn dieſe nördlich iſt, oder die declination auf 90° vermehret, wenn ſie ſüdlich iſt) ſamt den Winckel SZP (welchen der Bogen TO das Cptum des azimuths HT miſſet) gegeben; Daraus der Winckel SPZ (welchen die elongation AI miſſet) leicht zu finden. (probl. 3 §. 14 ſphær).

§. 45. Weil ſich der gantze Himmel innerhalb 24 Stunden ſcheinet herum zu drehen (§. 29 aſtron.) ſo kommen auch alle Augenblick beſondere puncte der ecliptic ſowohl unter den horizont als unter den meridianum zu ſtehen. Man nennet daher das punctum oriens dasienige, welches zu einer gewiſſen Zeit in der ecliptic aufgehet; Punctum occidens, welches in der ecliptic zu gewiſſer Zeit untergehet. Den Nonageſimum den 90ten Grad der ecliptic, welcher zu gewiſſer Zeit über den horizont eleviret iſt. Das Medium cælum dasienige punct des æquatoris, welches zu gegebener Zeit unter dem meridiano ſtehet.

Def. 1 Def. 2 Def. 3 Def. 4

§. 46. Da nun der arcus ſemidiurnus in denen nördlichen Zeichen der ecliptic gröſſer als 90 iſt, in denen ſüdlichen weniger (§. 41) ſo geſchiehet es auch, daß der nonageſimus zuweilen in dem he-

miſphæ-

miſphærio orientali, zuweilen in dem occidentali befindlich. Hingegen weil ſich 2 gröſſere Circkel allzeit in 2 gleiche Theile ſchneiden, (ax. 9 §. 3 ſphær.) und der horizont ſowohl als die ecliptic gröſſere Circkel ſind, ſo folget nothwendig, daß das punctum oriens von dem puncto occidente allzeit auf 180 Grad entfernet ſey.

§. 47. Endlich iſt auch ausgemacht, daß weil die ecliptic und der horizont ſich in ſchieffen Winckeln ſchneiden, und der Himmel ſich nicht um die polos der ecliptic herumdrehet, dieſelbe ecliptic mit dem horizont in verſchiedenen Puncten auch verſchiedene Winckel machen müſſe; ſintemahl diejenigen Puncte, welche nach Süden decliniren ſchieffer gegen den horizont geſtellet ſind als der æquator, hingegen gehen die nördlichen Puncte viel gerader auf. **Man nennet den Winckel, welchen die** ecliptic **in einen gewiſſen** Punct **mit dem** horizonte ortivo **machet, den** angulum orientem, **und den ſie mit dem** horizonte occiduo **machet, den** angulum occidentem. Def. Gleicherweiſe variiren auch die Winckel, welche die ecliptic in verſchiedenen Puncten mit dem meridiano machet, doch hat es mit denſelben contraire Bewandniß; indem die ſüdlichen Puncte gröſſere Winckel machen, als die nördlichen, dieweil ſie viel ſchieffer nach dem meridiano beweget werden. Wir haben daher ſowohl das medium cælum, als den nonageſimum, das punctum oriens, occidens, den angulum orientem, occidentem

und denn die ecliptic mit dem meridiano, oder iedem circulo verticali machet, folgender Maſſen zu berechnen.

Probl 1 **Wenn die ſchieffe aſcenſion oder deſcenſion des puncti orientis oder occidentis gegeben, ſoll die gerade aſcenſion des medii cæli gefunden werden.**

Subtrahiret von der ſchieffen aſcenſion 90°/ zu der ſchieffen deſcenſion aber addiret 90°/ ſo gibt die Summe oder der Reſt die geſuchte aſcenſion des medii cæli, weil von d m horizont bis zu den meridianum allzeit 90° des æquatoris gezehlet werden. (ax. 9 §. 3 ſphær.)

Es ſey die ſchieffe deſcenſion der Sonnen

	84°	20′
	90	
Daher iſt die aſc. medii cæli wenn	174°	20′

die Sonne untergehet.

Probl 2 **Wenn die gerade aſcenſion des medii cæli gegeben, ſoll das medium cælum ſelber gefunden werden.**

Suchet die gerade aſcenſion in der IXten Tabelle/ ſo wird das Zeichen oben/ am Rande der Grad des geſuchten medii cæli gefunden werden.

Z. E. Wenn die gerade aſcenſion des MC. iſt 174° 20′, ſo iſt das MC. 23° 43′ ♍

Probl 3 **Wenn die gerade aſcenſion der Sonnen und die Tages Zeit gegeben, ſoll die ſchieffe aſcenſion des puncti orientis oder occidentis gefunden werden.**

1) Iſt die gegebene Tages-Zeit Vormittag/ ſubtrahiret ſie von 12 St. den Reſt/ oder die gegebene Nachmittags-Zeit convertiret in einen Bogen des æquatoris (probl 2 §. 29)

2) Dieſ

2) Dieſen Bogen ſubtrahiret des Vormittags von der geraden aſcenſion der Sonnen / zu dem Reſt addiret 90 / ſo gibt die Summe die geſuchte ſchieffe aſcenſion des puncti orientis. Nachmittags aber addiret den (no. 1) gefundenen Bogen zu der geraden aſcenſion der Sonnen / und ſubtrahiret von der Summe 90° / ſo bleibet die ſchieffe deſcenſion des puncti occidentis übrig

Z. E. Es ſey die gerade aſcenſion der Sonnen 329° 35′, die gegebene Vormittags-Zeit 10 ſt. 12′, daher iſt die diſtanz von dem Mittage, 1 ſt. 48′, welchen reſpondiren im æquatore

	27	4′	15′
die gerade aſcenſion der Sonnen	329	35	
	302°	30	25
	90		
die ſchieffe aſcenſ. des Punct Orient.	32°	30′	25″

Beweiß.

Die gerade aſcenſion der Sonnen iſt das punct des æquatoris das zu Mittage unter den merdiano ſtehet (def. 41 §. 49 aſtron.) wird die Zeit, welche die Sonne bis zu Mittage zu gehen hat, in einen Bogen des æquatoris convertiret, gibt derſelbe die elongation des Sterns, (def. 50 §. 52 aſtron.) wird dieſe von der geraden aſcenſion abgezogen, gibt der Reſt das Punct des æquatoris, welches zu der gegebenen Zeit unter dem meridiano ſtehet; werden zu denſelben 90° addiret, gibt die Summe das Punct des æquatoris, welches zu gegebener Zeit aufgehet, daß iſt die geſuchte ſchieffe aſcenſion des Puncti orientis. W. Z. B.

 Wenn

Probl. 4 Wenn die ſchieffe aſcenſion des puncti orientis gegeben, ſoll das punctum oriens ſelber gefunden werden.

Es ſey HI (fig. 18 der horizon, AB ein Bogen der ecliptic, AC ein Bogen des æquatoris, daher ſind in den ſchieff-winckelichten Triangel ABC gegeben / der Winckel A (denn der æquator und die ecliptic machen) 23°. 30' der Winckel C (die Höhe des æquatoris in Jena 38° 58') und die Seite AC, welche wenn die ſchieffe aſcenſion unter 90° iſt / dieſelbe ſelber iſt / iſt ſie aber über 90° / iſt AC das Cptum derſelben zu 180°; iſt ſie über 180° / gibt der Reſt / wenn 180° davon ſubtrahiret ſind / die Seite AC, iſt ſie endlich über 250° / iſt AC das Cptum derſelben zu 360°. Hieraus wird alſo die Seite AB geſucht (probl. 10. §. 14 ſphær.) welche im erſten Fall (da nemlich die ſchieffe aſcenſion unter 90° war) die geſuchte Länge des puncti orientis iſt; im andern das Cptum der geſuchten Länge zu 180°; im dritten gibt die Summe der Seite AB und 180° die geſuchte Länge: und im 4ten das Cptum AB zu 360°.

Es ſey z. E. die ſchieffe aſcenſion des puncti orientis 64°. 20'.

Saget daher: ST. : SR. AC = SR. CAB : SR. Inv. I. 23° 22.

Log. SR. 84°. 20'	99978725
Log. SR. 23°. 30'	96006997
Log. SR. 23° 22'	95985722

SC. CAB : ST. = TC. AC : TC. Inv. II 83° 49'

Log. TC. 84°. 20.	189966243
Log. SC. 23° 30	99623978
Log. TC. 83° 49'	90342265

St.

ST. : ſC. AC = T. CAB : TC. Inv. III. 87°. 33′

Log. T. 23°. 30′		96383019
Log. ſC. 84. 20.		89944968
Log. TC.	87°. 33′	86327987
ACB	141 2	
Inv. IV.	53 29	

ſT. : ſR. Inv. I. = T. Inv. IV. : T. Inv. V. 28°. 10.

Log. T. 53° 29′.		101305269
Log. SR. 23. 22.		95983679
Log. T. 28°. 10′		97288948
Inv. II. 83	49	

111° 59′ das iſt 3 ♊ 21° 59′, oder 21° 59′ ♋ punctum oriens.

Wenn die ſchieffe aſcenſion der Sonnen und die elevation des poli gegeben, ſoll das punctum oriens aus denen Tabellen gefunden werden. Probl. 8

Suchet in der Xten Tabelle unter gehöriger elevation des poli die gegebene ſchieffe aſcenſion, welcher oben und am Rande das verlangte punctum oriens reſpondiret.

Es ſey z. E. die elevation des poli 51°, die ſchieffe aſcenſion 84°. 9′; ſo iſt das punctum oriens 21° ♋.

Schol. Wenn die gegebene ſchieffe aſcenſion nicht accurat in denen Tabellen befindlich, oder auch bey der elevation des poli Minuten ſtehen, ſo muß pars proportionalis geſuchet werden, wie oben (Schol. 1 probl. 3 §. 35 angewieſen.

Probl 6 **Wenn das punctum oriens gegeben, ſoll das punctum occidens gefunden werden.**

Subtrahiret von dem puncto oriente 180° / ſo gibt der Reſt das geſuchte punctum occidens.

Es ſey z. B. das punctum oriens	9 Z. 22° 45′
	6
So iſt das punctum occid.	3 Z 22° 45′

das iſt 22° 45′ ♋.

Probl 7 **Wenn das punctum oriens gegeben, ſoll der nonageſimus gefunden werden.**

Subtrahiret von dem puncto oriente 90 / ſo gibt der R ſt den geſuchten nonageſimum.

Es ſey das punctum oriens	9 Z. 22° 45′
	3
ſo iſt der nonageſimus	6 Z. 22° 45′

das iſt 22° 43′ ♎

Probl 8 **Wenn das punctum oriens gegeben, ſoll der angulus oriens gefunden werden.**

Weil in den Triangel ABC, (fig. 18) abermahl die Winckel A (die obliquität der ecliptic) und C (die Höhe des æquatoris) ſamt der Seiten AB (der Länge des puncti orientis, wenn dieſelbe unter 90°, oder dem Cpto derſelben zu 180°, wenn ſie über 90°, oder dem exceſſ über 180°, wenn ſie gröſſer als 180°, oder dem Cpto zu 360°, wenn ſie über 250° iſt) ſo ſuchet den Winckel B (welchen die ecliptic AB, mit dem Horizont AI machet, probl. 5 §. 14 ſphær.

Es

Es ſey z. E. das punctum oriens 22° 45′ ♑, daher die Seite AB das Cptum zu 360°, 67° 15′.

Saget daher ST. : SR. AB = SR. BAC : SR. Inv. I. 21° 34′

Log. SR. 23°. 30′	96006997
Log. SR. 67 15′	99648256
Log. SR. 21° 34′	95655253

ST. : SC. AB = T. BAC : TC. Inv. II. 80°. 28′

Log. T. 23°. 30′	96383019
Log. SC 67. 15	95873865
Log. TC. 80°. 28′.	92256884

SC. Inv. I. : ST. = SC. BCA : SR. Inv. III. 41°. 37′

Log. SC. 38°. 58′.	198907071
Log. SC. 21° 34	99684785
Log. SR. 56° 44′	99222286
80 28	
ABC 23° 44′ der angulus oriens.	

Schol. Auf ſolche Art werden die tabulæ angulorum orientis auf verſchiedene elevationes poli gerechnet, dergleichen ſich Tab. XI. auf die 3 elevationes poli von 50, 51 und 52° findet. In welcher unter gehöriger elevation das Zeichen des puncti orientis oben, der Grad am Rande der Tabelle geſucht wird, ſo findet man in dem beyden gegen überſtehendem Fach den geſuchten angulum orientis. Wenn aber bey der Höhe des poli und dem puncto oriente Minuten

ten ſich finden, ſo muß pars proportionalis geſucht werden.

Probl 9 **Wenn der angulus und das punctum oriens nebſt den Ort der Sonnen gegeben, ſoll die Höhe der Sonnen gefunden werden.**

Es ſey AB (fig 5) der horizon, CD die ecliptic, daher F das punctum oriens, S die Sonne / folglich GS die Höhe der Sonne / FS die diſtanz der Sonne von dem puncto oriente, SFG der angulus oriens. Dieſemnach ſuchet in dem gerade-wincklichten Triangel FGS aus der baſi FS und den Winckel F, die gegen überſtehende Seite SG (probl. 7 §.9 ſphær)

Es ſey z. E. die Sonne im 4° ♒, das punctum oriens 6° ♓, daher die Seite FS, 32°; der angulus oriens 16 32; ſaget demnach
ST: SR. FS = SR. SFG. : SR SG. 8° 40′

Log. SR. 16 32′	94541939
Log. SR. 32 0′	97242097
Log. ST. 8° 40′	91784036

daher iſt die geſuchte Höhe der Sonnen 8° 40′

Schol. Wenn die diſtanz der Sonnen von dem puncto oriente über 90° iſt, wird die diſtanz von dem puncto occidente genommen.

Probl 10 **Wenn die declination der Sonnen oder eines Sternes in einer gewiſſen Höhe des poli gegeben, ſoll die amplitudo ortiva der Sonnen oder des Sternes gefunden werden.**

Es ſey AC (fig. 12) der æquator, HI der horizon, S der Ort des Sterns im Horizont, SD ſeine declination, B die plaga orientis, daher BS die amplitudo

ortiva;

ortiva; dieſemnach wird in dem gerade-wincklichten Triangel BDS aus der Seite DS und dem gegen über-ſtehenden Winckel SBD die baſis BS geſuchet (probl. 13. 9. ſphær.) Iſt nun die declination nördlich/ wird die amplitudo ortiva auch nördlich ſeyn, iſt aber iene ſüdlich/ wird dieſe ebenfalls ſüdlich.

Es ſey z. E. die ſüdliche declination der Sonnen 18° 24′.

Saget SR - SBD : SR. SD = ST : SR. BS 30° . 7′.

Log. SR 18° 24′		94992045
Log. SR. 38. 58′		97985596
Log. SR. 30°. 7′		97006449

daher iſt die ſüdliche amplitudo ortiva 30° 7′.

Schol. Auf ſolche Art iſt die XII Tabelle conſtruiret worden/ darinn die amplitudines ortivæ in denen elevationibus poli von 50, 51 und 52° auf alle Grad der declination von 1 zu 40 gefunden werden, wenn die declination unter gehöriger elevation des poli geſucht wird. So offt aber entweder bey der declination oder bey der elevation des poli, oder bey allen beyden Minuten ſtehen, muß pars proportionalis geſucht werden.

Wenn das punct der ecliptic gegeben, ſoll der Winckel gefunden werden, welchen die ecliptic in ſolchen Punct mit dem colure oder circulo declinationum machet. Probl. 11.

Es ſey im vorigen Triangel BDS (fig. 12) BS ein Bogen des æquatoris, BD ein Bogen der ecliptic, S das gegebene Punct der ecliptic, BSD der geſuchte Win-

Winckel. So wird in dem gerade-winckligten Triangel BDS aus der baſi BS (der diſtanz des gegebenen Puncts der ecliptic von dem nechſten æquinoctio) und den Winckel SBD (welchen die ecliptic mit dem æquator machet) der Winckel BSD geſuchet (probl. 1 §. 9 ſphær.)

Es ſey z. E. das gegebene Punct der ecliptic 12°. 36′ ♐, daher die Seite BS 72° 36′.

Saget alſo: ST : SC. BS = T. SBD. : TC. BSD. 82°. 32′.

Log SC 72° 36′	94757304
Log. T. 23. 30′	96383019
Log. TC. 82°. 32′	91140323

Folglich iſt der Winckel, welchen die ecliptic in dem 12° 36′ ♐ mit dem circulo declinationis machet 82° 32′.

Schol. Auf ſolche Weiſe iſt die XVIIte Tabelle berechnet worden, darinn der Winckel, welchen die ecliptic in ieden punct mit dem circulo declinationis machet, gefunden wird, wenn das Zeichen oben oder unten, der Grad am Rande zur Rechten geſucht wird; z. E. im 12 Grad ♐ macht die ecliptic mit dem circulo declinationis einen Winckel von 82°. 20′ 30″; ſtehen aber bey denen Graden des Bogens der ecliptic Minuten, muß pars proportionalis geſucht werden.

Probl. 12 **Wenn der Winckel, welchen die ecliptic mit den circulo declinationis machet, nebſt der declination und Höhe der Sonnen, oder der Tages-Zeit bekannt, ſoll der Win-**

Winckel gefunden werden, welchen die ecliptic mit dem circulo verticali machet.

Es ſey A das Zenith (fig. 19) daher OR der horizon, F der polus, folglich QV der æquator, H der Ort der Sonnen/ alſo HI die declination, welche/ wenn ſie ſüdlich iſt auf 90° muß vermehret/ iſt ſie aber nördlich von 90° ſubtrahiret werden/ daß die Seite HF herauskomme. So ſind

1) in dem Triangel AHF die 3 Seiten gegeben/ HA (Cptum der Sonnen-Höhe PH) HF (die declination der Sonnen HI † 90) und AF (Cptum elevationis poli) aus welchen der Winckel AHF gefunden wird/ (probl. 11 §. 14 ſphær.)

2) Im Früh Jahr und Winter addiret Vormittags dieſen Winckel zu dem Winckel/ welchen die ecliptic in denſelben punct mit dem circulo declinationis machet (probl. 11.) Nachmittags ſubtrahiret jenen von dieſen. Im Sommer und Herbſt aber nehmet an ſtatt des Winckels den die ecliptic mit den circulo declinationis machet ſein Cptum zu 180°; im übrigen operiret wie vorher. So gibt die Summe oder die differentz den geſuchten Winckel.

3) Wenn an ſtatt der Höhe der Sonnen die Tages-Zeit gegeben/ ſo ſuchet auf dieſelbe Zeit die elongation der Sonnen von den meridiano (probl. 9 §. 32) welche den Winckel F miſſet/ daher ſuchet in den Triangel FAH aus denen Seiten AF (Cptum elevationis poli) FH (Cptum declinationis, wenn dieſe nördlich/ oder die declination auf 90° vermehret/ wenn ſie ſüdlich iſt) und dem Winckel F (die elongation von den meridiano) den Winckel AHF (welchen der circulus verticalis mit den circulo declinationis machet) (probl. 3 §. 14 ſphær.) Wird dieſer im Winter und Früh-Jahr des Morgends zu dem Winckel FHK (den die ecliptic HK mit den circulo declinationis HA machet) addiret/ entſtehet der geſuchte Winckel AHK den die ecliptic HK mit dem circulo verticali HA machet/ und alſo auch in denen übrigen Fällen.

Es

Es ſey z. E. die declination der Sonnen 22° 17′, wenn die Sonne in dem 12° ♐, die Hö-he der Sonnen ſey Vormittags obſerviret 14°. 15′. Daher HF 112° 17′, HA 75° 45′, FA 38. 58′.

ST.: SC. HK = T. HKI: TC. KHI. 82°. 21′.

Cptum 97° 39

Log. SC. 72°	94899824
Log. T. 23. 30′	96383019
Log. TC. 82° 21′	91282843
SR. AH. 75° 45′	99864273
SR. FH. 67° 43′	99662920
differenz 8° 2′	199527193
AF 38′ 58′	
Summe 47 0 ½. 23° 30′	
differ. 30 56 ½. 15 28′	
Log. SR. 23°. 30′	96006997
Log. SR. 5 28	94259867
	390266864
	199527193
	190739671
Log. SR. 20° 8′	95369835
2	
der Winck. AHF 40 16	
Cptum KHI 97 39	
der Winck AHK 137° 55′	

Auf gleiche Weiſe ſoll gefunden werden was der 12° ♐ des Morgends um 11 Uhr 15′ mit

dem

dem circulo verticali vor einen Winckel mache. Das Cptum vor 11 U. 15′ zu 12 ſt. iſt 45′. welchen reſpondiren 11° 15′. die elongation der Sonnen von dem meridiano, welche den Winckel F miſſet.

Saget daher ST. : SR. AF = SR. AFH : SR. Inv. I. 7°. 3′

Log. SR 38° 58′	97985596
Log. SR. 11 15	92902357
Log. SR. 7° 3′	90887953

SC. AFH : ST = TC. AF : TC. Inv. II. 74°. 31′

Log. TC. 38° 58′	100921475
Log. SC. 11° 15′	99915739
Log. TC. 38°. 26′	101005736
HF 112 17	
Inv. III. 74° 31′	

SR. Inv. III : ST = T. Inv. I. : T. AHF. 8°. 36′

Log. T. 7°. 3°	190922660
Log. SR. 74° 31′	99839455
Log. T. 7°. 19	91083205
Cpt. KHI 97 39	
AHK 104 58	

Das

Das IX. Capitel.
von der
Refraction und Parallaxi der Sterne.

§. 48. Damit der wahre Ort eines ieden Sterns deſto genauer an dem Himmel könne beſtimmet werden, ſo muß von denienigen, welcher durch die obſervation gefunden, die refraction ſubtrahiret, (§. 53 aſtron.) hingegen die parallaxis dazu addiret werden; (§. aſtron.) es ſey denn, daß der Stern im vertice ſtehe, da er frey von aller refraction und parallaxi iſt, (ll. cc.) Ob nun wohl die refaction inſonderheit nahe bey dem Horizont, allwo die Strahlen nicht nur ſehr ſchieff fallen, ſondern auch die häuffigſten und dickeſten Dünſte befindlich (§. 54 aſtron.) ſehr veränderlich iſt, daß man dieſelbe nimmermehr gantz genau beſtimmen kan; ſo bekräfftigen doch die vielfältigen obſervationes des CASSINI, PHIL. de la HIRE und vieler anderer aſtronomorum, daß, wenn die Sterne erſt einige Grad über den horizont eleviret, nachmahls derſelben Strahlen gantz regulair gebrochen werden; ingleichen daß die refraction nicht von der ungleichen diſtanz der Sterne von der Erden, ſondern von der Höhe derſelben über den Horizont dependire. Inzwiſchen ſtehet nicht zu läugnen, daß in verſchiedenen elevationibus poli auch verſchiedene refractiones der Sterne obſerviret werden,

den, indem dieſelben deſto ſtärcker, ie näher ein Ort nach den polis herauf gelegen iſt, weil bey denenſelben durch die groſſe Kälte (§. 27 geogr.) die Lufft dermaſſen comprimiret wird, daß ſie viel dicker iſt als bey den æquator, allwo die ungemeine Hitze die Lufft vielmehr ausdähnet, und dünner machet; daher die Strahlen nicht ſo ſtarck daſelbſt gebrochen werden. Eben daher entſtehet auch, daß die Sterne an einem Ort im Winter und Sommer verſchiedene refractiones haben.

§. 49. Weil aber durch die refraction nicht allein die wahre Höhe des Sternes, ſondern auch die declination, aſcenſion, Länge und Breite verändert wird, (§. 55 aſtron.) ſo haben wir dabey folgende problemata zu reſolviren.

Die Refraction der Sterne auf alle Grad ihrer Höhe beſtimmen. Probl. I

1) Obſerviret eines Sternes der in ſeiner Zenith zu ſtehen kömmt / ſeine Mittags Höhe (probl. 4 §. 32) zu welcher er alsdenn gelanget / wenn er durch die dioptern eines quadranten der vertical geſtellet iſt / daß der Faden mit dem Bley præciſe 90° abſchneidet / geſehen wird.

2) Suchet aus dieſer Mittags-Höhe, die declination des Sterns (probl. 6 § 35)

3) Notiret auf einer guten perpendicul-Uhr die Zeiten da der Stern 89 / 88 / 87 / u. ſ. w. biß auf 1° über den horizont eleviret iſt.

4) Rechnet auf dieſe Zeiten aus / wie hoch der Stern zu denſelben über den Horizont ſtehen ſollen (probl. 12 §. 44)

5) Subtrahiret dieſe (no 4) gefundene Höhen von

denen erſtern, welche (no. 3) obſerviret worden; So geben die differentzen die geſuchten refractiones.

Schol. 1. Wenn auch nur eine refraction in einer gewiſſen Höhe des Sternes gefunden iſt, können dadurch alle übrigen in iedweder Höhe durch die proportion gefunden werden, indem die ſinus derer angulorum refractorum mit denen ſinibus derer angulorum inclinationis in gleicher Verhältniß ſind (Th. 3 §. 7 Diopt.) Z. E. Wenn die refraction in der Höhe von 58° gefunden 1′, und ihr wollet wiſſen die refraction in der Höhe von 30°; ſo ſaget: SR. 32° (Cptum altitudinis ſo die inclination gibt): SR 60 (Cptum 30°) = SR. 31 59′ (angulus refractus welcher die differenz zwiſchen den angulo inclinationis und refractionis (Ax. 11 §. 1 Diopt.): SR des anguli refracti.

SR. 31° 59′	97240075
SR. 60° 0′	99375306
	196615481
SR. 32°	97242097
SR. 59°. 54′ 14″	99373384
60	

2′ 46″ Refractio in der Höhe von 30°.

Schol. 2. Auf ſolche Weiſe werden die tabulæ refractionum conſtruiret, dergleichen die XIII und XIV Tabellen ſind; in beyden findet man die refraction der Sterne auf alle Grad von 0 zu 90, in der letztern nach der obſerva-

tion

tion des Herrn von WVRZELBAV, in der erſtern nach des PHIL. de la HIRE obſervationibus ſowohl im Winter als im Sommer.

Wenn die Höhe eines Sternes obſerviret, u. die refraction derſelben nebſt der Tages-Zeit bekannt, ſoll die refraction der declination und geraden aſcenſion gefunden werden. Probl 2

Es ſey *Z* (fig. 20) das *Zenith*, daher HO der horizont, P der polus, folglich AB der æquator, RE die wahre Höhe des Stern / SE die obſervirte, *S*R die refraction der Höhe, RD = FI die wahre declination, IS die refractio declinationis, D die wahre aſcenſion, F die ſcheinbahre / daher DF die declination der aſcenſion.

Folglich ſind 1) in dem Triangel PSZ gegeben SZ Cptum der ſcheinbahren Höhe / PZ die diſtanz des poli von Zenith (Cpsum der Höhe des poli,) ingleichen der Winckel ZPS, welchen der Bogen HF die ſcheinbahre elongation des Sternes von dem meridiano, (welche aus der gegebenen Tages-Zeit gefunden wird probl. 9 §. 32) hieraus ſuchet den Winckel PSZ (probl. 2 §.14 ſphær.) welcher = dem verticali RSI. Derowegen ſind 2) wiederum in dem gerade-wincklichten Triangel RSI gegeben / der Winckel RSI, (no. 1) und die baſis SR (die refraction der Höhe) hieraus ſuchet die Seite SI (die refraction der declination) probl. 7 §. 9 ſphær. Endlich ſind auch 3) in dem Triangel R*P*S die 2 Seiten R*S* (die refraction der Höhe) und RP Cptum declinationis bekannt / ſamt den Winckel RSP Cptum RSI no. 1; hieraus ſuchet den Winckel RPS (probl 1 §. 14 ſphær.) welchen der Bogen DF die refractio aſcenſionalis miſſet.

Es ſey z. E. die Höhe eines Sternes obſerviret 24°, 15′ des Nachmittags um 8 Uhr 45′.

 Die

Die refraction der Höhe ſey 2′ 24″, die gerade aſcenſion des Sterns 136° 20′, die declination 16° 36′ die gerade aſcenſion der Sonnen 334° 20′; der gegebenen Zeit reſpondiren in dem æquator 131° 36′

die gerade aſcenſion der Sonnen	334	20
	465	56
	360	
das Punctum culminans des æquat.	105	56
der gerade aſcenſion des Sterns	136	40
die elongation des Sternes	30	44

Dieſemnach iſt die Seite SZ 65° 45′, ZP 38°. 58′, der Winckel SPZ 30° 44′

Saget alſo: SR. SZ: SR. SPZ = SR. PZ: SR. ZSP.

Log. SR. 38° 58′	97985596
Log. SR. 30 44	97084575
	195960171
Log. SR. 65° 45′	99598815
Log. SR 25° 48′	96361356

SC. RSI: ST = TC. RS: TC IS

Log. TC. 2′ 24″	232976833
Log. SC. 25° 48′	99543963
Log. TC. 1′ 39″	133432870

alſo iſt die refractio declinationis 1′ 39″

SR. RP.: SR. RSP = SR. RS: SR. RPS.

Log. SR. 2′ 24″	68351926
Log. SR. 25° 48′	96387199
	164739125

Log.

Log. SR. 73° 24′ 99815117

Log. SR. 6″ 64924008

Folglich iſt die refraction der geraden aſcenſion 6″

Wenn die wahre declination eines Sterns ſamt der refraction derſelben gegeben, ſoll die gebrochene declination gefunden werden. Probl 3

1) Wenn die declination nördlich iſt und kleiner als die Höhe des poli, addiret zu der wahren declination die refraction derſelben / ſo gibt die Summe die ſcheinbahre declination.

2) Wenn die declination gröſſer als die Höhe des poli, ingleichen wenn dieſelbe ſüdlich, ſubtrahiret von derſelben die refraction, ſo gibt der Reſt die verlangte declination.

Z. E. Es ſey die nördliche declination eines Sterns 16° 36′, die refraction derſelben 1′ 39″; ſo iſt die ſcheinbahre declination 16° 37′ 39″.

Wenn die gerade aſcenſion eines Sterns ſamt der refraction derſelben gegeben, ſoll die gebrochene aſcenſion gefunden werden. Probl 4

Subtrahiret die refraction von der wahren geraden aſcenſion ſo bleibet die ſcheinbahre übrig.

Es ſey z. E. die wahre gerade aſcenſion 136° 40′ 0″

Die refraction 6″

ſo iſt die ſcheinbare aſcenſion 136° 39′ 54″

Wenn die elevation des æquatoris ſamt der Länge und Breite eines Sterns, wie Probl 5

auch die Höhe und die Zeit da dieſelbe obſerviret worden, nicht weniger die refraction der Höhe gegeben, ſoll die refraction der Länge und Breite des Sterns gefunden werden.

1) Suchet auf die gegebene Zeit das punctum oriens und den nonageſimum (probl. 5 und 7 §.)

2) Sind dieſe bekannt, ſo ſey Z das Zenith (fig. 21) HO der Horizont, M der polus der ecliptic, KL die ecliptic, C der nonageſimus, folglich AC die Höhe des nonageſimi, ingleichen EB die obſervirte Höhe des Sterns, ES die wahre Höhe, folglich BS die refraction. Weiter ſey T die wahre Länge, Q die ſcheinbahre, alſo QT die refraction der Länge. Ingleichen ST die bahre Breite, QB die ſcheinbahre, folglich BI die refraction der Breite.

5) Dieſemnach ſind in dem Triangel ZMS gegeben, die Seite SZ (Cptum der wahren Höhe) die Seite SM (Cptnm der wahren Breite wenn dieſelbe nördlig iſt, iſt ſie aber ſüdlich, wird vor SM die Breite auf 90° vermehret) und der Winckel ZMS, welchen der Bogen TC (die diſtantz des Sternes von den Nonageſimo) miſſet, hieraus ſuchet den Winckel ZSM probl. 2 § 14 ſphær.)

4) Suchet ferner in dem Triangel SBM aus den Seiten SM und SB (die refraction der Höhe ſamt den Winckel BSM die Seite BM (probl. 8 §. 14 ſphær.) welche das Cptum der geſuchten ſcheinbahren Breite iſt, (wenn ſie nördlich, iſt ſie aber ſüdlich, wird von BM ein quadrans weggeworffen, ſo bleibet die ſcheinbahre Breite übrig.

5 Ingleichen den Winckel SMB, welchen der Bogen TQ (die geſuchte refraction der Länge) miſſet. (probl. 3 §. 14 ſphær.)

Es ſey z. E. die Höhe des æquatoris bey uns 38 58′, die Länge des Sterns 25° ♈, die Brei-

Breite 18° 30′, die wahre Höhe 23°, die refraction derſelben 2′, die Zeit da die Höhe obſerviret worden den 5 Febr. 1720. des Abends um 8 Uhr; da die Sonne zu Mittage geweſen in den 15° 45′ ♒

daher iſt die gerade aſc. der Sonnen	318° 13′
der Zeit nemlich 8 Uhr reſpondiren im æquator	120° 19′ 43″
	438 32 43
	360
alſo iſt das punctum culminans	78 32 43
	90
das punctum oriens im æquator	168 32 43
welchem reſpondiret das Punct. or. in der ecliptic	17° 12′ ♍
	90
daher der nonageſimus	17° 12′ ♊

Folglich iſt SZ 67°. SM 71° 30′, der Winckel ZMS 102° 12′

Saget daher: ST : ſR. SM. = sR. ZMS : sR. Inv. I. 67 . 57′

Log. sR. 77 . 48′.	99900794
Log. ſR. 71 30	99769566
Log. SR. 67 57′	99670360

TC. Inv. I.: TC. SZ = ST : SC. Inv. II. 82° 47′

Log. TC 63° 197071659
Log TC. 67° 57′ 96074997

Log. SC. 82° 47′ 90996662
TC. Inv. I. : TC. SM = ST : SC. Inv. III. 34° 17′.
Log. TC. 71°. 30′ 195245199
Log. TC. 67°. 57′ 96074997

Log. SC. 34°. 27′ 99171202
Inv. II. 82 47

48 30 der Winckel ZSM.
ST : SR. SB = SR. ZSM. : SR. Inv. I. 1′ 34″.
Log. SR. 2′ 67647561
Log. SR. 48°. 30. 98744561

Log. SR. 1′ 34″ 66392122
SC. ZSM. : TC. SB. = ST. : TC. Inv. II. 1′ 25″.
Log. TC. 2′ 132352438
Log SC. 48° 30″ 98212646

Log. TC. 1′ 25″ 34139792
SM. 71°. 30′

Inv. III. 71° 28′ 25″
ST. : SC. Inv. I. = SC. Inv. III. : SC. MB.
Log. SC. 1′ 34″ 99999999
Log. SC. 71 28′ 95022308

Log. SC. 71° 38′ 2″ 95022307
Folglich iſt die refractio der Breite 2″.
SR. BM. : SR. BSM = SR. BS : SR BMS. 1′ 37″.
Log. SR. BSM. 48°. 30′ 98744561
Log. SR. BS. 2′ 67647561

166292122

Log.

	166392122
Log. SR. 81°. 28	99768720
Log. SR. 1′ 37″	66623402

Daher die refraction der Länge 1′ 37″.

Wenn die wahre Breite und refraction der Breite gegeben, ſoll die gebrochene Breite gefunden werden. Probl 6

1) Iſt die wahre Breite nördlich / und kleiner als die diſtantz des Zenith von der ecliptic, ſo addiret zu derſelben die refraction.

2) Iſt aber die nördliche Breite gröſſer als die diſtanz des Zenith von der ecliptic, ingleichen wenn die Breite ſüdlich iſt / ſubtrahiret die refraction davon / ſo gibt im erſten Fall die Summe / im andern der Reſt die verlangte ſcheinbahre Breite.

Z. E. Es ſey die nördliche Breite des Sternes 18° 12′

die refract. der Breite ſey		1	12″
ſo iſt die ſcheinbahre Breite	18	13′	12″

Wenn die wahre Länge eines Sternes und die refraction derſelben gegeben, ſoll die gebrochene Länge gefunden werden. Probl 7

1) Stehet der Stern gegen Morgen / ſubtrahiret die refraction von der Länge.

2) Stehet er aber gegen Abend / ſo addiret die refraction zu der Länge / im erſten Fall gibt der Reſt / im andern die Summe die verlangte ſcheinbahre Länge.

Z. E. Es ſey die wahre Länge eines Sternes der gegen Abend ſtehet 25° 12′ ♈, die refraction der Länge 1′ 37″; ſo iſt die ſcheinbahre Länge 25° 13′ 37″ ♈

§ 50. Es verurſachet die refraction auch die Dämmerungen, (§. 46 aſtron.) welche in unſern cliamate ſo lange dauren, als die Sonne nicht über 18 Grad unter den Horizont ſtehet. (ibid.) Ob nun wohl die ungleiche Beſchaffenheit der Lufft in unſer atmoſphæra Urſach ſeyn kan, daß dieſelbe bald kürtzer bald länger dauren; (ib.) ſo werden wir dennoch auch ungleiche Dämmerungen haben, wenn gleich die atmoſphæra zu aller Zeit auf gleiche Weiſe mit Dünſten angefüllet wäre; ſintemahl die Sonne nicht aller Orten, auch nicht zu aller Zeit gleiche bald die 18 Grad in dem circulo verticali abſolviret In der ſphæra recta da ſie allzeit in geraden Winckeln untergehet, ſteiget ſie ſelbige 18 Grad am geſchwindeſten herab, in denen ſchieffen ſphæris bringet ſie deſto mehr Zeit zu, ie ſchieffer der Winckel iſt, welchen der æquator mit dem Horizont machet, und ie weiter ſie ſelbſt von dem æquator abweichet, wie aus dem ſchemate (fig. 24) augenſcheinlich zu ſehen. Denn wenn HO der Horizont, mit welchen in der ſphæra recta der æquator RS gerade, in einer obliqua aber als AQ ſchieffe Winckel machet, ſo wird die Sonne in ihren circulo diurno (welcher entweder der æquator ſelber, oder ein parallelus deſſelben iſt) den terminatorem crepuſculorum MC (welcher von dem Horizont HO auf 18° removiret ſeyn ſoll) viel eher erreichen, wenn ſie durch den Bogen NV gerade auf ihm zugehet, als wenn ſie durch den

Bogen

Bogen TV ſchieff gegen denſelben beweget wird: Ja ſie wird auch, wenn ſie in den æquator gehet, den Bogen NP eher abſolviren können, als in in einen parallelo den Bogen LM z. E. Weil dieſer zu einen kleinen Circkel gehöret, und daher, weil er mit NP von gleicher Länge zwiſchen denen parallelis HO und MC mehr Grad einſchlieſſet als derſelbe Bogen NP. Dieſerwegen haben wir, auf alle elevationes poli und declinationes der Sonnen den Anfang und das Ende der Demmerung beſonderes zu rechnen; wie folgende Aufgabe lehret.

Wenn die declination der Sonnen und die Höhe des poli gegeben, ſoll der Anfang der Morgen-Demmerung, oder das Ende der Abend-Demmerung gefunden werden. Probl I

Es ſey (fig. 24) HO der Horizont, AQ der æquator, *M* der Ort der Sonnen/ daher MS die declination derſelben/ MX die Tiffe der Sonnen unter dem horizont (18°) daher in dem Triangel MDR die 3 Seiten DR (Cptum der elevation des poli) MD Cptum der declination, oder wenn dieſe ſüdlich iſt/ die declination auf 90° vermehret) und R*M* (die Tieffe MX auf einen quadranten vermehret) gegeben/ hieraus ſuchet den Winckel MDR, deſſen Cptum zu 180° der Winckel SDQ welchen die elongation der Sonnen von dem meridiano *SZ* miſſet; (probl. 11 §. 14 ſphær.) wird demnach dieſelbe in die Zeit verwandelt (probl 1 §. 28) gibt dieſelbe des Morgends das momentum da die Demmerung anfänget; des Abends aber ziehet dieſelbe von 12 Stunden ab, ſo habt ihr das momentum da die Demmerung aufhöret.

Z. E. Wenn wird denn die Morgen-Demmerung angehen, wenn die Sonne im 10° ♉ ſich befindet, da ihre declination iſt 14° 51′, bey uns in Jena da die elevatio poli 51° 2′.

Log. SR. DR	38°	58′	97985596
Log SR DM	75	9	99852468
DM—DR	36	11	197838064
RM	108		
	144	11	½ 72° 5′
	71	49	½ 35 54′
Log. SR.	7°	5′	99784111
Log. SR.	35	54′	97681735
			397465846
			197838064
			199627782
Log. SR.	73°	21′	99819891
		2	
	146	42	
	180		
die elongat.	33	18	

30°	2 ſt	— 0′	
3		12	
10′		—	40″
8″			32
	2 ſt	13′	12″

Folglich gehet die Morgen-Demmerung an, ¼ nach 2 Uhr.

Wenn

Wenn der Anfang der Morgen-Demmerung oder das Ende der Abend-Demmerung gegeben, ſoll die Länge der Demmerung gefunden werden. Probl. 2

Subtrahiret die Zeit, da ſich die Morgen-Demmerung anfänget von der Zeit da die Sonne aufgehet. (probl.3 §.44) ſo habet ihr die Länge der Morgen-Demmerung; oder ſubtrahiret von der Zeit da die Abend-Demmerung aufhöret, die Zeit da die Sonne untergehet; ſo gibt wiederum der Reſt die Länge der Abend-Demmerung.

Es ſoll z. E. die Sonne, wenn ſie im 10° ♉ iſt, uns aufgehen um	4 Uhr	42′
fänget ſich nun die M. Demm. an um	2	23′
ſo währet die Morgen-Demmer.	2 ſt.	19′

Schol. Nach dieſen Fundament iſt die XVIII Tabelle gerechnet worden, darinn die Länge der Demmerung auf die elevationes poli von 50, 51 und 52° und alle 3° der ecliptic angezeichnet iſt.

§. 51. Wie die refraction der Sterne berechnet wird, eben ſo wird auch die parallaxis ſowohl der Höhe (welche man commutationem nennet) als der declination, Länge, Breite und aſcenſion gefunden. Sie muß aber der wahren Höhe, declination, aſcenſion, Länge und Breite contrair appliciret werden, wenn man den ſcheinbahren ſitum der Sterne finden will. Sintemahl die parallaxis alle phænomena niedriger præſentiret, da ſie wegen der refraction höher geſehen werden. (§.57 aſtron.)

Ob

Ob nun wohl die parallaxis allzeit bey dem horizont am gröſten iſt (§. 17 aſtron.) und dannenhero daſelbſt am leichteſten zu obſerviren wäre, ſo ſind dennoch die obſervationes bey dem horizont wegen der ungleichen refraction, ſo daſelbſt wegen der groſſen dicken Dünſte, welche allda anzutreffen, ſehr ungewiß, weshalben die parallaxis im horizont durch die Rechnung gefunden wird, wie folgende Aufgaben lehren.

Probl I **Die parallaxin eines Sternes in iedweder Höhe deſſelben von den Horizont obſerviren.**

1) Obſerviret die Höhe des Sternes (probl. 1 §. 32)

2) ſubtrahiret von der obſervirten Höhe der refraction des Sternes / welche er in ſolcher Höhe hat. (Tab. XIII)

3) Rechnet die wahre Höhe des Sterns auf dieſelbe Zeit aus (probl. 12 §. 44)

4) ſubtrahiret die obſervirte Höhe (no. 2) von der wahren Höhe no. 3) ſo gibt der Reſt die verlangte parallaxin in ſolcher Höhe.

Z. E. Es ſey die wahre Höhe des Sternes durch die Rechnung gefunden 24°, die obſervirte 23° 36′ die refraction 3′ 34″; ſo iſt die parallaxis 20′ 26″

Probl 2 **Wenn die diſtanz des Sternes von der Erden gegeben, ſoll die parallaxis horizontalis deſſelben durch die Rechnung gefunden werden.**

Es ſey AT (fig 22) der ſemidiameter der Erden RT die diſtantz de. Sterns von der Erden / AR der horizont, ART der angulus parallacticus (§. 58 aſtron., ſuchet daher

her in dem recht-winckelichten Triangel RAT aus der baſi RT und den Seite AT der gegen überſtehende Winckel ART (probl. 19 §. 8 Trigon. plan.)

Es ſey Z. E. RT. 60 ſemid. der Erde; ſaget demnach

RT. : TA ⌗ ST. : SR. ART. 57′

Log. ST.	100000000
Log. 60	17781512
Log. SR. 57′	82218488

Folglich iſt die parallaxis horizontalis 57′

Wenn die diſtanz eines Sternes von der Erden, und die Höhe deſſelben gegeben, ſoll die parallaxis in ſolcher Höhe gefunden werden. Probl 3

Es ſey ACB (fig. 23) die wahre Höhe des Sternes; daher BCZ das Cptum die diſtantz deſſelben von dem vertice; CA der ſemidiameter der Erden. Folglich ſind in dem Triangel PCA die Seiten AC und CP ingleichen der Winckel BCA gegeben / hieraus ſuchet den angulum parallacticum (probl 29 §. 9 trigon. plan.)

Es ſey z. E. die Höhe AB 48°. 20′, daher BZ 51° 40′ die Maas des Winckels C, die diſtanz von der Erden CP ſey 60 ſemid. der Erde ſaget demnach.

CP. : CA ⌗ SC. PCA. : SR. APC. 28′

Log. SC. 51° 40′	97925566
Log. 60	17781512
Log. SR. 28′	79144054

Folglich die parallaxis in der gegebenen Höhe 28′.

Schol.

Schol. Auf ſolche Weiſe hat der Herr von WVRZELBAV in der Vrania Norica geogr. p. 20. die parallaxin der Sonnen von 5 bis zu 5° der Höhe gerechnet, da er die parallaxin horizontalem 10″ ſetzet. Wie die XX Tabelle anzeiget.

Probl 4 **Wenn die Höhe des poli, ingleichen des Sternes ſamt der refraction und parallaxi, wie auch die Tages-Zeit gegeben, ſoll die parallaxis der declination und geraden aſcenſion gefunden werden.**

1) Subtrahiret von der ſcheinbahren Höhe des Sterns die refraction, ſo bleibet die wahre Höhe übrig / dieſe ſey z. E. ES (fig. 20.

2) AD ſey die diſtantz eines Sterns von dem meridiano, welche den Winckel APD miſſet; SR die parallaxis der Höhe / PZ die diſtantz des poli P von den Zenith Z, ſuchet demnach

3) aus dieſen datis die Seite IS die paralaxin der declination, und FD die paralaxin der aſcenſion (probl. 2 §. 50)

Probl 5 **Wenn die wahre declination und die parallaxis derſelben gegeben, ſoll die ſcheinbahre declination gefunden werden.**

1) Iſt die declination nördlich und kleiner als die Höhe des poli, ſubtrahiret davon die parallaxin.

2) Iſt die declination ſüdlich / oder die nördliche gröſſer als die Höhe des poli, addiret die parallaxin dazu / ſo gibt im erſten Fall der Reſt, im andern die Summe die geſuchte ſcheinbahre declination (§. 59 aſtron.)

Probl 6 **Wenn die wahre gerade aſcenſion eines Sternes gegeben ſamt der parallaxi derſel-**

ſelben, ſoll die ſcheinbahre aſcenſion gefunden werden.

Zu der wahren aſcenſion addiret die parallaxin derſelben/ ſo gibt die Summe die ſcheinbahre (§. 59 aſtron.)

Wenn der nonageſimus bekannt, ingleichen die wahre Hoͤhe eines Sternes, (davon nemlich die refraction abgezogen) wie auch die parallaxis der Hoͤhe, ſamt der wahren Laͤnge und Breite eines Sternes, ſoll die parallaxis der Laͤnge und Breite gefunden werden. Probl 7

Es ſey M (fig. 21) der polus der ecliptic, BE die wahre Hoͤhe des Sternes/ SB die parallaxis der Hoͤhe/ C der nonageſimus, Q die wahre Laͤnge/ QB die wahre Breite des Sterns; ſuchet demnach ſowol die Groͤſſe des Bogen BI (die parallaxin der Breite) als des Bogen QT (die parallaxin der Laͤnge (probl. 5 §. 49).

Wenn die wahre Breite und parallaxis derſelben gegeben, ſoll die ſcheinbahre Breite gefunden werden. Probl 8

1) Iſt die Breite noͤrdlich und kleiner als die diſtantz des *Zenith* von der ecliptic, ſubtrahiret von derſelben die parallaxin der Breite;

2) Iſt ſie aber ſuͤdlich/ oder die noͤrdliche groͤſſer als die diſtantz des *Zenith* von der ecliptic, addiret die parallaxin dazu/ ſo gibt im erſten Fall der Reſt/ im andern die Summe die verlangte ſcheinbare Breite des Sterns (§.59 aſtron).

Wenn die wahre Laͤnge eines Sterns und die parallaxis derſelben bekannt, ſoll die ſcheinbahre Laͤnge deſſelben gefunden werden. Probl 9

Stehet der Stern gegen Morgen/ addiret die parallaxin der Laͤnge zu der wahren Laͤnge/ ſtehet er aber

gegen Abend; ſubtrahiret iene von dieſer, ſo gibt die Summe oder der Reſt die geſuchte ſcheinbahre Länge. (§. 59 aſtron.)

Das X. Capitel.
von der
Vergleichung der Zeit.

§. 52. Die Zeit, auf welche die Oerter der Sterne in der aſtronomie gerechnet werden, muß auf verſchiedene Art corrigiret werden. Erſtlich fangen die aſtronomi ihre Tage zu Mittage an, (§. 17 ax. 2 chron.) da ſich der bürgerliche Tag allbereit vor 12 Stunden, nemlich zu Mitternacht (ib. ax. 4) angefangen. Weshalben in denen Vormittags-Stunden die aſtronomiſche Zeit von der bürgerlichen differiret und (probl. 1 §. 17 Chronol.) muß reduciret werden.

§. 53. Die andere correction der Zeit muß wegen der verſchiedenen meridianorum, unter welchen verſchiedene obſervatores wohnen, (ax. 3 §. 5 geogr.) angeſtellet werden. Sintemal dieienigen Einwohner der Erden ſo weiter nach Morgen wohnen, zu gleicher Zeit mehr Stunden zehlen, als dieienigen, welche weiter nach Abend gelegen ſind (ibid.) Wenn wir demnach ein phænomenon aus denen Tabellen berechnen wollen, und ſolche Tabellen auf einen andern meridianum gerichtet, als unter welchen wir wohnen, muß die Zeit der Erſcheinung des phænomeni, welche durch die Rechnung

gefun-

gefunden, auf unſern meridianum reduciret werden.

§. 54. Ferner ſind die Sonnen-Tage, nach welchen die bürgerliche Zeit eingetheilet iſt, nicht alle von gleicher Länge (§. 5 Chronol.) ſintemahl ſowohl die Sonne bald langſamer bald geſchwinder in der ecliptic zu gehen ſcheinet, (§. 98 aſtron.) als auch mit gleichen Bogen der ecliptic dennoch ungleiche Bogen des æquatoris durch den meridianum gehen, (§. 37) da alſo in einen Sonnen-Tage mehr, in einen andern weniger Grad des æquatoris durch den meridianum gehen, und dieſe Grad des æquatoris, wenn ſie in Zeit reſolviret werden, (probl. 1 §. 28) die Länge des Tages geben, ſo muß nothwendig ein Sonnen-Tag länger ſeyn als der andere; und folglich ſind auch die Stunden und Minuten nicht in iedweden Sonnen-Tage von gleicher Länge. Hieraus entſtehet der Unterſcheid zwiſchen denen mittlern und wahren Sonnen-Tagen, iene entſtehet, wenn man die mittlere tägliche Bewegung der Sonne, welche ſich auf 59′ 8″ erſtrecket, in die Zeit reſolviret (probl. 1 §. 28) und nachmahls zu 24 ſt. (den Tag der erſten Bewegung addiret;) da denn der 24te Theil von dieſer Zeit eine Stunde gibt, u. ſ. w. Die wahre Länge eines ieden Sonnen-Tages aber wird gefunden, wenn die gerade aſcenſion des Bogens, welchen die Sonne ſelbigen Tag in der andern Bewegung zurückleget, in die Zeit convertiret, und dieſe

zu 24 Stunden oder den Tag der erſten Bewegung addiret wird. Wenn man derowegen die mittlere Zeit in die wahre verwandeln will, muß eine doppelte correction angeſtellet werden, die erſte wegen der ungleichen Bewegung der Sonnen, die andere wegen der ungleichen aſcenſion gleicher Bogen der ecliptic. Weil aber die erſtere gar ein weniges das kaum mercklich iſt, beträget, kan man ſonder mercklichen Irrthum dieſelbe negligiren. Es kommen bey der Vergleichung der Zeit folgende Aufgaben aufzulöſen vor.

Probl 1 **Die bürgerliche Europäiſche Zeit in die aſtronomiſche verwandeln.**

Wenn die gegebene Zeit nach Mittag iſt / bedarff ſie keiner reduction; iſt ſie aber Vormitag addiret das zu 12 St. ſo gibt die Summe die geſuchte aſtronomiſche Zeit / welche aber noch auf den vorigen Tag gerechnet wird.

Z. E. Es ſey die bürgerliche Zeit den 9 Febr. 6 U. 20′ v. m.
ſo iſt die aſtronomiſche Zeit den 8. Febr. 18 U. 20′

Probl 2 **Die differentiam meridianorum zweyer Oerter finden.**

Nehmet die differentz der Längen an beyden Orten / (§ 43 geogr.) und convertiret ſie in die Zeit (probl. 1 §.28) dieſe / gibt die verlangte differenz.

Z. E. es ſey die Länge von Jena	31	34
von Paris	22	30
	9°	4′
		9°

9°	—	36′		
4′	—	—	16″	
		36′	16″	

Die differenz der meridianorum zu Jena und Pariß.

Wenn die differenz derer meridianorum zweyer Oerter gegeben, ſoll die Zeit an einen Ort in die Zeit des andern Orts reduciret werden. Probl 3

Wenn der Ort an dem die Zeit geſucht wird weiter nach Morgen lieget / das iſt / wenn ſeine Länge gröſſer iſt als die Länge des andern Orts / woſelbſt die Zeit gegeben / ſo addiret die differenz der meridianorum zu der gegebenen Zeit. Iſt aber iener Ort weiter nach Abend gelegen / ſo ſubtrahiret dieſelbe differenz von der gegebenen Zeit. Die Summe oder der Reſt geben die geſuchte Zeit.

Z. E. wenn es zu Pariß iſt	4 Uhr	14′	30″
die differenz der meridian.		36	16
So iſt es in Jena	4	50	46

Hingegen wenn es nach der Jenaiſchen Uhr iſt

	8 ſt.	42′	38″
die differenz der meridian.		36	16
ſo iſt es nach der Pariſer	8 ſt.	6′	22″

Wenn der Ort der Sonnen gegeben, ſoll die differenz zwiſchen der mittlern und wahren Zeit gefunden werden. Probl 4

1) Suchet mit den Ort der Sonnen ſeine gerade aſcenſion (probl. 1 §. 37)

2) Subtrahiret die Länge der Sonnen von der geraden aſcenſion, oder dieſe (wenn ſie kleiner iſt) von iener.

3) die differenz convertiret in die Zeit (probl. 1 §. 28) dieſe gibt die geſuchte differenz, oder ſo genannte æquation der Zeit.

Es ſey z. E. die Länge der Sonnen 9° ♊

das iſt	69°		
daher die gerade aſcenſion	67	17′	13″
	1°	42′	47″

1°	4′		
40′	2	40″	
2		8	
40′		2	40‴
7			28
	6′	51″	8″

die geſuchte æquation.

Schol. 1. Auf ſolche Weiſe iſt die XV Tabelle conſtruiret worden, darinn die æquation der Zeit auf alle Grad der Länge der Sonnen in der ecliptic gerechnet iſt, daher man das Zeichen der Länge der Sonnen oben, den Grad am Rande ſuchen muß, ſo findet ſich in dem gemeinen Fach der Columne die geſuchte æquation.

Schol. 2. Will man aber die æquation noch genauer haben, ſo muß die Bewegung der Sonnen auf alle Tage im Jahr gerechnet werden, (wie unten in dem parte ſpeciali gezeiget wird) nachmahls muß die gerade aſcenſion dieſer täglichen Bewegung geſucht (probl. 1 §. 37) und in die Zeit verwandelt werden (probl. 1 §. 28) ſo gibt die differenz zwiſchen dieſer Zeit nud 3′ 56″ 32‴ (welche Zeit der mittlern täglichen Bewegung der Sonnen reſpondiret (§. 4 Chron.)

die

die geſuchte æquation. Aus welchen Fundament die XVIte Tabelle von den Herrn von WVRZELBAV conſtruiret iſt, daraus ebenfals auf ieden Grad der Långe der Sonnen die æquation gefunden wird. Weil aber das apogæum der Sonne mit der Zeit verrůcket wird (§. 97 aſtron.) ſo bleibet die ungleiche Bewegung der Sonnen nicht allzeit in einerley Långe einerley, weshalben auch dieſe Tabelle des Herrn von WVRZELBAV nur auf dieſes gegenwårtige ſeculum, da das apogæum der Sonne im 8 ♋ obſerviret wird, gerichtet iſt.

Wenn die æquation der Zeit gegeben, ſoll die mittlere Zeit in die wahre reſolviret werden. Probl 5

So lange die Sonne in denen Frůhlings-oder Herbſt-Zeichen gehet / addiret die æquation (ſo in der XV Tabelle gefunden wird) zu der mittlern Zeit / ſo gibt die Summe die wahre Zeit; iſt ſie aber in denen Sommer-oder Winter-Zeichen / ſubtrahiret die æquation von der mittleren Zeit / ſo gibt die differenz die wahre Zeit. Weil in ienen die gerade aſcenſion kleiner / in dieſen gröſſer iſt als die Långe der Sonnen.

Z. E. Es ſey die mittlere Zeit	9ſt. 36′ 48″
der Ort der Son. 16° ♒, die æquat.	9 54
Folglich iſt die wahre Zeit	9ſt. 26′ 54″

Wenn die æquation und die wahre Zeit gegeben, ſoll die mittlere Zeit gefunden werden. Probl 6

Gehet die Sonne in denen Frůhlings- oder Herbſt-Zeichen / ſo ſubtrahiret die æquation von der wahren Zeit; gehet ſie aber in denen Sommer-oder Winter-

Zeichen, addiret die æquation zur wahren Zeit, ſo gibt die Summe die verlangte mittlere Zeit.

Z. E. Es ſey die wahre Zeit	6ſt.	35′ 18″
der Ort der Sonn. 28° ♏ die æqu.		9 6
ſo iſt die mittlere Zeit	6ſt.	26′ 12″

Schol. Wenn die æquation aus der XVIten Tabelle genommen wird, zeiget der Titul ſo über ieder Columne ſtehet, ob ſie zu der wahren Zeit müſſe addiret oder davon ſubtrahiret werden, wenn die mittlere ſoll heraus kommen. Wenn aber die mittlere Zeit gegeben, und die wahre geſucht wird, muß die wahre gefundene æquation der mittlern Zeit titulo contrario appliciret werden.

Der II. Theil

Der

ASTRONOMISCHEN

Rechnung.

Von der beſondern Bewegung derer Geſtirne

Das I. Capitel von der Beſondern Bewegung überhaupt.

§. 55. Die beſondere Bewegung der Geſtirne wird nach verſchiedenen hypotheſibus, aus welchen dieſelbe erklähret wird, auch auf verſchiedene Weiſe berechnet. Nachdem wir alſo erwieſen, daß die Planeten nicht in vollkommenen Circkuln, ſondern in elliptiſchen Umkreiſſen um die Sonne, welche in den einen foco dieſer ellipiſum ſtehet, beweget werden, (§.85 aſtron.) So ſetzen wir bey der Berechnung dieſer Bewegung billig folgende Grundſätze zum voraus.

Th.I **Die Triangel, welche in der ellipſi entſtehen, indem aus dem foco, darinn die Sonne ſtehet, zu dem Umfang derſelben gerade Linien gezogen werden, verhalten ſich ein zum ander, wie die Zeiten, in welchen der Planete die Bogen der ellipſis, welche ſelbige Linien abſchneiden, durch ſeine Bewegung beſchreibet.**

Z. E. Wenn der Planete von A nach B fig. 25) in 2 Monathen beweget wird, und von A nach C 4 Monath zubringet, ſo iſt der Triangel SAC nochmahl ſo groß als der Triangel SAB.

Beweiß.

1) Setzet, die Sonne ſtehe in dem foco *S*, und

und der Planete werde durch ſeine vim centrifugam von A nach F beweget, etwa in dem erſten momento der Zeit von A nach B, und folglich in dem andern, wenn er keine vim centripetam hätte, von B nach D, da ihn aber die vis centripeta allgemählig zurück nach S ziehet, ſo wollen wir ſetzen, es ſolle dieſe vis centripeta ihn in dem andern momento ſoweit nach S bringen als BE austräget; da er alſo in dieſen andern momento durch die vim centrifugam nach D, und durch die vim centripetam nach E getrieben wird, muß er nothwendig in C kommen, (weil das punct C ſoweit AF von entfernet, als EB groß, und von SB als BD groß)

2) Nun iſt der Triangel SAB = SBD, weil die baſis AB = BD (th. 7 §. 29 geom.) ingleichen iſt der Triangel SBD = SBC weil ſie über einer baſi AB zwiſchen 2 parallelis ſtehen, (th. 4 §. 29 geom.) daher auch der Triangel SBC = SAB (ax 3 §. 10 Vorb.)

3) Dieſerwegen iſt die Summe der Triangel SAB † SBC doppelt ſo groß als der Triangel SAB, gleichwie auch das momentum der Zeit, darinn der Planet von A durch B nach C gehet nochmahl ſo groß, als das momentum, darinn er von A nach B gehet, (no. 1. Folglich verhält ſich das ſpatium ellipticum SABCS zu dem ſpatio elliptico SABS, wie die Zeit darinn das Stück der ellipſis ABC abſolviret wird, ſich zu der Zeit, darinn das Stück der ellipſis AB abſolviret wird. W. Z. B.

Schol.

Schol. Weil die vis centripeta den Planeten alle Augenblick ein wenig nach dem centro hintreibet, ſo ſind die Linien AB, BC nicht gerade ſondern elliptiſche, indem die gantze Bewegung eine vollkommene ellipſin beſchreibet.

Coroll. 1. Dieſerwegen pfleget man den Triangel ASR (fig. 26) oder ASP die mittlere anamolie des Planeten zu nennen, weil die mittlere diſtanz von dem apogæo allemahl der Zeit proportionirt iſt, welche der Planete in ſeiner Bewegung von dem apogæo zugebracht, wie ſich nemlich dieſe verhält zu der Zeit, da der Planete ſeine gantze Bewegung abſolviret, ſo verhält ſich die anomalia media zu den gantzen Umkreiß der Bewegung.

Coroll. 2. Der Winckel aber ASR und ASP kan die wahre anomalia genannt werden, weil aus dem centro der Sonnen die diſtanz des Planeten von den apogæo unter dieſen Winckel wahrhafftig obſerviret wird.

Th. 2 **Wenn über den gröſſern** diameter **der** ellipſis z. E. AP (fig. 27) **ein Circkel beſchrieben wird, und aus einen** Punct **deſſelben z. E.** L **auf den gröſſern** diameter **der** ellipſis **eine** perpendicularis LR **fället, ſo die** ellipſin **ſchneidet in** G, **ſo verhält ſich das** ſegmentum **des Circkuls** ALR **zu dem gantzen Circkel, wie ſich das** ſegmentum AGR **in der** ellipſi **zu dem gantzen** ſpatio elliptico **verhält.**

Beweiß.

Beweiß.

1) Ziehet aus dem centro C über den diameter AB die perpendicularem CB, ſo die ellipſin ſchneidet in D. So iſt

2) RG : CD = RL : CB. (th. 6 §. 18 geom. curv.)

3) Und weil das punct L nach Gefallen kan genommen werden, daher alle Linien, welche von der peripherie des Circkels auf den diameter fallen, ſich zu denen Theilen derſelben, ſo von der ellipſi zum diameter reichen, ſich verhalten wie der ſemidiameter des Circkels ſich zu den kleinen ſemidiameter der ellipſis verhält; ſo wird ſich auch iedwedes Stück des Circkels, welches die Linie LR abſchneidet, zu ieden Stück in der ellipſi, welches die Linie GR abſchneidet, verhalten, wie ſich der quadrans des Circkels (welchen der ſemidiameter BC abſchneidet,) zu dem vierdten Theil der ellipſis (welchen der halbe kleine diameter DC abſchneidet) verhält; der quadrans aber des Circkels verhält ſich zu dem vierdten Theil der ellipſis, wie der gantze Circkel zu der gantzen ellipſis ſich verhält; folglich verhält ſich auch das ſementum des Circkels ALR, zu dem ſegmento der ellipſis AGR, wie der gantze Circkel ſich zu der gantzen ellipſi verhält. W. Z. B.

Coroll. Hieraus folget, daß auch der Triangel ALS ſich zu dem gantzen Circkel verhalten, wie ſich der Triangel AGS zu der gantzen ellipſi

ellipſi verhält, den die Triangel RLS und RGS, weil ſie von gleicher Höhe RS ſind, verhalten ſich wie die baſes RL: RG (th. 9 §. 29 geom.) und RL iſt: RG = der Circkel: ellipſi; da nun auch das Stück ALR ſich zu AGS verhält, = der gantze Circkel: der gantzen ellipſi, ſo wird, wenn zu gleichen Gleiches zugethan wird, auch der gantze Triangel ALS zu dem gantzen Triangel AGS dieſelbe proportion behalten. (ax. 4 §. 10 Vorb.)

§. 56. Wenn wir nun die Rechnung leichter zu machen (ſintemahl ein Circkel ſich leichter berechnen läſſet als eine ellipſis) annehmen, daß der Planete, welcher in der ellipſi ADP gehet, den circulum eccentricum ABP beſchreibe, ſo wird er in der Zeit da er von A nach G beweget worden, im Circkul den Bogen AL abſolviret haben; Man nennet daher den Bogen AL, welcher den Winckel ACL im centro miſſet, die anomaliam eccentri, folglich weil die wahre anomalie aus dem centro der Sonnen obſerviret wird, und daher durch das Triangel ALS gemeſſen wird, ſo wird die differenz zwiſchen der wahren anomalie ALS und der mittleren ALC das Triangel CLS ſeyn, welches alſo die æquation oder das triangulum proſtaphæreticum genennet wird. Inzwiſchen pfleget man auch wohl den Winckel CLS vor die æquation anzunehmen; denn da den Winckel ACL die anomalia eccentri AL miſſet; und die wahre anamalie

lie (die man coæquatam nennet) unter den Winckel ASL obſerviret wird, der Winckel ACL aber = CSL + SLC (th. 8 §. 6 geom.) ſo iſt der Winckel CLS die differenz der Winckel ACL (anomaliæ eccentri) und CSL (anomaliæ coæquatæ.) W. Z. B.

§. 57. Es erhellet hieraus zugleich, daß das triangulum proſtaphæreticum oder die æquatio in dem apogæo A, und perigæo P nichts ſey, weil an beyden Orten der Planete mit dem foco und centro in einer geraden Linie ſtehet, daher die Linien CL und SL in eines fallen; Hingegen gehen dieſelben am weiteſten aus einander, wenn der Planete von *A* und P am weiteſten entfernet iſt, nemlich in B, da die Linie CB mit *AP* gerade Winckel machet, weshalben allhie die æquation oder proſtaphæreſis am gröſten iſt.

§. 58. Nicht weniger iſt offenbahr, daß in denen erſten 6 Zeichen der anomalie, ſo lange der Planete von dem apogæo zum perigæo bewegt wird, die æquation CLS zu der anamolia media ACL müſſe addiret werden, hingegen in denen letztern 6 Zeichen, wenn der Planete von dem perigæo P nach dem apogæo *A* gehet, dieſelbe æquation z. E. CFS von der anomalia media PCF müſſen ſubtrahiret werden, daß die anomalia vera dort nemlich *ALS*, hie aber *PSF* herausgebracht werde.

§. 59. Wir haben demnach bey Berechnung der wahren anomalie eines Planeten hauptſächlich auf die æquation oder proſtaphæreſin zu ſehen,

hen, denn wenn dieſelbe bekannt iſt, kan gar leicht die mittlere anomalie in die wahre, und hinwieder die wahre in die mittlere verwandelt werden, wie folgende Aufgaben lehren.

Probl. 1 **Wenn die eccentricität eines Planeten gegeben, ſoll die gröſte æquation gefunden werden.**

Weil in dem gröſten triangulo proſtaphæretico BCS (fig. 27) die Seiten CB (der radius) und CS (die eccentricität) gegeben, ſo multipliciret die eccentricität CS mit den halben radio BC ſo habt ihr den Innhalt des trianguli SCB; oder ſuchet den Winckel CBS (probl. 18 §. 8 trigonom. plan) ſaget nemlich: BC : CS = ST : T. CBS. Daraus erhellet, daß die eccentricität allzeit der tangens der gröſten æquation ſey:

Probl. 2 **Wenn die gröſte æquation der Bewegung eines Planeten gegeben, ſoll die æquation gefunden werden, welche einem iedweden Grad der anomalia deſſelben zukömmt.**

Saget: radius : SR anomaliæ = die gröſte æquation : der geſuchten.

Beweiß.

Weil alle triangula proſtaphæretica z. E. CSL (fig. 27) mit dem gröſten CBS einerley baſin (die eccentricität CS) haben, verhalten ſie ſich zu einander wie die Höhen (Th. 9 §. 29 geom.) nun iſt die Höhe des gröſten CBS der radius BC, die Höhe

Höhe eines ieden andern, z. E. SCL iſt LR der SR. der mittlern anomalie AL. W. Z. B.

Wenn die mittlere anomalie eines Planeten, welcher eine elliptiſche Bewegung hat, gegeben, ſoll ſeine excentriſche anomalie gefunden werden. Probl 3

1) Suchet die æquation, welche der gegebenen mittlern anomalie zukömmt. (probl. 2)

2) Subtrahiret dieſelbe von der mittleren anomalie, wenn dieſe unter 6 Zeichen iſt, oder addiret ſie darzu, wenn ſie über 6 Zeichen iſt (§. 58) ſo habt ihr die zum erſtenmahl æquirte anomalie.

3) Suchet wiederum mit dieſer die æquation (probl. 2) und corrigiret dadurch von neuen die gegebene mittlere anomalie, wie (no. 2) erinnert iſt. So habt ihr die zum andernmahl æquirte anomalie.

4) Gleicherweiſe ſuchet auch die 3, 4 und mehrmahl æquirte anomalie, biß die letztere gefundene von der nechſt-vorhergehenden gar nicht mehr differiret; ſo wird dieſelbe die eigentliche geſuchte excentriſche anomalie ſeyn.

Beweiß.

Wenn der Planete in dem circulo excentrico gienge, ſo würde SLC (fig. 27) das wahre triangulum proſtaphæreticum ſeyn, welches (probl. 2) gefunden wird; da aber der Planete in der ellipſi beweget wird, ſo iſt die eigentliche æquation das triangulum SGC, und die wahre

anomalie das Triangul AGS, welche von der zum erſtenmahl æquirten anomalie ALS noch etwas differiret; indeſſen kommt ſie ihr doch viel näher als die mittlere ALC; daher die andere æquation, welche mit dieſer anomalie gefunden wird, der eigentlichen ſchon näher kommen wird; folglich kommt auch die hiedurch corrigirte anomalie der wahren etwas näher; und ie länger ihr alſo dieſe operation continuiret, deſto genauer wird die wahre anomalie gefunden, biß endlich gar keine differenz mehr mercklich iſt. W. Z. B.

Schol. Ich halte dieſe methode die elliptiſche Bewegung der Planeten zu berechnen richtiger, als viele andere, welche ISMAEL BVLIALDVS, PETRVS HERIGONIVS, CAVALERIVS, SETHVS WARDVS, und andere mehr angegeben haben (RICCIOLVS aſtron. Reform. Prolegom. art. 2) auch leichter als dieienige, welche der unvergleichliche ISAACVS NEWTON lehret. (princip. Phil. Lib. I. C. XXXI. Edit. Angl.)

Probl 4 **Wenn die mittlere excentriſche anomalie eines Planeten gegeben, ſoll ſeine diſtanz von der Sonnen in der gegebenen anomalie gefunden werden.**

1) Setzet ST.: eccentricität = SC. der mittlern anomalie: Differenz zwiſchen der mittlern und geſuchten diſtanz des Planeten.

2) addiret dieſe differenz zu der mittlern diſtanz des Planeten, (welche dem radio gleich iſt)

iſt) wenn die anomalie unter 3 Zeichen, oder über 9 Zeichen iſt; iſt aber die anomalie über 3 und unter 9 Zeichen, ſubtrahiret die gefundene differenz von dem radio, ſo gibt die Summe oder die differenz, die verlangte diſtanz des Planeten auf den gegebenen Grad der anomalie.

Beweiß.

1) Es ſey $CL = SD$ (fig, 27) der gröſſere ſemidiameter in der ellipſi, $= a$, die diſtanz des foci S vom centro C $SC = c$, daher der kleine ſemidiameter $CD = \sqrt{aa - cc}$ (Coroll. th. 1 §. 18 geom. curv.)

2) Der mittleren anomalie, welche der Winckel ALC miſſet Sinus Cpti RC ſey $= d$, daher $SR = d + c$, und $LR = aa - dd$ (no. 1, th. 8 §. 29 geom.)

3) Könnet ihr ſagen, $\square AC\ (= CB = aa) : \square CD\ (aa - cc) = \square RL\ (= aa - dd) : \square RG\ \left(= \frac{a^4 - aacc - aadd + ccdd}{aa}\right)$ (th. 6 §. 18 geom. curv.)

4) Daher das $\square RG + RS = \frac{a^4 - aacc - aadd + ccdd}{aa} + dd + 2dc + cc = \square SG$, welches wir einsweils wollen $= xx$ ſetzen.

5) multipliciret alſo zu beyden Seiten mit aa, ſo iſt $a^4 - aacc - aadd + ccdd + aadd + 2aadc + aacc = a^4 + ccdd + 2acdc = aaxx$.

6) extrahiret die quadrat-Wurtzel, ſo iſt aa † dc = ax.

7) dividiret mit a, ſo iſt, $x = a + \frac{dc}{a}$

8) Hieraus erhellet, daß $\frac{dc}{a}$, die differenz ſey, zwiſchen a (= CL der mittlern diſtanz oder radio), und x = SL der geſuchten diſtanz)

9) Nun aber iſt $\frac{dc}{a}$, die 4te proportionalis zu a (dem radio) c (= CS der eccentricität) und d (SC. der mittlern anomalie no. 2) W. Z. B.

Probl 9 **Wenn die eccentriſche anomalie eines Planeten ſamt der diſtanz deſſelben von der Sonnen gegeben, ſoll die wahre coæquirte anomalie deſſelben gefunden werden.**

1) Iſt die anomalie unter 3 oder über 9 Zeichen addiret, iſt ſie aber über 3 und unter 9 Zeichen ſubtrahiret die eccentricität CS von RC dem ſinu Cpti der excentriſchen anomalie AL, ſo gibt die Summe oder der Reſt die Seite SR.

2) Suchet in den Triangul SRG, aus der hypothenuſa SG. (der diſtanz des Planeten von der Sonnen) und SR. (no. 1) den Winckel RSG ſaget nemlich: SG. : SR = Sinus T. : SCpti des Winckels RSG (probl. 19 §. 8 trigon. plan.)

3) die-

3) Dieſer Winckel RSG iſt, wenn die eccentriſche anomalie unter 3 Zeichen die geſuchte coæquirte anomalie (§. 56) iſt iene über 3 Zeichen, ziehet RSG von 180 Grad ab, iſt dieſelbige über 6 Zeichen, addiret ihr 180°, iſt ſie endlich 9 Zeichen, ziehet den gefundenen Winckel von 360 Grad ab, ſo gibt in ieden Fall die Summe oder die differenz die geſuchte coæquirte anomalie.

Wenn die coæquirte anomalie des Planeten gegeben, ſoll die wahre Länge gefunden werden. Probl 6

Addiret zu der coæquirten anomalie die Länge des æpogæi, ſo gibt die Summe die geſuchte wahre Länge des Planeten.

Z. E. Es ſey die wahre anomalie

	10Z.	24°	30′	20″
die Länge des Apogæi	8	15	24	30
ſo iſt die Länge des Plan.	7Z	9°	54′	50″

Das II. Capitel
von der
Præceſſion derer æquinoctiorum,

§. 60. Nachdem aus denen obſervationibus bekannt iſt, daß die Länge der Sterne allgemählig anwächſet (§. 45 aſtron.) und ſolche Veränderung am füglichſten erkläret wird durch die Bewegung derer æquinoctiorum, da man annimt, daß das æquinoctium vernum, oder der Durchſchnitt des æquatoris und der ecliptic, von wel-

chen die Länge der Sterne angezehlet wird, allgemählich von Morgen gegen Morgen verrücket werde, (§. 66 no 7 aſtron. ſo wird man genöthiget dem polo der Welt, oder der axi der Erden eine Bewegung, um die axin der ecliptic von Morgen gegen Abend zu zuſchreiben. Setzet nemlich CH (fig. 28 ſey die ecliptic, richtet darüber aus C eine perpendicularem CE auf, welche die axin der ecliptic vorſtellet, daher E der polus ecliptic, iſt nun P der polus des æquatoris, ſo iſt BPH der colurus ſolſtitiorum; EP die diſtanz des poli der Welt von dem polo der ecliptic, und H das punctum ſolſtitiale; ſetzen wir alſo, daß P der polus der Welt um den polum der ecliptic E den Circkel PFG beſchreibe, und von Morgen gegen Abend von P in F beweget worden, ſo wird alsdenn EFB der colurus ſolſtitiorum ſeyn, und das punctum ſolſtitiale in B fallen, daher daſſelbe einsweils von H nach B beweget worden, und weil das punctum æquinoctiale 90 Grad von dem ſolſtitiali entfernet iſt, ſo wird ſelbiges ebenfalls ſoweit gegen Abend verrücket ſeyn, und mit der Zeit noch weiter verrücket werden, ie weiter der polus der Welt nach G wird fortgehen.

§. 61. Die Geſchwindigkeit dieſer Bewegung wird durch Zuſammenhaltung verſchiedener alten und neuen obſervationum, dadurch die Länge eines Sternes zu alten Zeiten und in denen letztern gefunden worden, am richtigſten determiniret.

Die Jährliche præceſſion derer æquinoctiorum aus denen obſervationbus berechnen. Probl. I

1) Nehmet 2 obſervationes von der Länge eines Sternes, welche etzliche hundert Jahr nach einander angeſtellet.

2) Subtrahiret die zuerſt obſervirte Länge von der letztern.

3) Dividiret dieſe differenz mit der differenz der Jahre, welche von einer obſervation bis zur andern gezehlet werden; ſo gibt das quotum die Jährliche præceſſion.

Z. E. In denen Tabulis Perſicis iſt die Länge ſpicæ virginis auf das Jahr Chriſti, Anno 1115 angegeben 11° 40′ ♎, Tycho aber hat A. 1601 die Länge deſſelben Sterns obſerviret 18° 15′ ♎,

1601	18°	15′
1115	11	40
486	6°	35′

Das iſt 23700″ | 48 $\frac{372}{486}$ = 48″ 46‴ die Jährliche Præceſſion

486 -

1944 -

4260

3888

372

§. 62. Weil es denen alten aſtronomis an richtigen Inſtrumenten gefehlet, damit ſie die Höhen und folglich die declinationes auf das ge-

naueſte abmeſſen können, ſo haben ſie auch die Längen der Sterne nicht eigentlich zu berechnen vermocht. (probl. 4 §. 40) Daher kömmt es denn auch, daß, wenn die heutigen obſervationes mit ienen conferiret werden, nicht einerley Geſwindigkeit der Jährlichen præceſſion daraus determiniret wird, indem wir aus einigen dieſelbe nur 47″/ aus andern 50″ und darüber finden. Weshalben auch die heutigen Aſtronomi ſelbige nicht allerſeits gleiche groß annehmen. THOMAS STREETEN ſetzet ſie in denen Tabulis Carolinis 48″, daß es alſo in 100 Jahren 1° 20′ zurück gehet, und nach 27000 Jahren erſt wieder an den erſten Ort kömmt. Sonſt wird ſie faſt durchgehends in der aſtronomiſchen Rechnung 50″ geſetzet.

Das III. Capitel.
von der
Bewegung der Sonnen.

§. 63. Die Sonne hat keine andere Bewegung, als daß ſie um ihr eigenes centrum beſtändig herumläufft (§. 95 aſtron) doch eignen wir derſelben die Jährliche Bewegung der Erden zu, weil dieſe uns unentpfindlich iſt, und dennoch verurſachet, daß die Sonne uns von Abend gegen Morgen zu lauffen ſcheinet. (§. 66 no. 4 aſtron.) Wir ſetzen daher aus einer fallacia viſus unſere Erde in den focum der ellipſis, und referiren die Sonne hingegen in die

ecli-

ecliptic, als wenn dieſelbe durch die Jährliche Bewegung eine ellipſin um die Erde beſchriebe.

§. 64. Was alſo erſtlich die Zeit anlanget da die Sonne dieſe ſcheinbahre Bewegung, welche der motus revolutionis genannt wird, abſolviret, ſo kan man ſolche entweder von denen punctis æquinoctialibus oder ſolſtitialibus anrechnen, und muß zu dem Ende der Eintritt der Sonnen in das æquinoctium oder ſolſtitium genau obſerviret werden. Es läſſet ſich aber der Eintritt der Sonnen in das æquinoctium genauer obſerviren, als der Eintritt in das ſolſtitium, weil man denſelben aus der declination finden muß, und dieſe verändert ſich bey denen punctis æquinoctialbius viel geſchwinder als bey denen ſolſtitiis; wie denn auch das æquinoctium autumnale hiezu geſchickter als das vernale, ſintemahl den Sommer über die Lufft durch die Hitze beſſer gereiniget iſt, den Frühling aber häuffig mit Dünſten angefüllet, daher die Sonnen-Strahlen um das æquinoctium vernale ſtärcker gebrochen werden, und die obſervation unrichtiger machen, als in dem autumnali.

§. 65. Man mag inzwiſchen bey dergleichen obſervation ſo groſſen Fleiß anwenden, als es immer möglich, ſo wird man dennoch dabey einen geringen Fehler von etzlichen Scrupeln nicht vermeiden können; daher denn nachmals in der rechnung, wenn derſelbe Fehler in vielen Jahren etzlichemahl multipliciret wird, ein gar

groſſer Irrthum entſtehen kan. Dieſerwegen låſſet ſich überhaupt die Långe eines anni æquinoctialis nicht ſo genau aus einen Umlauff der Sonnen determiniren, ſondern man findet dieſelbe am richtigſten, wenn man eine neuere obſervation des æquinoctii mit einer uhralten conferiret; damit der geringe Fehler, welcher etwa bey dergleichen obſervation begangen, wenn er durch eine groſſe Zahl der Jahre, ſo von einer obſervation zur andern gezehlet werden, dividiret wird, inſenſibel werde. Zu dem Ende müſſen verſchiedene alte obſervationes derer æquinoctiorum, ſo von unſern Vorfahren angeſtellet worden, bey der Hand ſeyn, damit man ſeine eigene conferiren könne; dergleichen ſind nun folgende:

Obſervationes des æquinoctii autumnalis.

Hipparchi A. 158 a. C. N. Alexandriæ d. 27 Sept.
im Mittage.
An. 147 a. C N. d. 26 Sept.
zu Mitternacht
An. 146 a. C. N. d. 27 Sept.
da die Sonne aufgieng.

Albategnii A. 882 p. C. N. Aractæ d. 38 Sept.
13 ſt. 15′

Waltheri An. 487 p. C. N. Noribergæ d. 14 Sept.
1 h. 13′ 6″

de Wurzelbau A. 1701 d. 11 Sept. ſt. v.
21 ſt. 49′ 22″.

Obſer-

Obſervationes des æquinoctii vernalis.

Hipparchi A. 146 a. C. N. Alexandriæ d. 24 Mart. XI. ſt. Vormittag.

An. 126 a. C. N. d. 23 Mart. bey der Sonnen-Untergang

Albategnii An. 882 p. C. N. Aractæ d. 15 Mart. 22ſt 21'.

Waltheri An. 1476 p. C. N. Norib. d. 10 Mart. 15ſt. 46' 18''

de Wurzelbau An. 1702 d. 9 Mart. ſt. v. 14ſt. 25' 50''

Das æquinoctium obſerviren, das iſt die Zeit auf das genaueſte finden, da die Sonne in das punctum æquinoctiale tritt. *Probl* I

1) Sehet in dem Calender oder denen ephemeridibus nach, auf welchen Tag das æquinoctium angegeben.

2) Obſerviret an denſelben Tage die Mittags-Höhe der Sonnen (probl. 4 §. 32) und ſubtrahiret davon die refraction, (Sch. 2 probl. 1 §. 49) addiret aber dazu die parallaxin, welche man in denen æquinoctiis zu Mittage 6'' ſetzen kan.

3) Gebet acht, ob dieſe corrigirte Mittags-Höhe der Sonnen gröſſer oder kleiner ſey als die elevation des æquatoris prob. 7 §. 32. Iſt ſie nemlich mit dieſer einerley, ſo fällt das æquinoctium præciſe auf den Mittag deſſelben Tages. Iſt ſie aber kleiner, ſo iſt das Herbſt-æquinoctium des Vormittags eingetreten, im Früh-Jahr aber tritt es erſt des Nachmittags ein,

ein. Endlich wenn ſie gröſſer iſt erkennet man daraus, daß die Sonne im Früh-Jahr ſchon Vormittags in das æquinoctium getreten, im Herbſt aber wird ſolches erſt den Nachmittag darauf geſchehen.

4) Subtrahiret die Höhe des æquatoris und die gefundene Mittags-Höhe der Sonnen von einander, die kleineſte von der gröſten.

5) Setzet: 23′ 55″ (das iſt 1435″) wächſet die declination der Sonnen in 24 Stunden bey dem æquinoctio, wie viel Stunden reſpondiren der (no. 4) gefundenen differenz oder declination der Sonnen.

6) Dieſen partem proportionalem ſubtrahiret von 12 Stunden, wenn das æquinoctium Vormittags eingetreten, oder addiret ihn dazu, wenn daſſelbe erſt des Nachmittags einfället. (no. 3) So gibt die Summe oder die differenz das geſuchte momentum des æquinoctii.

Schol. Solte dieſelbe differenz über 12 Stunden ſeyn, wäre ſolches eine Anzeigung, daß das æquinoctium ſchon den vorhergehenden, oder den folgenden Tag erſt eintreten werde; daher dieſe differenz im erſteren Fall von 24 Stunden abzuziehen, daß die Nachmittags-Stunde des vorigen Tages herauskomme; im andern Falle aber müſſen von derſelben differenz 12 Stunden ſubtrahiret worden, ſo bleibet die Vormittags-Stunde des folgenden Tages übrig.

Z. E.

Z. E. Es ſey die Höhe der Sonnen d. 24 Sept. zu Mittage obſerviret

zu Mittage obſerviret	38°	39′	30″
die parhllaxis			6
	38	39	36
Die refraction		1	25
Die wahre Höhe;	38	38	11
Die Höhe des æquatoris	38	58′	
Die ſüdliche declination		19′	49″

; daher das æquinoctium des Morgends eingetreten. Saget alſo

23′ 55″ : 24ſt. = 19′ 49″

24

7 19 36

36 | 24

23′55″ | 7 55 36 | 19h 55′ 38″

7 16 25 | 4h 6′ 22″

17

7 33 25

22 11 0‴

50 25

21 5

21 55 25

15 35

Folglich iſt die Sonne den 23ten Sept. des Nachmittags 4 Uhr 6′ 22″ in das æquinoctium eingetreten.

Wenn 2 obſervationes von einerley æqui- *Probl.* 2

noctio

noctio vorhanden, welche einige 100 Jahr nach einander angeſtellet, ſoll die Länge des Sonnen-Jahres (das iſt die Zeit da die Sonne ihren motum revolutionis von einen æquinoctio zum andern abſolviret) gefunden werden.

1) Wenn das æquinoctium unter verſchiedenen meridianis obſerviret, reduciret beyder momenta auf einen meridianum (probl. 3 §. 54)

2) Subtrahiret nach geſchehener reduction beyde momenta von einander, ſo gibt die differenz wie weit in ſo viel Jahren als von einer obſervation zur andern gezehlet werden, das Sonnen-Jahr (welches 365 T. 6 ſt. hält §. 23 Chron.) abgegangen.

3) Dividiret demnach dieſe differenz mit der Anzahl der Jahre von einer obſervation zur andern; ſo gibt der Reſt, wie weit ein Sonnen-Jahr von einen bürgerlichen Jahre abweichet.

4) Subtrahiret dieſe gefundene Jährliche Abweichung von der Länge eines Julianiſchen Jahres, ſo bleibet die geſuchte Länge eines Sonnen-Jahres übrig.

Z. E. Anno 158 vor Chriſti Geburth hat HIPPARCHVS das Herbſt-æquinoctium zu Alexandria obſerviret d. 27 Sept. zu Mittage. Dergleichen æquinoctium hat der Herr von WVRZELBAV zu Nürnberg Anno 1701 den 11 Sept. 21 ſt. 49′ 22″.

Die differentia meridianorum zu Alexandria und

und Nürnberg iſt 1 ſt. 16′ 56″. Da nun Nürnberg weiter nach Abend lieget, ſo wird daſelbſt Anno 158 vor Chriſti Geburth das æquinoctium eingetreten ſeyn; d. 26 Sept. 22 ſt. 43′ 4″

Anno 1701	11 Sept.	21	49	22

Folgl. iſt daſſelbe A. 1701 p. C. N. 15 T. 0 ſt. 53′ 42″ frühe eingetreten; Nun werden von An. 158 a C. N. bis 1701 p. C. N. 1859 Jahre gezehlet; werden alſo 15 T. 0 ſt. 53′ 42″, das iſt 1299222″ mit 1859 dividiret, gibt das quotum 698″ das iſt 11′ 38″ die Jährliche differenz zwiſchen dem Sonnen und Julianiſchen Jahre. Ziehet derowegem von

365 T.	6 ſt.	0″	0″	
		11	38″	ab; ſo iſt
365	5	48	22	die Länge eines

Sonnen-Jahres.

§. 66. Auf ſolche Weiſe hat KEPLERUS in denen Tabulis Rudolphinis die Länge eines Sonnen-Jahres von einen æquinoctio bis zum andern um dieſelbe Jahres-Zeit gefunden

	365 T.	5 ſt.	48′	57″
TYCHO de BRAHE in progym.	365	5	48	5
PHIL. de LAHIRE	365	5	49	0
RICCIOLUS	365	5	48	48
Der Hr. von WURZELBAU in Vrania Norica.	365	5	48	55

§. 67. Gleicherweiſe könte auch die Länge des

des Sonnen-Jahres durch den Eintritt der Sonnen in die ſolſtitia determiniret werden, indem ſich dadurch finden läſſet, wie lange die Sonne zubringet, wenn ſie von einen ſolſtitio bis wieder zu denſelben beweget wird. Weil aber die declination der Sonnen in denen ſolſtitiis gar wenig veränderlich iſt, ſo iſt es auch ſchwerer das momentum zu finden, da die Sonne in das punctum ſolſtitiale eintritt. Die ordinaire Manier ſolches zu obſerviren, iſt folgende:

Probl **Das wahre ſolſtitium obſerviren.**

1) Wenn aus denen ephemeridibus bekannt iſt, welchen Tag die Sonne in das ſolſtitium treten ſoll, ſo obſerviret nicht nur dieſen, ſondern auch an denen nechſten Tagen vorher und nachher die Mittags-Höhe der Sonnen; und corrigiret dieſelbe ſowohl durch die refraction (§. 49 Probl. 1 Schol. 2) als die parallaxin (Schol. probl. 1 §. 51).

2) Haltet die (no. 1) corrigirte Mittags-Höhen der Sonnen, welche den Tag vor und nach dem ſolſtitio gefunden, gegen einander, ſind dieſelben einander gleich, ſo fällt das ſolſtitium præciſe auf den Mittag des Tages, welcher in denen ephemeridibus angegeben; Iſt ſie aber des Tages vorhero gröſſer, als des Tages nachher, ſo tritt das Sommer-ſolſtitium des Morgends, das Winter-ſolſtitium des Nachmittags ein; hingegen wenn dieſelbe Höhe den Tag vorher kleiner als den Tag nachher, ſo tritt das

Som-

Sommer-ſolſtitium des Nachmittags, das Winter-ſolſtitium des Vormittags ein.

3) Nehmet demnach die differenz zwiſchen der Mittags-Höhe, welche den Tag da das ſolſtitium eintritt, und den Mittag, welcher dem ſolſtitio am nechſten iſt, obſerviret worden.

4) Setzet 15″ ändert ſich die declination im ſolſtitio in 24 Stunden, wie bald auf ſo viel Scrupel als die (no. 3) gefundene differenz hält.

5) Dieſen partem proportionalem ſubtrahiret von 24 Stunden, wenn das ſolſtitium (no. 2) Nachmittags eintritt; Vormittags aber gibt derſelbe ſofort das verlangte momentum ſolſtitii.

Z. E. Es iſt das ſolſtitium æſtivum voriges Jahr 1725 in denen ephemeridibus d. 21 Jun. angeſetzet. Wäre nun dieſen Tag die Mittags-Höhe der Sonnen allhie obſerviret 62° 28′ 49″; den Tag vorher als den 20ten 62° 28′ 21″; den folgenden Mittag als den 22ten 62° 18′ 36″; So iſt hieraus leicht zu erkennen, daß das ſolſtitium den 21ten des Nachmittags eingetreten. Corrigiret demnach die obſervirten Mittags-Höhen

den 20ten	62°	28′	21″	
parallaxis			5	42″
	62	28	26	42

refractio			50	
	62	27	36	42
d. 21ten	62	28	49''	
parallaxis			5	42'''
	62	28	54	42'''
			50	
refractio	62	28	4	42
d. 22ten	62	28	36	
parallaxis			5	42'''
	62°	28'	41''	42'''
			50	
refractio	62	27	51	42
	62	28	41	42
			13''	0'''

15'' 24St. 13''
13
72
24

	72	24
	24	20St. 8'
15	312	3St. 52'' die diſtanz
	30	
	120'	

des momenti ſolſtitii von dem Mittag des folgenden Tages. Folglich iſt das ſolſtitium d. 21ten Junii Nachmittags 3 Uhr 52' eingetreten.

§. 68. Iſt nun die Länge des Sonnen-Jahres bekannt, iſt durch die Regul de Tri (probl. 21

§. 23 arithm.) leicht zu finden, wie viel die Sonne ieden Monath, Tag, Stunde und Scrupel, ingleichen, in 2, 3, 4, 8, 10, 100 Jahren u. ſ. w. in ihrer mittlern Bewegung zurück leget; ſintemahl die mittlere Bewegung iederzeit in gleicher Geſchwindigkeit geſchiehet, daher man ſagen kan in 365 Tagen 5 St. 48′ 55″ abſolviret die Sonne ihren gantzen Umlauff a 360°, wie viel in einen Tage? u. ſ. w. Aus ſolchen Fundament werden die Tabellen der mittlern Bewegung gerechnet, dergleichen vor die Sonne Tab. XIX befindlich, welche wir aus des MORINI Tabulis Rudolphinis genommen haben; wenn wir aber daraus die Länge der Sonnen auf ieden Tag finden wollen, müſſen wir zuvor wiſſen, wie groß dieſelbe zu einer gewiſſen Zeit geweſen, damit man zu derſelben in denen folgenden Jahren ſo viel addiren, oder in denen vorhergehenden ſo viel ſubtrahiren könne, als die Bewegung in dem intervallo der Zeit austräget. Man nennet dieſe Zeit davon die Bewegung angerechnet wird die epocham, und kan dieſelbe nach Gefallen genommen oder geſetzet werden; in der XIX Tabelle iſt der Mittag des andern Januarii St. n. Anno 1700 dazu angenommen. Dieſemnach wird die mittlere Bewegung der Sonnen aus dieſen Tabellen folgender Maſſen berechnet.

Auf iede gegebene Zeit die mittlere Länge der Sonnen finden. *Probl*

Oo 2 1) Wenn

1) Wenn die gegebene Zeit nach dem verbeſſerten Calender beſtimmet, ſubtrahiret von den vollen Tagen 1, iſt ſie aber nach dem Julianiſchen ſtylo gerechnet, addiret dazu 10 Tage.

2) Convertiret die gegebene bürgerliche Zeit in die aſtronomiſche (probl. 1 §. 54).

3) Excerpiret aus der Tab. XIX die Bewegung der Sonnen, welche denen gegebenen vollen Jahren, Monathen, Tagen, Stunden und Scrupeln reſpondiret. In welchen die gegebene Zeit von dem Mittag des 2 Januar. des 1700ten Jahres differiret, und ſchreibet dieſelbe unter einander.

4) addiret ſie zuſammen.

5) Wenn die gegebene Zeit über 1700 Jahr nach Chriſti Geburth, addiret die epocham, welche ihr oben in der Tabelle findet, zu der gefundenen Summe, (no. 5) iſt ſie aber unter 1700 Jahr, ſubtrahiret gedachte Summe von dieſer epocha; ſo gibt im erſten Fall die Summe, im andern der Reſt die geſuchte mittlere Länge der Sonnen.

Z. E. Es ſoll An. 1726 a. 25 Sept. ſt. n. 5 Uhr 44′ 13″ ſt. n. des Nachmittags die Länge der Sonnen gefunden werden.

Epocha	1700	9 Z.	11°	49′	20″
Jahre	20			9	4
	5	11	29	47	29
Monath	Aug.	7	29	30	44
Tage	23		22	40	12

Stun-

Stunden	5		12	19
	44′		1	48
	13″			0
mittlere Långe ☉	6 Z.	4°	10′	56″

Schol. Hiebey iſt zu mercken, daß dieſe tabulæ Solares auf den Meridianum zu Uranienburg grrechnet ſind, wenn demnach der Meridianus des Ortes, an welchen man die Långe der Sonnen rechnen will, von dem zu Uranienburg unterſchieden, muß die gegebene Zeit erſt auf dieſen meridianum reduciret werden, (probl. 2 § 54) So iſt z. E. die Långe von Uranienburg 33° 2′ 30″, von Jena 31° 34′ (§. 42 geogr.) folglich die differentia meridianorum 1° 28′ 30″, welcher (probl. 1 §. 28) in der Zeit reſpondiren 5′ 52″, ſo viel in Uranienburg mehr gezehlet werden als in Jena, weil Uranienburg weiter nach Morgen lieget, und daher håtte im vorigen Exempel der Ort der Sonnen auf den 25 Sept. 5 Uhr 50′ und 5″ můſſen geſucht werden.

§. 69. Weil aber die Bewegung der Erden um die Sonne, welche wir der Sonnen ſelber zueignen, (§. 66 no 4 aſtron.) elliptiſch iſt, ſo ſehen wir die Sonne nicht an ihren wahren Ort am Himmel, ſondern es iſt ihre mittlere Långe, welche aus dem centro obſerviret wird, von der wahren, ſo aus der Erden geſehen wird, unterſchieden. (§. 87. aſtr.) Da nun dieſer Unterſchied von der eccentricitåt entſpringet, (§. ib.)

ſo haben wir dieſelbe vor allen Dingen zu unterſuchen, und nachmahls aus derſelben ſowohl das Apogæum, als die gröſte æquation, ingleichen die proſtaphæreſin, welche einem ieden Grad der anomalie zukömmt, folgender Maſſen zu berechnen.

Probl Die Eccentricität der Sonnen obſerviren.

1) Obſerviret das momentum ſowohl des Herbſts als des nechſt darauf folgenden Frühlings-æquinoctii (probl. 1 §. 65)

2) Obſerviret auch die Länge der Sonnen zu einer beliebigen Zeit zwiſchen dem Herbſt- und Frühling-æquinoctio (probl. 1 §. 40). Z. E. wenn ſie in S iſt (fig. 29.)

3) Die diſtanz des (no. 2) obſervirten Orts der Sonnen von dem nechſten æquinoctio gibt den Bogen P ♈, welcher den Winckel PT ♈ miſſet.

4) Nehmet die differenz der Zeiten da (no. 2) der Ort der Sonnen, und (no. 1) das nechſte æquinoctium obſerviret.

5) Rechnet auf dieſe Zeit die mittlere Bewegung der Sonnen (probl. §. 68) nemlich die Gröſſe des Bogens SA, welcher den Winckel SCA miſſet.

6) Nehmet ingleichen die differenz der Zeiten, da das Herbſt- und Frühlings-æquinoctium (no. 1) obſerviret worden.

7) Rechnet auf dieſe Zeit die mittlere Bewegung

gung der Sonnen, nemlich den Bogen DA, welcher den Winckel DCA miſſet.

8) Subtrahiret dieſen Winckel DCA von 180°, ſo bleiben die beyden Winckel D und A übrig, welche einander gleich; (th. 5 §. 6 geom) daher ein ieder die Helffte des reſidui.

9) Dieſemnach habt ihr in dem Triangel ACF, den Winckel C, (no. 5) und den Winckel A, (no. 8) die Summe ziehet ab von 180°, ſo bleibet der Winckel CFA = SFT übrig.

11) Suchet in dem Triangul CFA aus denen Winckeln und der Seite CA (dem radio) die Seite CF (probl. 31 §. 9 trigon. plan.)

11) Ziehet CF von CS (dem radio) ab, ſo bleibet FS übrig.

12) Suchet in dem Triangel FTS, aus den Winckel T, (no. 3) den Winckel F, (no. 9) und der Seite FS (no. 11) die Seite FT (probl. 31 §. 9 trigon. plan.)

13 Endlich ſuchet in dem Triangel CTF aus denen Seiten TF, (no. 12) CF (no. 10) und den Winckel F (Cpto CFA no. 4) die Seite TC, (probl. 30 §. 9 trigon. plan.) die verlangte eccentricität.

Es mag der Eintritt der Sonnen in das Herbſt-æquinoctium obſerviret ſeyn d. 13 Sept. 10 Uhr 14′ 58″, und das nechſte Jahr darauf das Frühlings-æquinoctium d. 10 Mertz 20 Uhr 43′ 14″; daher von einem æquinoctio zum andern gezehlet werden 178 T. 10 ſt. 28′ 16″. Ferner ſoll den 26 Januar. 0 ſt. 14′ 51″ die Länge der Sonnen obſerviret ſeyn, 10 Z.

17° 3′ 38″, von welcher Zeit biß zu dem nechſten Frühlings-æquinoctio gezehlet werden 42 T. 20 ſt. 28′ 23″; hingegen hat die Sonne von der obſervation bis zum nechſten æquinoctio noch zu lauffen den Bogen P ♈ 42° 56′ 22″; Nun abſolviret die Sonne in ihrer mittlern Bewegung in denen 178 T. 10 ſt. 28′ 16″, welche von einem æquinoctio zum andern gezehlet werden, den Bogen DSA 175 53′ 10″; weshalben der Winckel CAF 2 ° 3′ 25″; Gleicherweiſe abſolviret die Sonne in ihrer mittlern Bewegung in 42 T. 20 ſt. 28′ 23″ den Bogen SA 42° 14′ 17″. Folglich iſt der Winckel CFA 133° 42′ 18″, und der Winckel TSF 1° 21′ 20″ Aus dieſen datis wird in dem Triangel AFC die Seite CF gefunden:

SR. F : SR. A = CA (100000) : CF

SR. 2°. 3′	35770000 | 0			
SR. 44 17	6982 --- | 0		f. 5123	CF
	34910 ---	1	00000	
	8600 --		94877	FS
	6982 --			
	16180 -			
	13964 -			
	22160			

Gleichfals in dem Triangul FTS
SR. T. : SR. S = FS : TF
42°. 56′. 1°. 21′. 94877 3280
wie auch in dem Triangul TFG

CF † FT

CF † FT : CF—FT = T. ½ T † C : T. ½ T—C
8403 1843 67° 51′ 28° 19′
67 51
der Winckel FCT 39 32
ingleichen; SR. C : SR. F = TF : CT
39° 32′. 44° 17′ 3280 3596
die eccentricität.

Schol. Dieſe eccentricität kömmt mit des KEPLERI ſeiner a 3600 nechſtens überein. Der Herr von WURZELBAU ſetzet dieſelbe 3410. (l.c. p. 27) Von andern aſtronomis wird ſie noch etwas kleiner, von andern auch etwas gröſſer angenommen. Daß aber nicht aus allen obſervationibus einerley eccentricität herausgebracht wird, ſcheinet wohl die vornehmſte Urſach zu ſeyn, daß der Triangel CTF durch deſſen Auflöſung dieſelbe gefunden wird, ſehr klein und die Rechnung ſehr weitläufftig iſt, daher die Winckel ſehr genau müſſen gefunden werden; wenn alſo im obſerviren, nur auf 2 Minuten verfehlet wird, (welches wenn die Inſtrumente nicht gar zu richtig, gar leicht geſchehen kan) die eccentricität gleich auf 20 particuln variiret. Inzwiſchen muthmaſſet der Herr von WURZELBAU, daß auch die eccentricität an ſich ſelber nicht einerley bleibe, ſondern in 220 Jahren ſich faſt auf 20 particuln ändere.

§. 70. Da nun die eccentricität der Tangens der gröſten proſtaphæreſis iſt (Prob. 1 §. 59.) ſo wird

dieſelbe nach des Hn. von WVRZELBLAV obſervationibus 1° 57′ 13″ ſeyn; aus welcher alſo auf alle Grad der anomalie die gehörige proſtaphæreſis kan gefunden werden. (probl. 1 §. 59) Auf ſolche Weiſe iſt die XXIIte Tabelle gerechnet worden, darinn die æquationes auf alle Grad der anomalie befindlich ſind, wenn das Zeichen in der obern oder untern Reihe der Tabelle, und die Grad am Rande zur Rechten oder Lincken geſucht werden. So offt aber bey den Graden noch Minuten ſtehen, muß vor dieſelben pars proportionalis geſucht werden. Weil demnach hiebey die anomalie bekannt ſeyn muß, haben wir zuvorderſt den Ort des Apogæi zu ſuchen.

Probl. Das apogæum obſerviren.

Weil in dem Triangel TCS (fig. 29) der Winckel TCS die mittlere diſtanz der Sonnen von dem perigæo, nemlich SQ miſſet, dürffet ihr nur zu denſelben dem Winckel ACS (welcher no. 5 probl. 68 gefunden) addiren, ſo gibt die Summe den Winckel *QCA*, welchen der Bogen QSA (die diſtanz des perigæi von dem Frühlings-æquinoctio miſſet. Wird demnach dieſelbe von einen gantzen Circkel abgezogen, gibt der Reſt die mittlere Länge des perigæi, davon das apogæum allzeit 6 Zeichen præciſe entfernet, daher daſſelbe gar genau zu finden iſt.

Es ſey Z. E. der Winckel ACS die mittlere diſtanz der Sonnen von dem æquinoctio 42° 14′;

TGP

TCF 39° 32′ (die diſtanz von dem Perigæo)
TCA 81 46 (die diſt. des Per. von dem æquin)
360
278 14 (die Långe des perigæi)
180
98° 14′ das iſt 3 Z. 8° 14′ (die Långe des apogæi.)

§. 71. Wenn wir die neuern obſervationes des apogæi der Sonnen mit denen åltern conferiren, finden wir, daß ſich die Långe deſſelben mit der Zeit verändere und anwachſe. Weil aber dieſe Verånderung in kurtzer Zeit faſt nicht mercklich iſt, müſſen diejenigen obſervationes, daraus die Geſchwindigkeit dieſer Bewegung ſoll gerechnet werden, etzliche 100 Jahr nach einander angeſtellet ſeyn, damit wenn ja bey einer obſervation ein geringer Irrthum vorgangen, ſelbiger, wenn er unter ſo viele Jahre ausgetheilet wird, nicht mercklich bleibe. Die Berechnung beſtehet darinn, daß die differenz genommen wird zwiſchen der Långe des apogæi, welche vor Zeiten und jetzo obſerviret worden, dieſe dividiret man nachmahls durch die Anzahl der Jahre, welche von einer obſervation zur andern verfloſſen ſind, ſo gibt das quotum die Jährliche Verånderung des apogæi. Z. E. Hipparchus hat An. 140 vor Chriſti Geburth das apogæum obſerviret in den 5° 30′ ♊ der Hr. von WURZELBAU A. 1699 7° 36′ 40″ ♋;

Iſt

Iſt demnach die differenz der Jahre da beyde obſervationes angeſtellet: 1839, in welchen das apogæum fortgerücket iſt 1 Z. 2° 6′ 40″ das iſt 115600″, folglich iſt es in einen Jahr fortk⸗m⸗men 1′2″. Wiewohl der Herr von WVRZELBAV durch Vergleichung ſeiner mit des WALTHERI obſervationibus, ſo An. 1476 ebenfals in Nürnberg angeſtellet worden, nicht mehr als 44″ 14‴ vor die Jährliche Bewegung des apogæi gefunden.

§. 72. Iſt demnach die Jährliche Bewegung des apogæi bekannt, können daraus die tabulæ motuum mediorum apogæi durch die regul de Tri auf gleiche Weiſe gerechnet werden, wie ſie vorhin (§. 68) vor die mittlere Bewegung der Sonnen gerechnet ſind. Dergleichen alſo auch in der XIXten Tabelle der mittlern Bewegung der Sonnen beygefüget ſind, welcher Gebrauch mit jenen gäntzlich einerley iſt.

Es ſolle z. E. Anno 1726 d. 25. Sept. ſt. n. 5 ſt. 44′ 13″ des Morgends die Länge des apogæi gefunden werden.

Epocha	3 Z.	7°	26′	49″
Jahre 20			20	33
5			5	8
Mon. Aug.				41
Länge des apogæi	3 Z.	7°	53′	11′

§. 73. Wiſſet ihr ferner die Länge des apogæi und der Sonnen, wird die mittlere anomalie der Sonnen leicht zu finden ſeyn, indem

ihr

ihr nur die Långe des apogæi von der Långe der Sonnen ſubtrahiren dürffet.

Z. E. Es ſey die mittlere Långe der Sonnen

	6Z.	4°	10′	56″
des apogæi	3	7	53	11
ſo iſt die mittlere anomalie	2Z.	26°	17′	45″

§. 74. Mit dieſer mittlern anomalie wird nachmahls die proſtaphæreſis aus der XXII Tabelle geſuchet (§. 69) weil aber daſelbſt dieſe æquation auf Grad gerechnet, muß wegen der Minuten und ſecunden der anomalie pars proportionalis geſucht werden. Z. E.

2Z. 26°	2°	3′	15″
27	2	3	26
	60 :		11 = 17′.45″ f. 3″

Dieſerwegen reſpondiret der anomalie 2Z. 26° 17′ 45′, die proſtaphæreſis 2° 3′ 18″

§. 75. Durch die gefundene proſtaphæreſin muß endlich die mittlere Långe und anomalie corrigiret werden, wenn die wahre Långe und anomalie geſucht wird. Iſt demnach die anomalie unter 6 Zeichen, ſo ſubtrahiret die proſtaphæreſin von der mittlern Långe, uud anomalie, iſt ſie aber über 6 Zeichen, addiret ſie dazu, ſo gibt die Summe oder der Reſt die wahre Långe oder anomalie. (§. 87 aſtron.)

Z. E. Es ſey die mittlere Långe	6Z. 4° 10′ 56″
Die proſtaphæreſis	2 3 18
Die wahre Långe	6Z. 2° 7′ 38″

Die

Die mittlere anomalie	2 Z.	26°	17′	45″
die proſtaphæreſis		2	3	18
die wahre anomalie	2 Z.	24°	14′	27″

§. 76. Wenn nun die wahre Länge auf die mittlere Zeit gerechnet worden, und man will die wahre Länge genau wiſſen auf die wahre ſcheinbahre Zeit, ſo muß mit der gefundenen wahren Länge der Sonnen, die æquation Tab. XV oder XVI zuvorderſt, und nachmahls aus der XIXten Tabelle die Bewegung geſucht werden, welche dieſer æquation reſpondiret, wird dieſelbe nach dem Titul der XVten Tabelle von der (§. 75) gefundenen Länge ſubtrahiret, oder dazu addiret, ſo gibt die Summe oder der Reſt, den geſuchten wahren Ort der Sonnen. Z. E. weil die wahre Länge der Sonnen 6 Z. 2°. 7′ 38″, ſo iſt nach der XVIten Tabelle die æquation der Zeit 8′ 29″, welcher in der XIXten Tabelle 20″ reſpondiren, werden alſo dieſe nach dem Titul der XVI Tabelle zu der letzteren Länge der Sonnen 6 Z. 2° 7′ 38″ addiret; iſt die wahre Länge der Sonnen zu der wahren ſcheinbahren Zeit 6 Z. 2° 7′ 58″

§. 77. Weil auch die Sonne in verſchiedener diſtanz von dem apogæo bald geſchwinder bald langſamer beweget wird, (§. 98 aſtr.) ſo abſolviret ſie in einer Stunde zuweilen mehr, zuweilen weniger, dieſe ungleiche ſtündliche Bewegung kan gefunden werden, wenn man die proſta-

proſtaphæreſin ſucht auf den gegebenen und nechſt-folgenden Grad der anomalie, die differenz derſelben gibt wie viel ſich die proſtaphæreſis auf 1° ändert, wird demnach durch die regul de tri geſucht, wie viel ſich dieſelbe proſtaphæreſis in der ſtündlichen mittlern Bewegung der Sonnen (welche 2′28″) ändert, und dieſe differenz in denen erſten 6 Zeichen der anomalie von der ſtündlichen Bewegung abgezogen, in den letztern aber dazu addiret, ſo gibt die Summe oder der Reſt die wahre ſtündliche Bewegung in dem gegebenen Grad der anomalie. Z. E. Ihr wollet die ſtündliche Bewegung der Sonnen wiſſen, wenn ihre anomalie 2 Z. 16° iſt;

2 Z. 16° reſpond proſtaph. 1° 59′ 25
2 17° 1 59 57

60 : 32 = 2′28″ : 1″19‴
1 19‴

die wahre ſtündliche Bewegung 2′26″41‴

Schol. Auf ſolche Weiſe iſt die XXIte Tabelle gerechnet, in welcher auf alle 6° der anomalie die ſtündliche Bewegung der Sonnen befindlich iſt.

§. 78. Was nun ferner die diſtanz der Sonnen von der Erden anlanget, ſo ändert ſich dieſelbe ebenfals nach der verſchiedenen diſtanz der Sonnen von dem apogæo, allwo nemlich die Gröſte iſt, welche in der elliptiſchen Bewegung,

da

da die eccentricität der diſtanz derer focorum gleich geſetzet wird, allzeit die Summe des radii und der halben eccentricität gibt. Da alſo die eccentricität 3410 particuln des radii geſetzt worden, (Schol §. 68) ſo iſt die gröſtediſtanz 101705, die kleineſte 98295 Theile des radii. Gleicherweiſe wird die diſtanz der Sonnen in dergleichen particuln auf alle Grad der anomalie (probl. 4 §. 59) gefunden, nach welchen man ſagen kan, wie ſich der ST. zu der eccentricität verhält, ſo verhält ſich der SC. der mittlern anomalie, zu der differenz zwiſchen der mittlern und geſuchten diſtanz von der Erden. Es ſey z. E. die anomalie 2 З, 16° daher

Log. eccentr. 1705	3231724 4
Log. SC. anom. 76°	93836752
	26155996 Log. 413

wird dieſe differenz (weil die anomalie unter 3 Zeichen iſt) zu der mittlern diſtanz 100000 addiret

	403
iſt die geſuchte diſtanz	100413

Schol. Auf ſolche Weiſe können die diſtantzen auf 6° der anomalie gerechnet werden, deren logarithmi der XXIIIten Tabelle beygefüget.

§. 79. Will man dieſelbe diſtanz in ſemidiametros der Erden reduciren, darff man nur aus der parallaxi der Sonnen die mittlere diſtanz in ſemidiametris der Erden ſuchen, (§. 60 Aſtron) ſo läſſet ſich nachmahls gleich inferiren,

wie

wie ſich 100000 zu der gefundenen diſtanz verhalten, ſo verhält ſich auch die (§.78) gefundene diſtanz zu denen ſemidiametris der Erde, welche ihr reſpondiren.

Es ſey z. E. die parallaxis horizontalis der Sonnen in der mittlern diſtanz 10″, ſo iſt die mittlere diſtanz 20000 ſemid. der Erde, folglich ſaget 100000: 20000 = 100413 ſ. 20082 ſemid. der Erde, die diſtanz der Sonnen von der Erden, wenn die anomalie 2Z. 16° iſt.

§. 80. Nachdem im verwichenen Seculo die Sonnen-Flecke entdecket ſind, (§.91 aſtron.) hat man dadurch auch Gelegenheit genommen, die Bewegung der Sonnen um ihr eigenes centrum genauer zu obſerviren. Denn da wir ſehen, daß dieſe Flecke ihren ſitum in der Sonnen verändern, und vom Rande gegen Morgen nach dem gegen überſtehenden allmählig fortrücken, nach 27 Tagen und 12 Stunden aber wieder an demſelben Ort der Sonnen ſich præſentiren; (§.90 aſtr.) ſo erhellet hieraus vor das erſte, daß ſich die Sonne würcklich um ihr centrum herumdrehe, und alſo die Flecken mit herum nehmen müſſe, (§.93 aſtron.) weil wir ſonſt alle Jahr nur einmahl würden um die Sonne herumgehen, und alle Theile derſelben zu ſehen bekommen. Stünde nun die Erde unbeweglich an einer Stelle, ſo würden wir dieſelben Flecken wieder ſehen, wenn die Sonne ſich einmahl gantz herumgedrehet, allein ſie gehet in der Zeit da ſich die Sonne herumwen-

det von Abend gegen Morgen, (§. 66 no. 4 aſtr.) daher muß ſich die Sonne noch weiter herum drehen, wenn der Rand, bey welchen der Flecken ſtand, da wir ihn zum erſtenmahl ſahen, uns von neuen ſoll zugekehret werden. Wie viel Zeit hierauf zugebracht werde, und wie bald alſo die Sonne ſich einmahl um ihr centrum herum drehe, finden wir folgender maſſen.

Probl **Die Zeit berechnen, in welcher ſich die Sonne einmahl um ihr centrum herumdrehet.**

1) Suchet auf die Zeit, in welcher die Sonnen-Flecke von einem Rand der Sonnen biß wieder zu denſelben beweget werden, (nemlich 27 T. 11 ſt. 22′ (§. 90 aſtron.) die mittlere Bewegung der Sonnen (probl. §. 68)

2) Addiret dazu einen gantzen Circkel 360°.

3) Saget, ſo viel Grad als die Summe (no. 2) austräget, drehet ſich die Sonne in 27 T. 11 ſt. 22′ herum, wie bald kommen 360°, das iſt die gantze Sonne einmahl herum,

Z. E. 27 T	26°	36′	45″
11 ſt.		27	6
22′			54
	27°	4	45

387°: 27 T. 11 ſt. 22′ = 360 f. 25 T. 13 ſt. 31′. **Die Zeit, in welcher die Sonne ſich einmahl um ihre axin herum drehet.**

§. 81. Die Bewegung der Flecken ſelber durch die Sonne genau zu erkennen, muß der Ort wo ſie in der Sonnen ſtehen, täglich wenigſtens einmahl obſerviret werden. Dieſes geſchiehet auf folgende Weiſe.

Den Ort eines Flecken in der Sonnen auf das genaueſte finden. Probl.

1) Laſſet den tubum von 3 a 4 Fuß, welchen ihr bey der obſervation gebrauchen wollet, durch einen Schirm (der von Bretern kan gemacht werden) hindurch gehen, damit es hinter dem tubo finſter werde.

2 Beſchreibet auf der tabula obſervatoria einen Circkel und ziehet den diametrum deſſelben.

3 Laſſet auf ſolche Weiſe die Sonne durch den tubum fallen auf die tabulam obſervatoriam, welche recht parallel gegen dem tubo muß übergeſtellet werden, und ſoweit davon, daß das Bildniß der Sonnen den beſchriebenen Circkel præciſe ausfülle.

4) Laſſet mitten vor dem Bildniß der Sonnen auf der tabula obſervatoria ein perpendicul an einen ſubtilen Haar oder Faden herabhangen, und drehet das Pappier auf der tabula obſervatoria ſo lange herum, biß der Schatten des perpendiculs auf den diametrum des Circkels falle, damit dieſer den circulum verticalem vorſtelle.

5) Notiret alsdenn mit einen ſpitzigen ſtylo den Flecken in dem Bildniß der Sonnen.

6) Ingleichen auf einen quadranten die Höhe der Sonnen (probl. 2 §. 32) oder das azimuth deſſelben. (Schol. 2 probl. 11 §. 32.)

7) Rechnet auf den Tag und Stunde da ihr obſerviret den wahren Ort der Sonnen (§. 75) und durch dieſen ſuchet die declination derſelben (probl. 3 §. 35)

8) Endlich ſuchet aus dieſen datis den Winckel, welchen zu der Zeit da ihr obſerviret habt, die ecliptic mit dem circulo verticali gemacht. (§. 12 probl. 47)

9) Traget dieſen Winckel auf der tabula obſervatoria über die lineam verticalem, von welcher er allzeit nach Morgen muß gezehlet und geſetzet werden; ſo gibt die Linie, welche dieſen Winckel abſchneidet, die ecliptic, daß ihr ſehen könnet, wie weit der Flecken von der ecliptic geſtanden.

10) Habt ihr auf ſolche Weiſe den Flecken alle Tage ſo lange er erſchienen, obſerviret, ſo ziehet nachmahls noch einen Circkel, mit denen ſo auf der tabula obſervatoria beſchrieben worden von gleicher Gröſſe; und ziehet den dimetrum, welcher die ecliptic vorſtellet.

11) Traget demnach aus denen Circkeln auf der tabula obſervatoria, durch Bogenſchnitte, welche aus dem centro und Rande können beſchrieben werden, die Oerter der Flecken in dieſen letzten Circkel, ſo werdet ihr ſehen, wie die Flecken der Sonnen von Tage zu Tage geſtanden, und fortgerücket ſind.

Es

Es ſey z. E. AB (fig. 30) die linea verticalis in dem circulo obſervatorio darinn der Flecken in C notiret worden den 15 Sept. des Morgends da die Höhe der Sonnen 36° 40′ geweſen. Die Länge der Sonnen findet ihr 22° 24′ ♍, folglich iſt die nördliche declination 3° und der Winckel den die ecliptic in dem Grad der Länge der Sonnen mit dem circulo declinationis machet 66° 41′. So iſt der Winckel, den die ecliptic mit dem circulo verticali macht 44° 37′. Setzet demnach dieſen Winckel über die vertical-Linie AB von der Rechten zur Lincken, nemlich aus A in D, und ziehet die Linie DE, welche die ecliptic vorſtellet. Wollet ihr nun den Flecken C aus dieſen Schemate in ein anderes tragen; ſo beſchreibet einen andern Circkel, deſſen diameter GH (fig. 31) mit AB von gleicher Gröſſe iſt. Nachmahls ziehet aus G einen Bogen mit der apertur DC, und aus H einen andern mit der apertur EC, wo ſich dieſelbe ſchneiden in I, daſelbſt wird der Flecken verzeichnet.

§. 82. Soll endlich auch die wahre Gröſſe der Sonnen berechnet werden, ſo muß ſowol die diſtanz derſelben von der Erden als der ſcheinbahre diameter bekannt ſeyn, (§. 100 aſtron.) daher noch kürtzlich zu melden, wie der ſcheinbahre diameter der Sonnen zu obſerviren.

Den ſcheinbaren diameter der Sonnen obſerviren. *Probl* I

1) Obſerviret den tranſitum der Sonnen

durch den meridianum (probl. 3 §. 27) und mercket 2) auf einer guten perpendicul-Uhr, wie viel ſecunden von der Zeit an, da der Abend-Rand hinter das triangulum filare tritt, biß daß der Oeſtliche Rand hinter daſſelbe Triangel zuſtehen kömmt, gezehlet werden; 3) converriret dieſe Scrupel der Zeit in Grad und Minuten (probl. 1 §. 29) ſo gibt das product die Grösse des geſuchten diametri.

Z. E. Es ſollen in der Zeit, da der diameter der Sonnen durch den meridianum gangen, auf der Uhr 2′ gezehlet ſeyn: ſo iſt der diameter apparens 30′ 4″.

Probl. 2. **Wenn der wahre diameter und die diſtanz der Sonnen von der Erden gegeben, ſoll der ſcheinbahre diameter gefunden werden.**

Saget: wie die diſtanz der Sonnen von der Erden (fig. 32) CP: den wahren ſemidiameter der Sonnen CL = ST: SR des ſcheinbahren ſemidiametri CPL (probl. 19 §. 8 trigon. plan.)

Schol. Wenn nun der ſcheinbahre diameter z. E. im apogæo obſerviret, und daraus der wahre diameter gerechnet worden, auch die diſtanz der Sonnen von der Erden auf alle Grad der anomalie aus der XXI Tabelle bekannt iſt, ſo kan man auch auf alle Grad der anomalie den ſcheinbarē diameter der Sonnen gerechnen. Auf welche Art in derſelben XXIten Tabelle die ſemidiametri der Sonnen auf alle 6 Grad der anomalie befindlich.

Das IV. Capitel.
von
Dem Mond.

§. 83. Der Mond iſt zwar unter allen Planeten der Erden am nechſten, daß wir ihn am genaueſten betrachten können. Dennoch finden wir in ſeiner Bewegung ſo vielerley Veränderungen, daß die Berechnung derſelben denen aſtronomis am meiſten zu ſchaffen machet. Es werden dieſe Veränderungen hauptſächlich dadurch verurſachet, daß der Mond kein Haupt-Planete, und daher nicht unmittelbahr um die Sonne, ſondern um die Erde, und mit der Erden nachmahls um die Sonne beweget wird. Da nun die Ptolomaici und Tychonici dergleichen Bewegung der Erden um die Sonne nicht erkannt noch angenommen, ſind ſie genöthiget worden, verſchiedene eccentricos, epicyclos auch epicycepicyclos zu fingiren, dadurch ſie die ungleiche Bewegung des Mondes zu erklähren geſuchet. Die andern aſtronomi aber erklähren alle dieſe Veränderungen viel richtiger und gründlicher durch die ungleichen vires centrales, welche der Mond ſowohl in verſchiedenen diſtanzen von der Erden als von der Sonnen hat.

§ 84. Wir müſſen demnach zuvorderſt in der Berechnung der Bewegung des Mondes wiſſen, wie bald derſelbe ſowohl ſeinen motum

periodicum von einen Punct der ecliptic biß wieder zu denſelben; als ſynodicum, von einen Neu-Mond, das iſt von einer conjunction mit der Sonnen, (§. 114 aſtron.) bis zur andern abſolviret. Dieſe Bewegungen werden am richtigſten aus denen obſervationibus der Mondes-Finſterniſſen, in welchen der Mond gerade gegen der Sonnen überſtehet, (ax. 35 §. 119 aſtr.) fürnemlich wenn der Mond in beyden gleiche anomalie und folglich auch einerley proſtaphæreſin gehabt, folgender maſſen beſtimmet.

Probl I Den motum ſynodicum das iſt die Länge eines menſis ſynodici finden.

1) Notiret aus der hiſtoria cæleſti die Zeiten, da in zweyen Mondes-Finſterniſſen, welche viele Jahre nach einander entſtanden, die gröſte Verfinſterung obſerviret worden.

2) Rechnet auf dieſe Zeiten den wahren Ort der Sonnen (§. 75).

3 addiret zu dieſen Oertern 6 Zeichen, ſo habt ihr in beyden Finſterniſſen den wahren Ort des Mondes.

4) dividiret die Zeit, welche von einer Finſterniß zur andern gezehlet wird, durch die Zahl derer menſium ſynodicorum welche in der Zeit verfloſſen, (§. 13 Chron.) ſo gibt das quotum die geſuchte Länge eines menſis ſynodici.

Z. E. Anno 200 vor Chriſti Geburth hat HIPPARCHVS zu Alexandria eine Mondes-Finniß obſerviret, welche am gröſten war 13 Uhr 20′ Nachmittag, oder nach der mittlern Zeit, (probl.

(probl. 6 §. 54) 13 Uhr 21′; da die wahre Länge der Sonnen geweſen 25° 10′ ♓, folglich, die Länge des Mondes 25° 20′ ♍. Nachmals hat RICCIOLVS Anno 1642 nach Chriſti Geburth den 4. April ſt. v. zu Bononien den Mond in der grösten Verfinſterung obſerviret Nachmittags 14 Uhr 45′; oder nach der mittlern Zeit 14 Uhr 38′ da die Länge der Sonnen war 25° 13′ ♈, folglich des Mondes 25° 13′ ♎; Nun iſt dieſe letztere Zeit, nemlich An. 1642 den 4 April 14 Uhr 38′, von der erſtern, nachdem ſie auf den meridianum Bononienſem reduciret worden, 200 Jahr vor Chriſti Geburth den 19 Mertz 11 Uhr 38′ entfernet auf 1841 Jahr 16 T. 3 ſt. 58′ das iſt: 672441 T. 3 St. 58′, in welcher Zeit 22771 Neumonde verfloſſen; werden demnach 672441 T. 3 ſt. 58′ mit 22771 dividiret, gibt das quotum die Länge eines menſis ſynodici, nemlich 29 T. 12 ſt. 44′ 3″

Wenn die Länge eines menſis ſynodici bekannt, ſoll die Länge eines menſis periodici gefunden werden. Probl 2

1) Rechnet die mittlere Bewegung der Sonnen, welche der Länge eines menſis ſynodici reſpondiret (probl. §. 68) ſo habt ihr den Bogen, welchen der Mond in einen menſe ſynodico über einen gantzen Circkel abſolviret.

2) addiret demnach zu der Bewegung der Sonnen, welche (no. 1) gefunden 360°, und ſaget, wie ſich die Summe zu 360° verhält, ſo verhält ſich die Länge eines menſis ſynodici, zu der Länge eines menſis periodici.

Z. E. der (probl. 1) gefundenen Långe des
[m]enſis ſynodici

29 T.	28	35′	2″
12 ſt.		29	34
44′		1	48
3″			
reſpondiren	29°	6′	24″
	360		
	389	6′	24″

389 6′ 24″ : 360 = 29 T. 12 ſt. 44′ 3″. f. 27 T. 7 ſt. 43′ 8″. Die Långe eines menſis periodici.

Schol. Wenn die Zeit gefunden, in welcher der Mond ſeinen periodum einmahl abſolviret, kan durch die regul de Tri die mittlere Bewegung des Mondes auf alle Jahre, Monathe, Tage, Stunden und Scrupel gerechnet werden, wie oben (probl. §. 68) angewieſen. Auf welche Art die Tabulæ motuum mediorum des Monden in der XXIVten Tabelle gerechnet ſind. Deren Gebrauch mit denen tabulis ſolaribus (l. c.) einerley.

§. 85. Weil aber die Bewegung des Mondes elliptiſch, (§. 55) in deren einen foco die Erde ſtehet, ſo ſcheinet uns daher dieſelbe Bewegung ungleich zu ſeyn, indem ſie uns langſahmer vorkommen muß bey dem apogæo als bey dem perigæo. (§. 88 aſtr.) Es låſſet ſich daher die Bewegung des apogæi auf gleiche Weiſe berechnen, wie wir vorhin (probl. 1. §. 84) die Bewegung des Mondes ſelber gerechnet haben.

Denn

Denn wenn (l.c no. 1) 2 Mondes-Finſterniſſen erwehlet werden, welche zu der Zeit obſerviret worden, da der Mond in ſeinem Umlauff um die Erde am langſamſten beweget worden, ſo hat der Mond dazumahl in ſeinen apogæo geſtanden, daher der Ort des apogæi der Länge des Monds gleich geweſen; Iſt nun ohngeſehr bekannt, wie bald das apogæum einmal herum kömmt, (welches daraus geſunden wird, wenn man obſerviret, wie weit daſſelbe apogæum, in welchen der Mond am langſamſten gehet, in einem Monath beweget wird) ſo weiß man auch wie vielmal daſſelbe in der Zeit, die von einer Finſterniß zur andern gezehlet wird, herum kommen; daher kan man ſagen, ſo viele gantze Circkel und noch ſo viele Grad darüber als der Ort des Mondes in der erſten Finſterniß von dem Ort deſſelben in der andern entfernet geweſen, iſt das apogæum in der Zeit fortgangen, welche von der erſten Finſterniß zur andern gezehlet wird; wie bald kömmt daſſelbe præciſe herum. Nachmahls kan nach vorigen (Schol. probl 2 §. 84) wiederum durch die regul de Tri die Bewegung des apogæi auf alle Jahr, Monathe, Tage, Stunden und Scrupel gerechnet und in gewiſſe Tabellen getragen werden, wie dergleichen in der XXIVten Tabelle mit befindlich ſind; aus welchen der Ort des apogæi auf iede gegebene Zeit (probl. §. 68) kan gerechnet werden.

§. 86.

§. 86. Weiß man alſo auf iedwede Zeit den mittlern Ort des Mondes und ſeines apogæi, kan auch die anomalie deſſelben leicht gefunden werden, indem man von dem Ort, das iſt, der Länge des Mondes nur die Länge des apogæi abziehen darff, ſo gibt der Reſt die geſuchte anomalie welche KEPLER ſolutam nennet.

Z. E. es ſey die mittlere Länge des Mondes

	8Z.	15°	30	20″
des apogæi	5	6	45	38
ſo iſt die mittlere anomal.	3Z.	8°	44′	42″

§. 87. Wollen wir nun ferner den wahren Ort ſowohl des Mondes als ſeines apogæi wiſſen, muß die proſtaphæreſis auf alle Grad der anomalie bekannt ſeyn. Dieſe dependiret von der eccentricität, welche daher zuvorderſt muß geſucht werden. Es kan ſolches am richtigſten auf folgende Weiſe geſchehen.

Probl. **Wenn 3 Mondes-Finſterniſſen kurtz nach einander obſerviret worden, gegeben, ſoll die excentricität des Mondes gefunden werden.**

Es ſey 1) C (fig. 33 no. 1) das centrum des eccentrici ABDC, in welchen der Mond beweget wird. T das centrum der Erden, FGHI der Circkel, nach welchen wir aus der Erden den Mond referiren. Daher wird CT die eccentricität, A das apogæum, C das perigæum, AE die linea apſidum ſeyn; und wenn dem-

demnach der Mond z. E. in L iſt, wird er aus der Erden T nach O referiret werden, weshalben ATO die wahre, ICO die mittlere anomalie, COT die proſtaphæreſis.

Nun ſollen 2) in dieſem circulo æquante AEBGD (no. 2) 3 dergleichen Oerter des Mondes in 3 beſonderen Mondes-Finſterniſſen ſo nach einander eingefallen, obſerviret ſeyn, in der erſten nemlich in A, in der andern in B, in der dritten in E; ziehet alſo aus T und C gerade Linien nach A, E und B; Continuiret auch die Linie EC in D, und ziehet die Linien DA, DB, ingleichen AB, AE, EB.

3) Subtrahiret die obſervirte Länge des Mondes in der erſten Finſterniß von der obſervirten Länge in der andern; ingleichen die in der erſten von der Länge in der dritten.

4) Zehlet auch die Zeit von der erſten Finſterniß zur andern, ingleichen von der erſten biß zur dritten.

4) Rechnet auf beyde intervalla die mittlere Bewegung ſowohl des Mondes, als des apogæi (Tabula XXIV) ſo miſſet die mittlere Bewegung von der erſten zur andern Finſterniß den Winckel ACB, die andere von der erſten zur dritten, den Winckel ACE.

5) ſubtrahiret die Bewegung des apogæi von der erſten zur andern Finſterniß von der obſervirten differenz der Längen des Mondes zu beyden Zeiten (no. 3) ſo gibt der Reſt die wahre anoma-

anomalie des Mondes von der erſten zur andern Finſterniß, welche den Bogen AB vorſtellet, dadurch der Winckel ATB gemeſſen wird, deſſen $\frac{1}{2}$ iſt der Winckel ADB (th. 17. §. 6 geom.)

6) Auf gleiche Weiſe ſuchet die wahre anomalie des Mondes von der erſten zur dritten Finſterniß, welche den Bogen AE gibt, ſo den Winckel ATE miſſet, davon $\frac{1}{2}$ der Winckel ADB (ibid.)

7) Subtrahiret ATE von ATB der Reſt gibt den Winckel ETB; davon $\frac{1}{2}$ der Winckel EDB (ibid.) ingleichen ACE von ACB der Reſt gibt den Winckel ECB.

8) Nehmet die Seite AC nach Gefallen an, ſetzet z.E. den logarithmum derſelben 10000000 und ſuchet in dem Triangel ACD aus den Winckeln ADC und ACD (Cptum ACE) nebſt der Seite AC, die Seite DC (probl. 31 §. 9 Trigon. pl.)

9) Ferner in dem Triangel DCB aus den Winckeln CDB und DCB (Cptum ECB) nebſt der Seite DC die Seite CB (ibid.)

10) ingleichen in dem Triangel ACB aus den Seiten AC und CB ſamt den Winckel ACB, die übrigen Winckel (lemma probl. 8. §. 14 Trigon. ſphær.) und die dritte Seite AB (probl. 31 §. 9 Trigon. plan.)

11) Nachmahls weiter in dem gleichſchencklichten Triangel ATB aus dem Winckel ATB und denen übrigen beyden ſo einander gleich

ſind

ſind (th. 5 §. 6 geom.) nebſt der Seite AB die Seite AT (probl. 28 §. 9 geom. plan.)

12) Subtrahiret den Winckel BAT von dem Winckel BAC (no. 10) oder dieſen (wenn er kleiner iſt) von ienen, ſo gibt der Reſt den Winckel CAT.

13) Endlich ſuchet in dem Triangel CAT aus denen Seiten AT (no. 11) und AC (no. 8) ſamt den Winckel TAC (no. 12) die übrigen Winckel (lemma probl. 8 §. 14 Trigon ſphær.) wie auch die Seite CT (probl. 31 §. 9 Trig pl.)

14) Soll letztlich dieſe Seite TC oder eccentricität in ſolchen Theilen determiniret werden, welcher auf AT den ſemidiametrum æquantis 100000 gehen, ſo ſaget (probl. 21 §. 23 arithm.) AT (no. 11): 100000 = TC (no. 23) zu der geſuchten eccentricität.

Es ſey z. E. die obſervirte Länge des Mondes in der erſten Finſterniß 25° 6′ 54″ ♈, in der andern 14° 50′ 9″ ♎; in der dritten 4° 20′ 20″ ♎; von der erſten zur andern mögen gezehlet ſeyn 176 T. 2 ſt. 20′; in welchen die mittlere Bewegung des Mondes geweſen 160° 19′ 36″, des apogæi 19° 37′ 8″. Daher die wahre anomalie in der Zeit von der erſten Finſterniß zur andern, ſo den Winckel ATB miſſet, 150° 6′ 7″, folglich iſt der Winckel ADB 75° 3′ 4″. Die mittlere anomalie ſo den Winckel ACB miſſet 140° 42′ 28″. Von der erſten Finſterniß zu der dritten ſollen gezehlet ſeyn 530 T. 17 ſt. 9′ in welcher Zeit die mittle-

re Bewegung des Mondes geweſen (über einen gantzen Circkel) 152° 54′ 15″, des apogæi 59° 7′ 32″; weshalben die wahre anomalie dieſer Zeit, welche der Winckel ATE miſſet, 100° 5′ 54″. Davon ½ der Winckel ADE 50° 2′ 57″. Die mittlere anomalie ſo den Winckel ACE miſſet, 93° 46′ 43″. Folglich iſt der Winckel ETB 50° 0′ 13″, der Winckel ECB 46° 55′ 45″. Iſt nun der logarithmus CA 10000000, ſo iſt in dem Triangel ACD

SR. ADC : SR. : DAC = AC : DC.

Log. SR. DAC. 43° 43′ 46″ † ST.	
	19839638
Log. SR. ADC 50° 2′ 57″	9884566
Log. CD	9955072

Ferner iſt in dem Triangel *DCB*

SR. DBC : SR. CDB = DC : CB

Log. *CD*	9955072
Log. SR. DB. 28° 0′ 8″	9625975
	19581047
Log. SR. *DBC*. 21° 55′ 39″	9572208
Log. CB	10008839

Wie auch in dem Triangel *ACB*

AC. : *CA* = ST. : T. Inv. I.

Log. T. Inv. I. 45° 34′ 59″	10008839
45	
Inv. II. 34′ 59″	

T. 45° T. Inv. II. = T. ½ CAB † CBA : T. ½ *CAB—CBA*.

Log.

Log. T. 19° 38′ 46″ 9552657
Log. T. 34 59 8007602

Log. T. 12 29 17560259

der Winckel CAB 19° 51′ 15″
CBA 19 26 17

SR. CBA : SR. ACB = CA : AB.

Log. SR. 39° 17′ 32″ † *AC* 19801593
Log. SR. 19 26 17 9522167

Log. *AB* 10279426

Weiter in dem Triangel *ATB*.

SR. *A*TB : SR. TBA = *A*B : *A*T.

Log. SR. AB 10279426
Log. SR. TBA 14° 56′ 56″ 9411548

19690974
Log. SR ATB. 29° 53′ 53″ 9697629

Log. AT 9993345

Endlich in dem Triangul TAC.

AT : AC. = ST. T. Inv. I.

Log. AC † rad. 20000000
Log. AT 9993345

Log. T. 45° 26′ 20″ 10006655
45

Inv. II. 26′ 20″

T. 45° : T. Inv. II. = T. ½ ATC † ACT : T. ½ ATC – ACT.

CAB.	19°	51′	15″
TAB	14	56	56
TAC	4	54	19
	180		
	175	5	41
½	87	32	50

Log. T. 87° 32′ 50″ 11368199
Log. Inv. II, 26′ 20″ 7884240

Log. T. 10° 8′ 20″ 19252439

der Winckel ATC 97° 41′ 10″

SR. ATC. : SR. TAC = AC : CT.

Log. SR. TAC. 4° 54′ 41″ † AC 18932010
Log SR. ATC. 97 41 10 9996081

Log. TC. 8935929

Saget demnach : AT. : 100000 = CT : eccentr.

Log. CT. 8935929
Log. 100000 5000090

Log. AT. 13935929
9993345

Log. 8762 3942584

Folglich iſt die eccentricität des Mondes ſolcher Theile, welcher der ſemidiameter des circuli æquantis 100000 hat, 8762; welches mit des KEPLERI obſervationibus und Rechnung ziemlich übereintrifft, indem er der halben eccentricität, oder der diſtanz des foci von dem centro der ellipſis des Mondes 4362 particuln des radii gibt. (ſ. 112 aſtron.) §. 88.

§. 88. Durch dergleichen operation kan man auch den Ort des apogæi deſto genauer beſtimmen, indem in demſelben Triangel ATC, der gefundene Winckel ATC die wahre diſtanz des Mondes in der erſten Finſterniß A von dem apogæo G geben muß; wird demnach dieſelbe von der wahren Länge des Mondes, ſo in der erſten Finſterniß obſerviret worden, abgezogen, ſo gibt der Reſt den Ort des apogæi zur Zeit der erſten Finſterniß. Z. E. da die wahre Länge des Mondes in der erſten Finſterniß geſetzet
worden 0 Z. 25° 6′ 54″, und der Winckel ATC
gefunden 3 7 41 10 ſo iſt dazumal die wahre Länge 9 Z. 17° 25′ 44″ des apogæi geweſen.
Und wenn demnach auf ſolche Weiſe der Ort des apogæi zu verſchiedenen Zeiten, ſo auf etliche 100 Jahr von einander entfernet ſind, beſtimmet wird, ſo kan dadurch auch die Jährliche Bewegung des apogæi deſto richtiger gefunden werden. (§. 85).

§. 89. Iſt ferner die eccentricität bekannt, wird daraus die proſtaphæreſis eccentrica auf gleiche Weiſe wie bey der Sonnen geſchehen, (§. 70) auf alle Grad der anomalie berechnet, und in Tabellen gebracht, dergleichen Tab. XXV befindlich ſind. Will man alſo aus denſelben die proſtaphæreſin eccentricam auf einen gegebenen Grad der mittlern anomalie wiſſen, darff man nur dieſe gegebene anomalie in erwehnter Tabelle aufſuchen, das Zeichen oben oder unten, den Grad am Rande, ſo reſpondiret ihr

in dem gemeinen Fach der Tabelle die verlangte æquation. Sind aber Minuten und Secunden bey der gegebenen anomalie befindlich, muß vor dieſelbe wiederum pars proportionalis geſucht, und dadurch die gefundene proſtaphæreſis corrigiret werden. Dieſe corrigirte proſtaphæreſis wird nachmahls, wenn die mittlere anomalie unter 6 Zeichen iſt, von der mittlern Långe ſowohl des Mondes, als des apogæi ſubtrahiret, iſt aber die anomalie über 6 Zeichen dazu addiret, darinn die erſte correction beſtehet. Z. E. Es ſey die mittlere anomalie des Mondes (§. 86) gefunden, 3 Z. 8° 44′ 42″; ſo reſpondiren Tab. XXV

3 Z. 8°.	4°	58′	51″
9	4	57	24
		1	27

Daher ſaget

60° 1′ 27″ — 44′ 42″
1 27

19 18 54
44 48

42

1′ 4″ 48 54
4° 58 51

4 57 46

die proſtaphæreſis, welche von der Långe des Mondes 8 Z. 15° 30′ 20″ (§. 86) muß ſubtrahiret werden 4 57 46 ſo bleibet die Långe 8 10 32 34

§. 90. Den Ort des Mondes, welcher durch dergleichen correction heraus bracht, nennet man insgemein primo æquatum, KEPLER pflegt ihn fictum zu nennen; weil auſſer denen Neu- und Voll-Monden, der Mond daſelbſt weder in der That ſtehet, noch geſehen wird; denn wenn man die mittlere Länge gleich auf ſolche Weiſe corrigiret, und der Mond iſt weder voll noch neu, wird dieſelbe von dem wahren Ort des Mondes, welchen man am Himmel obſerviret in etwas differiren. Man nennet dieſe Ungleichheit, ſo in der Bewegung des Mondes verſpühret wird, die monathliche Ungleichheit, weil ſie von dem Alter des Mondes und der diſtanz deſſelben von der Sonne dependiret; und wird von denen aſtronomis auf verſchiedene Weiſe erkláhret. Weil aber des KEPLERI hypotheſes den gröſten applauſum gefunden, und ſich auf die natürliche Würckung der Sonnen in den Mond gründen, wollen wir gedachte Gleichung auch nach denen principiis Keplerianis berechnen.

§. 91. Es beſtehet demnach des KEPLERI hypotheſis in folgenden.

2) Es ſey AXDIG der Kreiß des Mondes, denn ob derſelbe wohl an ſich etwas elliptiſch iſt, ſo kömmt er doch einem Circkel ziemlich nahe, daß die differenz derer diametrorum nicht mercklich iſt.

2) Setzet, das centrum dieſes Circkels C bewege ſich in den kleinen Circkel CQN, wel-

chen es alle Monath einmahl abſolviren ſoll.

3) In dem centro dieſes kleinen Circkels T ſtehet das centrum der Erden, daher die beſtändige eccentricität des Mondes TC, und wenn das centrum des eccentrici in C, wird AP die linea apſidum, A nemlich das apogæum, P das perigæum.

4) Ziehet durch das centrum der Erden T die gerade Linie KL, welche die lineam ſyzigiorum vorſtellen ſoll, daß in K der Neu- und in L der Voll-Mond.

5) Ziehet über dieſe Linie KL durch T die perpendicularem DE, (welche KEPLER lineam illuminationis nennet, weil ſie den Theil der Erden abſchneidet, welcher von dem Mond, wenn er voll iſt in L erleuchtet wird) ſo wird in D das erſte, in C das letzte Viertheil fallen.

6) Ziehet ferner durch C denen Linien DE und KL parallel-Linien FG und HI.

7) Nun wird MT die monathliche eccentricität genannt, wenn die diſtanz des centri C von dem centro der Erden T in der linea ſyzigiorum KL. Daraus erhellet, daß die gröſte eccentricität ſey, wenn das centrum C in R und S kömmt, allwo das apogæum des Mondes in coniunctione oder oppoſitione der Sonnen iſt, hingegen wird dieſelbe eccentricität nichts ſeyn, wenn das centrum in N oder Q kömmt, allwo das apogæum des Mondes in der quadratur der Sonnen iſt. Daher man dergleichen Monath, in welchen das apogæum

um des Mondes in der quadratur der Sonnen kömmt menſem plenum, denienigen aber, in welchen das apogæum mit dem Mond zugleich ad quadraturam kömt, ſolis menſem vacuum nennet.

8. Je näher alſo das apogæum *A* der Sonnen K, das iſt ie kleiner der Bogen AK, oder der Winckel ATK, welchen die diſtanz des apogæi des Mondes von der Sonnen, oder (wenn ſie über 180° iſt) das Cptum derſelben zu 360° miſſet, deſto gröſſer iſt die monathliche eccentricität.

9) Die gerade-winckligten Triangel, welche über der monathlichen eccentricität beſchrieben werden, z. E. COF, nennet KEPLER die **Scrupel der monathlichen Länge**; unter welchen er dem gröſten (der über der gröſten eccentricität TC beſchrieben wird, wenn das apogæum mit den Mond zugleich in die quadratur der Sonnen kömmt) 60 Scrupel giebet.

10) Iſt nun der Mond etwa in X, daß X der locus lunæ fictus, ſo wird XH die diſtanz deſſelben von der Linie HI, welche durch das centrum C der lineæ ſyzigiorum KL parallel gezogen, das **argument der monathlichen Länge** genannt; da hingegen der Winckel ATK, welchen die linea apſidum mit der linea ſyzigiorum in dem centro der Erden machet, das argument der Jährlichen Länge heiſſet.

11) Endlich wird der Innhalt des Circkels, welchen der gantze Umkreiß des eccentrici einſchlieſſet in 360 Scrupel getheilet, in welchen

die triangula æquatoria COX und MTX, ſo über der monathlichen eccentricität nach dem centro des Mondes gezogen ſind, wie auch die differenz derſelben, welche KEPLER particulam exſortem nennet, berechnet werden.

Aus dieſen principiis berechnet KEPLER die monathliche Ungleichheit der Bewegung des Mondes, und corrigiret dadurch den locum fictum, daß der wahre Ort herauskomme, wie folgende Aufgaben lehren.

Probl. 1. **Wenn das apogæum des Mondes, nebſt der eccentriſchen proſtaphæreſi derſelben, wie auch der wahre Ort der Sonnen, und die anomalia ſoluta des Mondes gegeben, ſoll das argument der monathlichen Länge gefunden werden.**

Es ſey z. E. das apogæum lunæ im 12° 20′ ♊, die anomalia ſoluta 1Z. 24°. So iſt die æquatio eccentrica (§. 89) 3° 54′ 55″. Folglich das apogæum 1mo æquatum A 8° 25′ 5″ ♊, der wahre Ort der Sonnen K ſey 2° 36′ ♋.

1) Subtrahiret demnach das apogæum des Mondes von dem Ort der Sonnen K, ſo gibt die differenz 26° 10′ 55″ die diſtanz der Sonnen von dem apogæo des Mondes AK, das iſt den Winckel ATK = HCA (Cor. 1 th. 6 §. 6 geom.)

2) Den Winckel HCA ſubtrahiret ferner von der anomalia ACX, ſo gibt der Reſt 27° 49′ 5″, den **Winckel HCX das verlangte** argument

gument der monathlichen Länge (hyp. 10)

Wenn die diſtanz der Sonnen von dem apogæo des Mondes (ATK) nebſt der beſtändigen eccentricität (CT) gegeben, ſoll die monathliche eccentricität (CO = MT) gefunden werden. Probl 2

1) Suchet in dem gerade-wincklichten Triangel *CMT* aus den Winckel *CTM* (der diſtanz der Sonnen von dem apogæo des Mondes und der hypothenuſa *CT* die Seite TM (probl. 22 §. 8 trigon. plan.)

Es ſey z. E. der Winckel *CTM* 26° 11′ die beſtändige eccentricität 4362 (§. 87)

Log. 4362	36396857
Log. sc. 26° 11′	99529797
Log. 3914	135926654

Daher iſt die monathliche eccentricität 3914.

Wenn die monathliche eccentricität (*CO*) gegeben, ſollen die Scrupel der monathlichen Länge (der Triangel *CDF*) gefunden werden. Probl 3

1) Die gröſten Scrupel gibt der Triangel *TCX*, deſſen Innhalt gefunden wird, wenn der ſemidiameter *CX* (100000) mit der Helffte der beſtändigen eccentricität *TC* (2181) multipliciret wird, daher wird deſſen Inhalt allzeit 218100000; welcher aber in dieſer Rechnung nur 60 Scrupel geſetzt wird (hyp. 9.)

2) Die geſuchten Scrupel gibt der Trian-

gel *COF*, deſſen Innhalt gefunden wird, wenn der halbe diameter *CF* mit der ½ monathlichen eccentricität multipliciret wird.

3) Saget demnach (probl. 21 §. 23 arithm.) 218100000 : 60 = der Innhalt des Triangels *FCO* in Theilchen des radii: denſelben Innhalt in Scrupeln.

Es ſey z. E. die monathliche eccentricität 3914, davon ½ 1957, ſo iſt der Innhalt des Triangels *FCO* 195700000.

daher ſaget: 218100000 : 60 = 195700000 f. 53′ 50″

Folglich ſind die monathlichen Scrupel 53′ 50″.

Probl 4 **Wenn die monathliche** eccentricität (*CO* = *MT*) **nebſt der** diſtanz **der Sonnen von dem** apogæo lunæ **gegeben, ſoll die** particula exſors **gefunden werden.**

1) Suchet in dem Triangel *CMT* aus der hypothenuſa *CT* (der beſtändigen eccentricität) und den Winckel *CTM* (der diſtanz der Sonnen von dem apogæo des Mondes) die Seite MC; (probl. 22 §. 8 trigon. plan.)

2) Nachmals multipliciret die halbe monathliche eccentricität (*CO*) mit der gefundenen Seite *MC*, ſo gibt das product den Innhalt des Triangels *COT*, welcher = der differenz der beyden Triangel OXC—TXM, das iſt die particula exſors (hyp. 11)

3 Suchet demnach den Innhalt des gantzen circuli eccentrici in Theilgen des radii (probl.

(probl. 25 §. 33 geom) deren er 3141590000 hält; und ſaget nachmahls: 3141590000: 360° (= 1296000″) = der Inhalt des Triangels *COT* (no. 2); ſcrupula particulæ exſortis.

Beweiß.

1) Weil die triangula COX und MTX gleiche baſes haben, verhalten ſie ſich wie die Höhen (th. 10 §. 29 geom.) daher COX : MTX = XV : XZ; daher auch COX: COX—MTX = XV : XV—XZ (ZV) (ax. 9 §. 11 anal. ſpec.)

2) Ingleichen iſt COX : COT = XV: ZV (th. 10 §. 29 geom.)

3) Da ſich alſo COX—MTX (das iſt particula exſors) zu COX verhält, (nemlich wie XV: ZV no. 1) wie ſich COT zu denſelben COX verhält, (no. 2) ſo muß COT nothwendig der particulæ exſorti gleich ſeyn. W. Z. B.

Es ſey alſo CO 3914; CTM 26° 11′ CT 4362.

Log. 4362	36396857
Log. SR. 26° 11′	96446796
Log. CM. 1924	32843653
½ CO	1957

13468
10620
17316
1924

3775268 der Inhalt des Triang. COT
3241590

```
31415900|000 : 1296|000 = 3775268
                          1296
                      ----------
                      22651608
                     33977412
                    7550536
                   3775268
                   ------------------
314159            |4892746328 |155|
                  |314159     | 60|2
                  ------------|120|
                   1751156    -----
                   1570795     35
                   ---------
                   1803613
```

Folglich iſt die particula exſors 2′ 35″

Probl 5 Wenn das argument der monathlichen Långe der Winckel (XCH) ſamt denen monathlichen Scrupeln (der Triangel COF) und die particula exſors (der Triangel COT) bekannt, ſoll die monathliche æquation (der Triangel TXM) gefunden werden.

1 Die gröſten Scrupel der monathlichen Långe in der eccentricitåt CO gibt der Triangel COF, die geſuchte aber der Triangel COX, da nun dieſe beyde eine baſin CO haben, verhalten ſie ſich wie die Höhen FC und XV (th. 10 §. 29 geom.) das iſt = ST : SR. XCH (das argument der monathlichen Långe) daher ſaget (probl. 21 §. 23 arithm.) ST : SR. XCH = triangulum COF: triangulum COX.

2) Weil ferner der Inhalt des gröſten Tri-

Triangels der die gröſten Scrupel miſſet (218100000) probl. 3 no. 1 = 60′ geſetzet, wird dieſelbe von ſolchen Theilen, deren der Inhalt des Circkels (3141590000) 360 hat, 2° 30′ halten.

3) Saget alſo ferner, 60′ : 2° 30′ = der Inhalt des Triangels COX in ſolchen Theilen derer der gröſte 60′ hält, : den Inhalt deſſelben in ſolchen Theilen, derer der gröſte 2° 30′ hat.

4) Subtrahiret von dem gefundenen Werth des Triangels COX die particulam exſortem, oder addiret ſie dazu (wenn die diſtanz des Mondes von der Sonnen gröſſer, als das argument der monathlichen Länge) ſo gibt der Reſt oder die Summe den Triangul MTX, die geſuchte monathliche æquation.

Z. E. Es ſey das argument der monathlichen Länge 27° 49′. Die monathlichen Scrupel 53′ 50″, die particula exſors 2′ 35″

Log. SR. 27° 49′	96689856
Log. 3230	35092025
Log. 1507	~~1~~31781881

£ 25′ 7″ das triangulum COX

60′ : 2°. 30′ (= 150) = 25′ 7″ f. 1° 5′ 2″ COX.

particula exſors		2	25″
die monathl. æquation	1°	2′	27″

Wenn der locus fictus des Mondes nebſt der monathlichen æquation gegeben, ſoll der locus 2do æquatus oder prope verus gefunden werden. Probl 6

Wenn

Wenn der Mond unter 6 Zeichen von der Sonnen ſtehet, ſubtrahiret die monathliche æquation von dem loco ficto, ſonſt addiret ſie, ſo gibt der Reſt oder die Summe den geſuchten locum lunæ 2do æquatum. Weil die diſtanz des loci ficti X von der Sonnen K der Raum KTX, aber die diſtanz des loci lunæ 2do æquati der Raum KMX miſſet.

Es ſey z. E. der locus lunæ fictus 1° 16′ ♌
die diſtanz a ſole 28° 30′

Die æquatio menſtrua	1	2 27″
ſo iſt der locus lunæ 2do æquatus	0°	13′ 33 ♌

§. 92. Durch dergleichen æquation wird demnach in dem erſten und letzten Viertheil der wahre Ort des Mondes gefunden; wenn aber dieſer Planete auſſer denen ſyzigiis und quadraturis iſt, will dennoch dieſe Rechnung mit der obſervation am Himmel noch nicht accurat zutreffen; indem der berühmte aſtronomus TYCHO durch langwiehrige obſervation angemercket, daß von dem Neu-biß zum Vollmond die Länge des Mondes etwas kleiner, von dem Voll- biß zum Neumond aber allzeit etwas gröſſer obſerviret werde, als ſie durch ietzt-erklährte Rechnung gefunden iſt, ſo daß der Unterſcheid (welchen er die variation, KEPLER reflexionem luminis nennet, in denen octantibus (wenn der Mond 45° von ſeinen ſyzigiis ſtehet, allwo ſie am gröſten iſt) 41′, oder nach KEPLERI obſervationibus 51′ ausmachet; die proportion in welcher ſie abnimmt, hat TYCHO durch öffters

wie-

wiederhohlete obſervationes der Verhältniß zwiſchen den ST. und ſinum der doppelten diſtanz von der Sonnen gleich gefunden, daher ſie folgender maſſen berechnet wird.

Wenn die diſtanz des Mondes von der Sonnen gegeben, ſoll die variation deſſelben gefunden werden. *Probl.*

1) Dupliret die diſtanz des Mondes von der Sonnen.

2) Saget, ST : SR. der doppelten diſtanz = die gröſte variation (51′): der geſuchten.

Z. E. Es ſey die diſtanz lunæ a ſole

	27°	37′	32″
			2
das duplum	55°	15′	4″

Log. SR. 55° 15′	99146852
Log. SR. 51′	81712804
Log. SR. 41′ 54″	180859656

Alſo iſt die geſuchte variation 41′ 54″

§. 93. Durch dergleichen weitläufftige Rechnung werden alſo beyderley æquationes ſowohl die monathliche als der variation auf alle Grad der diſtanz der Sonnen von dem apogæo des Mondes, und der doppelten elongation des Mondes von der Sonnen gerechnet und in beſondere Tabellen getragen, KEPLER aber hat ſich die Mühe genommen und durch langwiehrige Arbeit, indem er ſelber ſchreibet/ daß er faſt 20 Jahr daran gearbeitet, beyde æquationes in eine gebracht, welche er æquationem lu-

mi-

minis nennet, daher die XXIXte Tabelle entſtanden, nach welcher alſo der wahre Ort der Sonnen zu iederzeit auf folgende Weiſe kan berechnet werden.

Probl **Auf iede gegebene Zeit den wahren Ort des Mondes rechnen.**

1) Rechnet auf die gegebene Zeit den wahren Ort der Sonnen. (probl. § 68 und 75)

2) Jngleichen den locum fictum des Mondes und apogæi lunæ (Schol. §. 85 und 89.)

3) Subtrahiret von dem loco ficto des Mondes den wahren Ort der Sonnen, ſo habt ihr die diſtanz des loci ficti des Mondes von der Sonnen.

4) Jngleichen von dem wahren Ort der Sonnen den locum fictum apogæi des Mondes, ſo habt ihr die diſtanz der Sonnen von dem apogæo des Mondes.

5) Jſt nun dieſelbe diſtanz unter 6 Zeichen, ſuchet ſie oben in der XXIXten Tabelle, und die diſtanz des loci ficti des Mondes von der Sonnen (no. 3) am innern Rande auf der lincken oder rechten Seite der Tabelle; Es muß aber kein ander Rand daran die diſtanzen des loci ficti lunæ a ſole verzeichnet, überſchlagen werden; denn ehe dergleichen geſchehen ſolte, muß vielmehr die diſtantia ſolis ab apogæo lunæ unten in der Tabelle und die diſtanz des loci ficti lunæ a ſole in dem euſern Rande auf der rechten oder lincken Seite geſucht werden.

6) Jſt aber die diſtanz der Sonnen ab apogæo lunæ (no. 4) über 6 Zeichen, ſo ſubtrahiret ſowohl

wohl von dieſer als der diſtanz des lunæ ſictæ a ſole 6 Zeichen; oder wenn die letztere unter 6 Zeichen, addiret ſo viel dazu, und ſuchet mit dieſen veränderten diſtanzen die æquationem luminis wie vorhin (no. 5)

7) Wenn ſich die gegebenen diſtanzen des Monds von der Sonnen und der Sonnen ab apog. lunæ nicht accurat in der Tabelle finden, wird die nechſte genommen, doch muß alsdenn auf doppelte Weiſe pars proportionalis geſucht werden.

8) Habt ihr die diſtanz der Sonnen ab Apogæo lunæ oben in der Tabelle gefunden, muß die gefundene æquatio luminis von dem loco ſicto lunæ ſubtrahiret, iſt ſie aber unten gefunden, dazu addiret werden, das der wahre Ort des Monds heraus komme.

Z. E. Es ſoll der wahre Ort des Mondes gefunden werden, auf die bereits (probl. 2, 5. §. 54) verglichene und auf den meridianum zu Uranienburg reducirte Zeit Anno 1726 d. 5 Sept. 20 St. 36′ 46″, da die wahre Länge der Sonnen 3 Z. 13° 11′ 44″.

	Die mittlere Länge des M.				des Apogæi.		
Epoch. 1700	6 Z. 16°	15′	46″		11 Z 7	50′	10″
Jahre 20	4	13	33	46	3 3	50	51
5	10	0	5	48	6 23	26	2
Auguſtus	10	21	51	50	27	4	21
Tage 3	1	9	31	45		20	3

Stünd.	20	10	58	49	5 34
	30'		16	28	8
	6		3	17	1
	30''			16	10 2 37 10
	16			9	
	9	12	37	54	loc. med. lun.
	10	2	37	10	Apog. med.
	11	10	0	44	Ann. med. lun.
proſtaphær.		1	37	29 †	
	9	14	15	23	loc. fictus lun.
Apog. med.	10 ʒ.	2°	37'	10''	
proſtaphær.		1	37	29 †	
Apog. fictum	10	4	14	39	
Locus ſolis	5	13	11	44	
	7 6	8	57	5	
diſt. ſol. ab. Ap. lun.	1	8	57	5	
locus lunæ fictus	9	14	15	23	
locus ſol. verus	5	13	11	44	
	4 6	1	3	39	
diſt. lun. fict. a ſol.	10	1	3	39	

diſt. ſol. ab apog. lun.	1 ʒ. 5°	1 ʒ. 10°	
diſt. lun. a ſol. X ʒ. 0°	1 6	0 59	diff. 7
X. 3	1 1	54	7
diff.	5	5	

5°

5° : 7' =		3°	57'	
			7	
5	7		39	5' 31"
3° : 5' =		1°	3'	
			5	
3	5		15	1' 45"
pars proportionalis				3' 46" —
				16
æquatio luminis add.		1	2	14
locus fictus lun.	9 S.	14	15	23
locus verus lun.	9	15	17	37

§. 94. Die Breite des Mondes dependiret von der diſtanz deſſelben von denen nodis, denn ie gröſſer dieſelbe iſt, ie gröſſer wird auch iene gefunden. Dieſerwegen muß zuvorderſt der Ort des nodi, nemlich des Drachen-Kopffes oder Schwantzes bekannt ſeyn; und weil derſelbe ebenfals mit der Zeit von Morgen gegen Abend beweget wird, (§. 115 aſtron.) muß ferner die Geſchwindigkeit dieſer Bewegung unterſucht werden, damit auf iede Zeit ſowohl der Ort des Nodi als die diſtanz des Mondes davon könne beſtimmet werden; wie folgende Aufgaben anweiſen.

Den Ort den Nodi am Himmel obſerviren. Probl. I

1) Rechnet in einer Mondes-Finſterniß, welche totalis cum maxima mora iſt, auf das momentum maximæ obſcurationis den wahren Ort

der Sonnen, (§. 75) dieſer gibt den Ort des einen Nodi, und wenn ihr 180° dazu addiret, habt ihr auch den andern.

2) Obſerviret den Tag nach der Finſterniß die Mittags-Höhe des Mondes, (probl. 4 §. 32) und rechnet darneben die Höhe des medii cæli zu der Zeit, wenn der Mond culminiret (probl. 2 §. 47) ſo werdet ihr ſehen, ob der Mond über oder unter der ecliptic geſtanden; hat er darüber geſtanden, iſt die Sonne den vorigen Tag bey dem nodo auſtrali geweſen, hat er aber darunter geſtanden, gibt derſelbe Ort der Sonne in der obſervirten Finſterniß den nodum borealem.

Probl 2 **Die Geſchwindigkeit der Bewegung derer nodorum obſerviren.**

1) Suchet nach vorhergehenden probl. den Ort des nodi in zwey total Finſterniſſen, welche auf viele Jahr von einander entfernet ſind.

2) Subtrahiret die kleineſte von den gröſten.

3) dividiret die differenz (no. 2) durch die Anzahl der Jahre, welche von einer total Finſterniſſe (no. 1) zur andern verfloſſen ſind; ſo gibt das quotum die Geſchwindigkeit der Jährlichen Bewegung derer nodorum.

4) Aus dieſer könnet ihr nachmahls durch die regul de tri (probl. 21 §. 23 arithm.) leicht finden, wie geſchwind die nodi in einen Tage, Stunde, Minute u. ſ. f. beweget werden.

Schol. Auf ſolche Weiſe iſt die Bewegung des nodi borealis in der dritten Columne der XXIVten Tabelle gerechnet worden. Aus welcher

cher alſo der Ort des nodi auf iede Zeit auf gleiche Weiſe wie der Ort des Mondes gerechnet wird. Weil aber die nodi zurückgehen, ſo muß die Summe der Bewegung, welche der gegebenen Zeit reſpondiret, von der epocha abgezogen werden.

Z. E. Es ſoll der Ort des nodi borealis gefunden werden auf obige gegebene Zeit (probl. §. 93) Anno 1726 den 5 Sept. 20ſt. 36′ 46″

Jahre	20		26°	50′	13″
	5	3 Z.	6	41	46
Auguſtus			12	52	5
T.	3			9	32
ſt.	20			2	39
	30′				4
		4 Z.	15°	46′	19″
Anno 1700		4	28	11	3
der Ort des ☊			12°	24′	44″

Wenn der Ort des nodi und des Mondes gegeben, ſoll die diſtanz des Mondes von dem nodo (argumentum latitudinis) gefunden werden. Probl 3

Ziehet die mittlere Länge des Nodi von der mittlern Länge des Mondes ab, ſo bleibet das geſuchte argument übrig.

Z. E. Es ſey die Länge des Mondes

	9 Z.	12°	37′	54″
des nodi		12	24	44
ſo iſt das argum. latitudi.	9 Z.	0	12′	10″

Probl. 4. Die gröſte Breite des Mondes, das iſt den Winckel, welchen der Kreiß des Mondes mit der ecliptic machet, obſerviren.

1) Wenn ihr nach vorhergehenden problemate findet, daß der Mond 90° von dem nodo entfernet, ſo obſerviret ſeine Mittags-Höhe.

2) Rechnet zugleich die Höhe des medii cæli, welches mit dem Mond culminiret (probl. 2 §. 47)

3) Subtrahiret die Höhe des medii cæli von der Höhe des Mondes, die differenz gibt die gröſte Breite des Mondes, und folglich den Winckel, welchen des Mondes Kreiß mit der ecliptic machet.

§. 95. Wenn dergleichen obſervation zu verſchiedenen Zeiten, wenn der Mond bald weiter von denen ſyzigiis entfernet, bald näher bey denſelben ſtehet, wird man wahrnehmen, daß die gröſte Breite deſſelben nach der verſchiedenen diſtanz von denen ſyzigiis variiret, indem ſie in Neu-uud Vollmond nicht über 5°, in denen quadraturis aber auf 5° 18′ obſerviret wird. Damit ſich auch dieſe Ungleichheit berechnen laſſe, ſind von denen aſtronomis verſchiedene hypotheſes angenommen worden, daraus ſie dieſelbe erklähren, KEPLER ſetzet, der Mondes-Kreiß, wancke nach der ecliptic hin und her, ſo daß der Winckel, den er mit ihr machet, in denen ſyzigiis præciſe 5° ſey, in denen

denen quadraturis aber 5° 18′. Wenn aber das planum des Mondes-Kreiſes einen andern ſitum bekömmt, ändert ſich auch der polus deſſelben etwas, daher denn auch die nodi ein wenig verrücket werden, welches doch, wie die obſervationes lehren, nicht mehr als 1° 45′ austräget; will man derowegen den wahren Ort des nodi wiſſen, muß derſelbe auch durch dieſe Gleichung, welche man proſtaphæreſin nodorum nennet, corrigiret werden. Beyderley ſowohl die Veränderung der Breite, welche exceſſus genannt wird, als die proſtaphæreſis nodorum wird folgender Maſſen berechnet.

Wenn die diſtanz des Mondes von der Sonnen gegeben, ſoll die proſtaphæreſis nodorum gefunden werden. *Probl* I

Weil die gröſte Veränderung der Länge des nodi in ieder lunation 2mahl entſtehet, ſo dupliret die gegebene diſtanz des Mondes von der Sonnen.

2) Inferiret: wie ST.: SR. der doppelten diſtanz des Mondes von der Sonnen = die gröſte Abweichung 1° 45′ (= 105′): der geſuchten.

Z. E. Es ſey der wahre Ort der Sonnen

	5Z.	22°	4′	11″
des Monds	1	19	6	16
die diſt. des M. von der S.	8Z.	2°	57′	55″
				2
	8Z.	5°	53′	50″

 SR:

SR. 65° 56′ 99605048
Log. 105′ 20311893

Log. 96′. *19816941

Daher iſt die proſtaphæteſis nodorum 1° 36′.

Schol. Auf ſolche Art iſt die XXVIte Tabelle gerechnet, darinn die proſtaphæreſes nodorum mit der doppelten diſtanz des Mondes von der Sonnen geſuchet wird.

Probl 2 Wenn die diſtanz des Mondes von der Sonnen gegeben, ſoll der exceſſ der Breite des Mondes über 5° gefunden werden.

1) Setzet abermahl wie ST. : SC. der doppelten diſtanz des Mondes von der Sonnen = der SR. des halben gröſten exceſſus 9′: zu der differenz deſſelben und des geſuchten.

2) Wenn die diſtanz des Mondes von der Sonnen unter 3 und über 6 biß 9 Zeichen, ſubtrahiret die gefundene differenz von 9′, iſt ſie aber über 3 biß 6 oder über 9 Zeichen, addiret dieſelbe zu 9′; ſo gibt die Summe oder der Reſt den geſuchten exceſſ.

Z. E. Es ſey die doppelte diſtanz des Monds von der Sonnen 8Z. 5° 55′ 50″.

ST. : SC. 65° 56′ 96104465
Log. SR. 9′ 74179681

Log. 3′ 40″ *70284146
9

12 40 der geſuchte exceſſ

Schol.

Schol. Auf ſolche Art iſt die XXVIIte Tabelle gerechnet, daraus der exceſſ mit der diſtanz des Mondes von der Sonnen geſucht wird.

Auf iedwede gegebene Zeit die wahre Breite des Mondes finden. Probl 3

1) Suchet auf die gegebene Zeit die mittlere Långe des nodi (Schol. probl. 2 §. 94)

2) Jngleichen die wahre Långe des Mondes (probl. 2 §. 96) und der Sonnen (§. 75)

3) ſubtrahiret die Långe des Mondes von der Långe der Sonnen.

4) dupliret dieſe diſtanz des Mondes von der Sonnen.

5) Suchet mit dieſen duplo Tab. XXVI die proſtaphæreſin nodorum, und addiret oder/ſubtrahiret dieſelbe, wie der Titel der Tabelle lehret, von der mittlern Långe des nodi, daß ihr den wahren Ort ☊ bekommt.

6) Dieſen ſubtrahiret von den wahren Ort des Mondes (no. 2) ſo gibt der Reſt das wahre argumentum latitudinis.

7) Suchet mit der diſtanz des Mondes von der Sonnen (no. 3) den exceſſ der Breite in der XXVIIten Tabelle, und addiret denſelben zu 5°.

8) Saget: ST. : SR. das argumenti latit. (no. 6) = SR. der gröſten gefundenen Breite (no. 7): SR. der geſuchten Breite.

Z. E. Es ſey die mittlere Långe des ☊ 12° 24′ 44″.

Die wahre Länge der S.	5 Z.	13°	11′	44″
des Monds	9	15	17	37
die diſt. des M. von der S.	7	27	54	7
				2
das duplum	3	25	48	14

proſtaph. nodorum		1°	34′	34
der mittl. Ort ☊		12	24	44″
der wahre Ort des ☊		10°	50′	10″
des Monds	9	15	17	37
das arg. der Breite	9	4	27	27
der exceſſ			17′	58″
die gröſte Breite		5°	17′	58″

Log ST. : SR. 85° 32′ 33″ 99986795
Log. SR. 5° 18′ 89655337

Log. SR. 5° 17′ 89642132

Alſo iſt die geſuchte Breite des Mondes 5° 17′.

Schol. Weil die Breite des Mondes am meiſten bey Berechnung der Finſterniſſen gebraucht wird, dieſe aber in denen ſyzigiis entſtehen, da der exceſſus der Breite nichts iſt, ſo iſt Tab. XXVIII die Breite des Mondes nur in denen ſyzigiis auf alle Grad der wahren anomalie gerechnet, welche daher keiner correction bedarff.

§. 96. Da alſo der Kreiß des Mondes mit der ecliptic ſchieffe Winckel machet, wird auch der polus deſſelben Kreiſſes von denen polis der ecliptic entfernet ſeyn, und wenn demnach der Mond ſich auſſer denen nodis befindet, und von dem

dem polo der ecliptic durch den Mond ein quadrans gezogen, durch welchen der Mond nach der ecliptic referiret wird, iſt dieſer Ort des Mondes in der ecliptic nicht ſo weit von dem nodo entfernet, als der Ort deſſelben Mondes in ſeinem eigenen Kreiſe davon abſtehet, ſintemahl der quadrans mit der ecliptic gerade Winckel macht (ax. 14 §. 3 ſphær.) weshalben in dem recht-wincklichten Triangel ☊ ☾ ⊙ (fig. 35) die diſtanz des Mondes in ſeinen Kreiſe ☾ ☊ die baſin ausmachet. Es iſt aber dieſe differenz, welche man die reduction zur ecliptic nennet, leicht zu finden; weil in demſelben recht-wincklichten Triangel, ſowohl der Winckel ☾ ☊ ⊙ welchen die gröſte Breite des Mondes miſſet, als die überſtehende Seite ☾ ⊙ nemlich die wahre Breite des Mondes gegeben; Hieraus wird dieſelbe folgender Maſſen berechnet.

Wenn die wahre Breite des Mondes nebſt dem argumento derſelben gegeben, ſoll die reduction deſſelben zu der ecliptic gefunden werden. *Probl*

1) Saget, SC. der Breite : ST. = SC. des arguments der Breite : SC. die diſtanz des Orts des Mondes in der ecliptic von dem nodo (probl. 9 §. 9 trigon. ſphær.)

2) Subtrahiret dieſe diſtanz von dem argument der wahren Breite des Mondes, ſo gibt die differenz die geſuchte reduction,

Z. E.

Z. E. Es ſey das argument der wahren Breite des Mondes 9Z. 4° 27′ 27″; die wahre Breite 5 17′.

Log. SC.	85° 32	188913209
Log. SC.	5° 17′	99981510
Log. SC.	85° 31′	188931699
arg. der Br.	85 32	
die reduct.	1	

Schol. Auf ſolche Art ſind in der XXVIIſten Tabelle die reductiones auf alle Grad des argumenti latitudinis gerechnet, daher in derſelben die reduction mit dem wahren argumento der Breite des Mondes gefunden wird.

§. 97. Inzwiſchen erhellet hieraus, daß wenn der Ort des Mondes auf ſolche Weiſe nach der ecliptic referiret wird, die wahre Länge deſſelben mit derienigen, welche (probl. §. 93) gefunden, nicht genau übereintreffe, ſondern ſo viel davon differiret, als die reduction austräget. Da nun dieſelbe (§. 97) gegeben; darff ſie in dem erſten und 3ten quadranten des arguments der Breite nur davon ſubtrahiret, in denen übrigen aber addiret werden, ſo gibt die Summe oder die differenz den Ort des Mondes in der ecliptic.

Z. E. Es ſey das argument die Breite 9Z. 4° 27′ 27″ daher die reduction 1′.

iſt nun der Ort des Mondes	9Z. 15° 17′ 37″
	1
ſo iſt der Ort des M. in der ecl.	9Z. 15 18′ 37″

§. 98. Die parallaxis des Mondes wird wie oben (probl. 1 §. 51) gelehret, obſerviret, daraus denn auch die diſtanz deſſelben von der Erden, wie auch der ſcheinbahee ſemidiameter auf alle Grad der anomalie kan gefunden werden. Die parallaxis iſt nach denen obſervationibus

	im Apogæo.	die mittlere	die Perigæo
TYCHONIS	39′ 9″	1° 1′ 51″	1° 2′ 39″
STREETENII	52 59	56 31	1 1 2
RICCIOLI	53 30	58 16	1 3 55
de la HIRE	54 5	57 45	1 1 25

daraus die diſtanz des Mondes gerechnet worden.

	im Apogæo	die mittlere	im per.
von TYCHONE	58 ſemid.	56	54
KEPLERO	59	56	54
RICCIOLO	64	59	53
de la HIRE	63	60	56

In-

Ingleichen der ſcheinbahre ſemidiameter iſt obſerviret worden.

	im Apogæo		im perigæo.	
von TYCHONE in	32		36	
KEPLERO	30		32	44
RICCIOLO	28		33	30
de la HIRE	29	30″	33	30

Auf gleiche Weiſe iſt in der XXXten Tabelle ſowohl die parallaxis als der ſemidiameter in denen ſyzygiis auf alle 6° der anomalie gerechnet worden, weil man dieſelbe bey Ausrechnung der Finſterniſſen am meiſten gebrauchet.

Das V. Capitel.
von denen Obern Planeten.

§. 99. Weil die kleinen Planeten ♄, ♃, ♂, ♀ und ☿ zugleich mit der Erden um die Sonne herum lauffen, (§. 66 no 4. aſtr.) und in ellipſibus beweget werden, welche wir uns, weil die diſtanz der focorum nicht gar groß iſt, als circulos eccentricos vorſtellen, (§. 56) ſo haben wir in derſelben Bewegung und Umlauff um die Sonne eine gedoppelte Ungleichheit zu betrachten. Die erſte entſtehet aus der eccentricität, und iſt einerley mit derjenigen, welche wir in der ſcheinbahren Bewegung der Sonnen bemercket haben, (§. 69 ſq.) die andere aber iſt nur allein optiſch, und rühret her von der Bewegung der Erden um die Sonne.

§. 100.

§. 100. Beyderley Ungleichheit deſto eigentlicher zu erklähren, müſſen wir uns vorſtellen, wie die Planeten aus dem centro ihres eccentrici, ingleichen aus denen centris der Sonne und der Erden geſehen werden. Dieſemnach, ſey S (fig. 36) das centrum der Sonnen, um welche die Erde T in dem kleinern Circkel beweget wird, C ſey das centrum des eccentrici POL, in welchen der Planete P beweget wird, dahingegen HOL die ecliptic vorſtellet; ſo wird (1) der wahre Ort der Sonnen aus der Erden T nach D referiret werden; (2) wenn aus dem centro des Planeten P eine perpendicularis PA auf die ecliptic gezogen wird, iſt A der Ort des Planeten in der ecliptic, (3) dieſen Ort Def. 1 wie er aus dem centro der Sonnen S obſerviret wird, nennet man locum Heliocentricum; (4 wie er aber aus dem cen- Def. 2 tro der Erden T geſehen wird, heiſſet er locus geocentricus des Planeten. (5) Die Def. 3 diſtanz dieſes loci geocentrici von dem wahren Ort der Sonnen AD, oder der Winckel ATD wird angulus elongationis oder angulus ad terram genannt, (6) und die Def. 4 diſtanz des loci heliocentrici von dem wahren Ort der Sonnen, das iſt der Winckel ASD angulus commutationis, (7) end- Def. 5 lich auch die differenz zwiſchen dem angulo commutationis und elongationis heiſſet parallaxis orbis.

§. 101. Wollen wir nun den wahren Ort eines

eines ieden Planeten, wie er aus dem centro der Erden geſehen wird, auf iedwede Zeit berechnen, ſo müſſen uns zuvorderſt die mittleren Bewegungen deſſelben bekannt ſeyn. Es werden dieſelben auf gleiche Weiſe obſerviret, wie oben (probl. 1 §. 54) die mittlere Bewegung des Mondes gefunden worden, wie folgende Aufgaben lehren.

Probl. 1 **Das momentum der wahren oppoſition eines obern Planeten und der Sonnen finden.**

1) Wenn ihr den Augenſchein nach muthmaſſet, oder aus denen ephemeridibus motuum cæleſtium wahrnehmet, daß die oppoſition nechſtens geſchehen werde, ſo obſerviret die gerade aſcenſion des Planeten. (probl. 3 §. 37)

2) Rechnet auch auf dieſelbe Zeit, da ihr die gerade aſcenſion des Sterns obſerviret, die gerade aſcenſion der Sonnen aus. (probl. 1 §. 37)

3) Haltet die aſcenſion des Planeten gegen die aſcenſion des Sternes, iſt die differenz derſelben præciſe 180°, ſo iſt der Planet eben zu der Zeit in oppoſitione geweſen, da ſeine aſcenſion obſerviret worden, iſt aber dieſelbe differenz unter 180°, ſo obſerviret die folgende Tage darauf nochmahls die gerade aſcenſion, biß ihr dieſe gröſſer antreffet, als die gerade aſcenſion der Sonnen;

4) Gebt acht wie viel die gerade aſcenſion der Sonnen nach dieſen obſervationibus täglich gröſſer worden als die gerade aſcenſion des Plane-

Planeten, ingleichen wie groß die differenz ſey zwiſchen der letztern obſervirten aſcenſion der Sonnen und des Planeten.

5) Setzet nach der regula proportionum (probl. 21 §. 23 arithm.) wie die tägliche differenz derer aſcenſionum zu 24 Stunden, alſo verhält ſich die letztere differenz (no. 4) zu der Zeit, welche nachdem der Planete in ☍ der Sonnen geweſen, verfloſſen.

6) Ziehet demnach die (no. 5) gefundene Zeit von der Zeit der letzteren obſervation ab, ſo bleibet die geſuchte Zeit der wahren ☍ übrig.

Es ſey z. E. den erſten Tag die aſcenſio recta ♄ obſerviret, 29°, 19′ 40″, da die aſcenſio recta der Sonnen geweſen 207° 25′, daher die differenz 178° 5′ 20″; den andern Tag ſoll die aſcenſio recta ♄ geweſen ſeyn 29° 21′ 42″, der ⊙ 208° 24′ 24″, daher die differenz 17 62′42″, den dritten Tag mag die aſcenſio recta ♄ geweſen ſeyn 29° 23′ 44″, der Sonnen 209° 23′ 48″; daher die differenz 180° 0′ 4′ Hieraus erhellet, daß die differenz täglich abgenommen 57′ 22″; folglich ſaget 57′22″ : 24ſt. = 4″

```
              4
57′22″ | 1′36″0‴ | 1′36″
       |   57 22 |
          3838
```

Daher iſt die ☍ geweſen um XI Uhr 58′ 24″.

Die Zeit determiniren, da einer von denen Probl 1

nen obern Planeten seinen motum periodicum abſolviret.

1) Obſerviret das momentum ☍ des Planeten mit der Sonnen 2mahl kurtz nach einander, da nemlich der Planete aus der Erden und der Sonnen an einer Stelle geſehen wird.

2) Subtrahiret die Länge des Planeten in der erſtern obſervation, (welche dem oppoſito der Sonnen gleich iſt) von der Länge deſſelben in der andern obſervation.

3) Reſolviret die differenz in ſecunden, ingleichen die Zeit, welche von einer obſervation zur andern verfloſſen.

4) Saget (probl. 21 §. 23 arithm.) der (no. 2) gefundene Bogen iſt in der (no. 3) reſolvirten Zeit abſolviret, wie bald wird der gantze Circkel 360° zurück geleget?

5 Damit ihr nachmahls die geſuchte Zeit deſto genauer beſtimmen möget, ſo conferiret eine von denen (no. 1) obſervirten oppoſitionibus mit einer uhralten obſervation; und notiret wo dazumahl der Planete am Himmel geſtanden;

6, Subtrahiret den Ort des Planeten in eurer obſervation von dem Ort deſſelben in der alten obſervation.

7 dividiret die Zeit von einer obſervation zur andern durch die Zeit, in welcher der Planete ſeine Bewegung einmahl abſolviret (no. 4) ſo findet ihr, wie vielmahl inzwiſchen der Planete herum kommen.

8) Reſolviret alle dieſe Circkel in Secunden, und addiret dazu die (no. 6) gefundene differenz nachdem dieſelbe auch in Secunden reſolviret.

9) Saget wiederum (probl. 21 §. 22 arithm.) die (no. 7) gefundene Secunden hat der Planete in der Zeit von einer obſervation zur andern abſolviret, wie bald abſolviret er 360°? ſo gibt das quotum auf das genaueſte, die geſuchte Zeit da der Planete ſeinen motum periodicum zu Ende bringt.

Schol. 1. Auf ſolche Weiſe hat KEPLERUS obſerviret den motum periodicum ♄ 29 Jahr 174 T. 4 ſt. 58′ 25″, ♃ 11 Jahr, 317 T. 14 ſt. 49′ 32″, ♂ 1 Jahr 321 T. 23 ſt. 31′ 56″.

§. 102. Hieraus ſind denn auch die Tabellen der mittlern Bewegung derer obern Planeten, dergleichen ſich Tab. XXXI, XXXIV, XXXVII finden, leicht auf alle Monathe, Tage, Stunden und Scrupel zu conſtruiren geweſen, aus welchen man alſo den mittlern Ort des Planeten wie er aus dem centro ſeiner eigenen Bewegung geſehen wird, auf iede vorgegebene Zeit, gleichwie bey der Sonnen (probl. §. 68) angewieſen, berechnen kan. Weil aber die Sonne nur in dem foco nicht aber in dem centro dieſer Bewegungen ſtehet, (§. 55) ſo differiret dieſer mittlere Ort von dem heliocentrico. Und wenn demnach dieſer ſoll gefunden werden, ſo muß zuvorderſt die eccentricität ſamt der diſtanz des Planeten von ſeinen aphelio bekannt ſeyn. Beyderley wird auf verſchiedene Weiſe iedoch nach

verſchiedenen hypotheſibus gerechnet. Wir wollen dieſelbe Rechnung wiederum wie bey dem Mond nach des SETHI WARDI hypotheſibus erklähren.

Probl **Aus 3 gegebenen oppoſitionibus eines obern Planeten mit der Sonnen ſeine eccentricirät, und den Ort des aphelii finden.**

Setzet 1) IMKH (fig. 37) ſey die elliptiſche Bewegung des Planeten, deren Zwerch-axe IK, S der eine focus, in welchen die Sonne ſtehet, F der andere, aus welchen über der Zwerch-axe IK der eccentricus AEBC beſchrieben. C, D, E ſollen 3 loca heliocentrica des Planeten ſeyn; welche in denen oppoſitionibus des Planeten mit der Sonnen obſerviret worden, als darinn die loca geocentrica mit denen heliocentricis eintreffen; Ziehet derowegen aus S und F gerade Linien nach C, D und E, deren letztere ſo aus F gezogen, die ellipſin ſchneiden in H, L, M; ziehet auch aus S gerade Linien nach H, L, M; Endlich continuiret die Linie ES in G, und ziehet die Linien CD, CG und DG. So gibt 2) die diſtantz der Oerter des Planeten in der erſten und andern obſervation den Winckel CSD, in der andern und dritten den Winckel DSE, in der erſten und dritten den Winckel CSE; 3) die mittlere Bewegung aber des Planeten in der Zeit von der erſten zur andern oppoſition CAD miſſet nach WARDI hypotheſibus den Winckel DFC, von der erſten

zur

zur dritten CDE den Winckel CFE. Weiter 4) iſt AF die linea apſidum, A das Aphelium, B das perihelium; welche wir in allen 3 obſervationibus, wenn dieſelbe kurtz nach einander angeſtellet, unbeweglich ſetzen können, weil ſich die Aphelia der obern Planeten ſehr langſam verrücken. Iſt nun der Planete in L, wird ſeine mittlere diſtantz von dem Aphelio aus F obſerviret unter den Winckel AFL, die wahre aus S unter den Winckel ASL. Da nun AFL = ASL † SLF (th. 8 §. 6 geom.) ſo iſt SLF, (welchen WARDVS nochmahl ſo groß ſetzet als SDF) die differentz zwiſchen der mittlern und wahren anomalie, das iſt die proſtaphæreſis eccentrica (§ 56) Jngleichen FHS, wenn der Planete in H, und FMS wenn er in M iſt.

Dieſemnach muß ſowohl die diſtantz der focorum FS deren ½ die eccentricität SO gibt, als der Ort des aphelii, benebſt der proſtaphæreſi in iedweden Grad der anomalie gefunden werden.

Zu dem Ende kan (§. 87) DS von beliebiger Gröſſe etwa 100000 geſetzet werden, ſo iſt

6) In dem Triangel DSG die Seite DS bekannt, ingleichen der Winckel DSG Cptum DSE no. 2) und der Winckel SGD (½ DFE no. 3 und th. 17 §. 6 geom) Hieraus ſuchet die Seite SG (probl. 31 §. 9 trigon. plan.)

7) So wiſſet ihr in dem Triangel SGC die Seite SG (no. 6) den Winckel CSG (Cptum

CSE no. 2) und SGC ($\frac{1}{2}$ CFE no. 3 und th. 17 §. 6 geom) hieraus ſuchet die Seite SC (probl. 31 §. 9 trigon. plan.)

8) So iſt ferner in dem Triangel CSD die Seite SC (no. 7) bekannt, wie auch SD (no. 5) und der Winckel BSD, (no. 2) hieraus ſuchet den Winckel SCD und die Seite DC (Lemma probl. 8 §. 14 trigon. ſphær.) und probl. 30 §. 9 trigon. pl.)

9) Daher habt ihr ferner in dem gleich-ſchencklichten Triangel CFD, die Seite DC (no. 8) und den Winckel CFD (no. 3) folglich auch die übrigen Winckel, (th. 5 und 7 §. 6 geom.) ſuchet derowegen die Seite FC (probl 31 §. 9 trig. pl)

10) Ziehet von dem Winckel DCS (no. 8) den Winckel DCF (no. 9) ab, oder dieſen, wenn er kleiner iſt von ienen, ſo bleibet der Winckel FCS die halbe proſtaphæreſis (no. 4) übrig; daher in dem Triangel FCS aus denen Seiten FC (no. 9) CS (no. 7) und den Winckel CSA die übeigen Winckel (Lemma th. 8 §. 14 trig. ſphær.) ſamt der eccentricität FS (probl. 30 §. 9 trig. pl.) geſunden werden.

11) Ihr wiſſet alſo die eccentricität in ſolchen Theilchen, deren die Seite SD 100000 hält, (no. 5) wollet ihr ſie aber in dergleichen Theilchen determiniren, welcher 100000 auf den radium oder die halbe Zwerch-axe der ellipſis FC gehen, ſo ſaget nur (probl. 21 §. 23 arithm. FC (no. 9) : FS (no. 10) = 100000 : der geſuchten eccentricität.

2. Sub-

12) Subtrahiret von den Winckel CSA (no. 10) den Winckel CSH = FCS (no. 4 und 10) ſo bleibet der Winckel HSA die wahre diſtanz des Planeten in der erſten obſervation C von dem Aphelio (wie ſie aus der Sonnen obſerviret wird) übrig; addiret ihr dieſelbe alſo zu der obſervirten Länge des Planeten in C, ſo gibt die Summe den geſuchten Ort des aphelii.

Schol. Weil dieſe Rechnung mit der ſo (§. 87) bey der eccentricität des Mondes angeſtellet, faſt einerley, iſt nicht nöthig, daß wir noch ein beſonderes Exempel hinzuſetzen.

§. 103. Man hat demnach durch dergleichen operationes und Rechnungen die eccentricität eines ieden Planeten in ſolchen Theilen deren der ſemidiameter orbitæ deſſelben 100000 hält, gefunden im Saturno 5700, im Jupiter 4822, im Mars 9263. Wenn man aber auf ſolche Weiſe den Ort des aphelii etzliche mahl nach einander obſerviret, wird man wahrnehmen, daß auch dieſer ſich bey allen Planeten mit der Zeit etwas verändert, indem er allezeit weiter nach Morgen verrücket wird. Man obſerviret dieſe Bewegung auf gleiche Art wie die Bewegung des apogæi der Sonnen gefunden worden. (§. 71.) Da denn nach KEPLERI obſervationibus das apogæum ♄ Jährlich beweget wird 1′ 10″, das ♃ 47″, ♂ 1′ 27″. Hieraus können auch die Tab. motuum aphelii Tab. XXXII. XXXIV und XXXVII auf gleiche Weiſe gerechnet werden, wie die tabulæ motuum apogæi ☉

 (§. 72)

(§. 72). Nichtweniger können auch die proſtaphæreſes aus der gefundenen eccentricität, auf alle Grad der anomalie gefunden werden probl. 2 § 59) wie dieſelben in der XXXII, XXXV und XXXVIII Tabelle auf alle Grad der anomalie befindlich ſind.

§. 104. Aus dieſen Tabellen laſſen ſich demnach auf iede gegebene Zeit die loca eccentrica der obern Planeten, wie ſie nemlich in ihrer orbita aus der Sonnen geſehen werden auf ſolche Art berechnen, wie der wahre Ort der Sonnen (§. 75 gefunden iſt. Will man aber auch ferner die loca heliocentrica wiſſen, dahin ſie aus der Sonnen nach der ecliptic referiret werden, ſo muß ihre inclination das iſt der Winckel, unter welchen ihre diſtantz von der ecliptic aus der Sonnen geſehen wird, zuvorderſt bekannt ſeyn, daher folgende problemata vorher aufzulöſen.

Probl 1 **Den Ort des nodi eines obern Planeten obſerviren.**

1) Obſerviret einige Tage nach einander die Breite des Planeten (probl 8 §. 40) und wenn dieſelbe anfänget ſehr abzunehmen, ſo obſerviret dieſelbe öffters ſo genau, als immer möglich, biß daß der Planete keine Breite mehr hat.

2) Auf dieſe Zeit da ihr gar keine Breite des Planeten gefunden, rechnet den locum eccentricum des Planeten, (§. 105) dieſer gibt auch den locum eccentricum des nodi borealis,

wenn

wenn die Breite des Planeten nachmals nördlich, oder auſtralis, wenn dieſelbe ſüdlich wird.

Schol. Wenn ihr dergleichen obſervation etzlichemahl nach einander anſtellet, werdet ihr finden, daß die nodi derer obern Planeten mit der Zeit nach Morgen fortgerücket werden, welche Bewegung auf gleiche Art wie die Bewegung der nodorum des Mondes obſerviret wird, wie den auch nach dieſen obſervationibus die tabulæ der mittleren Bewegung des nodi (Tab. XXXI, XXXIV, XXXVII) auf gleiche Weiſe berechnet werden können. Nach KEPLERI obſervationibus beweget ſich der nodus Saturni Jährlich 1′ 12″, des ♃ 4″, des ♂ 40″.

Die gröſte inclination eines Planeten finden. Probl. 2

1) Wenn euch der Ort des ☊ bekannt, ſo obſerviret zu derſelben Zeit, da die Sonne in demſelben geſehen wird, die Länge und Breite des Planeten, (probl. 8 §. 40)

Setzet, z. E. die Sonne werde in L (fig. 36) geſehen, der Planete in P, ſo obſerviret ſowohl die Länge des Planeten ♈A., als ſeine Breite AP.

1) Subtrahiret die Länge der Sonnen oder des Bogen ♈L von der Länge des Planeten ♈A, ſo habt ihr die Seite LA.

3) Suchet derowegen in dem recht-wincklichten Triangel LAP aus denen beyden Seiten AL (no. 2) und AP (no. 1) den Winckel ALP

 (probl.

(probl. 6 §. 9 trig. ſph.) welche die verlangte inclination gibt.

Schol. Auf ſolche Weiſe hat KEPLER die gröſte inclination des Saturni 2° 32′, ♃ 1° 20′, ♂ 1′ 50″ gefunden.

Probl 3 **Aus der gröſten inclination eines Planeten und der diſtanz deſſelben von dem ☊ die inclination in ſolcher diſtanz finden.**

Setzet ST: SR. der diſtanz des Planeten von den ☊ = SR. der gröſten inclination: SR. der geſuchten. (probl. 7 §. 9 trig. ſphær.)

Schol. Durch dergleichen Rechnung iſt die Tabula inclinationum (Tab. XXXIII, XXXVI IXL) auf alle Grad der diſtanz von dem ☊ gerechnet worden.

Probl 4 **Wenn die gröſte diſtanz eines Planeten und die diſtanz von dem ☊ gegeben, ſoll die reduction zur ecliptic gefunden werden.**

1) Suchet in dem gerade-wincklichten ſphæriſchen Triangel LAP (fig. 36) aus der baſi PL (der diſtanz des Planeten von dem nechſten nodo) und den Winckel L (der gröſten inclination) die anliegende Seite GAL (probl. 8 §. 9 trig. ſph.)

2) Die differentz derſelben und der diſtantz von dem ☊ PL gibt die geſuchte reduction. (§. 96)

Schol. Auf ſolche Weiſe ſind die tabulæ reductionum wiederum auf alle Grad der diſtanz des Planeten gerechnet, ſo denen tabulis inclinationum beygefüget.

Wenn die reduction eines Planeten gegeben, ſoll ſein locus eccentricus in heliocentricum verwandelt werden. Probl 5

Addiret oder ſubtrahiret die reduction nach den Titul der Tabelle, ſo gibt die Summe oder der Reſt den locum heliocentricum des Planeten.

§. 105. Endlich iſt noch übrig, daß wir auch den Planeten nach der Erden referiren, und ſowohl ſeinen locum geocentricum als die Breite berechnen, dahin gehören nun auch folgende problemata.

Die mittlere diſtanz des loci eccentrici eines Planeten von der Sonne, in ſolchen Theilchen, derer die mittlere diſtanz der Erden von der Sonnen 100000 hält, finden. Probl 1

1) Saget, wie das quadrat der Zeit, da die Erde ihren motum periodicum abſolviret (§. 65) : dem quadrat der Zeit, da der gegebene Planete ſeinen modum periodicum abſolviret, (Probl. 2 §. 102) = der cubus von 100000 : dem cubo der mittlern diſtanz des Planeten von der Sonnen (§. 84 aſtron.)

2) extrahiret aus dieſem cubo den radicem cubicam (probl. 31 §. 32 arithm.) dieſer gibt die geſuchte diſtanz.

Schol. Aus ſolchen Fundament ſetzet KEPLER die mittlere diſtanz ♄ von der Sonnen 951000, ♃ 520000, ♂ 152350.

Wenn die mittlere diſtanz eines Plane- Probl

ten 2

ten von der Sonnen in 100000 Theilchen der diſtanz der Erden gegeben, ſoll die diſtanz deſſelben in iedweden Grad der anomalie in ſolchen Theilchen (welche man das intervallum nennet) gefunden werden.

1) Suchet auch die eccentricität des Planeten (probl. §. 104) in dergleichen Theilchen. (probl 21 §. 23 arithm.) ſo habt ihr in dem Triangel CSF (fig. 37) die Seiten FC und FS nebſt dem Winckel CFS (der anomalie) hieraus

2) Suchet die verlangte diſtanz (probl. 30 §. 9 trig. plan.)

Schol. Die eccentricität des Saturni iſt nach KEPLERI obſervationibus in dergleichen Theilchen gefunden 54207 ♃ 25058 ♂ 14115 Auch werden auf ſolche Weiſe die Tabulæ diſtantiarum auf alle Grad der anomaliæ eccentricæ gerechnet, deren logarithmi in der XXXII, XXXV und XXXVIII Tabelle mit der anomalia coæquata zu finden.

Probl 3. Wenn die diſtanz des loci eccentrici des Planeten von der Sonnen (das iſt das intervallum) nebſt der inclination gegeben, ſoll die diſtanz des loci heliocentrici, (welche man diſtantiam curtatam nennet) gefunden werden.

In dem gerade-wincklichten Triangel SAP iſt die baſis SP die diſtanz des loci eccentrici, der Winckel ASP die inclinatio, die Seite SA die diſtanz des loci heliocentrici, daher ſuchet dieſelbe (probl. 22 §. 8 trig. pl.)

Schol.

Schol. Die differenz zwiſchen dem intervallo und dieſer curtirten diſtanz nennet man die curtation.

Wenn der locus heliocentricus des Planeten gegeben, ſoll die diſtanz deſſelben von der Sonnen (angulus commutationis) gefunden werden. Probl 4

1) Rechnet auf die gegebene Zeit den wahren Ort der Sonnen (§. 75)

2) ſubtrahiret den locum heliocentricum des Planeten von dem wahren Ort der Sonnen, ſo bleibet der angulus commutationis übrig. (Def. 4 §. 100)

Wenn der angulus commutationis eines Planeten und deſſen diſtantia curtata gegeben, ſoll der angulus elongationis gefunden werden. Probl 5

1) Suchet mit der anomalia coæquata der Sonnen auf die gegebene Zeit die diſtanz der Erden von der Sonnen. (Tab. XXI.)

2) So habt ihr in dem Triangel ATS (fig. 36) die Seite TS (die diſtanz der Erden von der Sonne) ingleichen AS, (die curtirte diſtanz des Planeten) wie auch der Winckel TSA, (das Cptum des anguli commutationis) hieraus ſuchet den angulum elongationis ATS (Lemma probl. 8 §. 14 trig. ſphær.)

Schol. Habt ihr alſo den angulum elongationis ATS ſamt dem angulo commutationis DSA, könnet ihr gar leicht den Winckel SAT (welchen man parallaxin orbis nennet) finden, ſintemahl die Summe der Winckel der elonga-

ga-

gation ATS und des Cpti der commutation TSA nur darff von 180° ſubtrahiret werden, ſo bleibet die parallaxis orbis SAT übrig (th. 7 §. 6 geom.)

Probl 6 **Wenn der angulus elongationis und commutationis nebſt der curtirten diſtanz gegeben, ſoll die diſtanz des Planeten von der Erden gefunden werden.**

Suchet in dem Triangel ATS aus den Winckeln ATS (der elongation) und TSA (dem Cpto der commutation) ſamt der curtirten diſtanz SA die Seite TA (die diſtanz des Planeten von der Erden) (probl. 31 §. 9 trigon. plan.)

Probl 7 **Wenn die curtirte diſtanz eines Planeten und die diſtanz deſſelben von der Erden nebſt der elongation gegeben, ſoll die Breite deſſelben gefunden werden.**

Weil die inclination ſowohl als die Breite ſehr kleine Winckel ſind, werden ſich dieſelben nechſtens wie die gegenüberſtehenden Seiten verhalten (probl. 6 § 5 trig. pl.) daher ſaget: AS (die curtirte diſtanz): AT (der diſtanz des Planeten von der Erden) = ASP (die inclination): ATP (die Breite des Planeten)

Probl 8 **Es ſoll auf iedwede gegebene Zeit die wahre Länge und Breite eines der obern Planeten gefunden werden.**

1) Rechnet (aus der Tab. XXXI. XXXIV oder XXXVII) die mittlere Länge des Planeten, ſeines aphelii, wie auch ſeines nodi, wie oben (probl. §. 68) angewieſen.

2) ſub-

2) Subtrahiret die Långe des Aphelii von der Långe des planeten, daß ihr die mittlere anomalie krieget.

3) Mit dieſer ſuchet die proſtaphæreſin eccentricam des planeten (Tab. XXXII, XXXV oder XXXVIII) dieſe

4) Addiret oder ſubtrahiret nach den Titul der Tabelle von der mittlern Långe und anomalie des Planeten, ſo habt ihr den eccentriſchen Ort, und die coæquirte anomalie des Planeten.

5) Suchet auf gleiche Art den eccentriſchen wahren Ort und die coæquirte anomalie der Sonnen (§. 75)

6) Jngleichen mit dieſer gefundenen coequirten anomalie die diſtanz der Sonnen von der Erden (Tab. XXI.)

7) Subtrahiret den Ort des nodi von dem eccentriſchen Ort des Planeten, ſo habt ihr ſeine diſtanz von dem nodo, oder das Argumentum der Breite.

8) Mit dieſen ſuchet die Inclination des Planeten (Tab. XXXVIII) wie auch die Reduction (ibid.)

9) Addiret oder ſubtrahiret nach den Titul der Tabelle die Reduction zu dem eccentriſchen Ort des Planeten, ſo habt ihr deſſelben heliocentriſchen Ort.

10) Nehmet die differenz zwiſchen den wahren Ort der Sonnen (no. 5.) und den helio-

cen-

centriſchen Ort des Planeten, dieſe giebt den angulum commutationis.

11) Suchet auch mit der coæquirten anomalie des Planeten ſeine diſtanz von der Sonnen (Tab. XXXII, XXXV oder XXXVIII.)

12) Jngleichen durch die inclination die curtirte diſtanz (probl. 3.)

13) Aus dieſen datis ſuchet ferner den elongations-Winckel (probl. 5.)

14) Jſt nun der eccentriſche Ort des Planeten kleiner als der wahre Ort der Sonnen, ſo ſubtrahiret den elongations-Winckel von dem wahren Ort der Sonnen; iſt aber iener gröſſer, addiret beyde zuſammen, ſo giebt die Summe oder die differenz die geſuchte Länge des Planeten.

15) Endlich ſuchet auch aus denſelben datis die diſtanz des Planeten von der Erden, probl. 6.) und aus dieſen die verlangte Breite des Planeten, (probl. 9.) welche Nördlich iſt, wenn das argument derſelben (no. 8) unter 180°, Südlich wenn daſſelbe argument über 180° iſt.

Z. E. Jhr ſuchet den Ort des Saturni anno 1726 d. 22 Sept. St. n. h. V 24′ 6″ N. Mittags in Jena; folglich in Vranienburg h. V 30′ (weil die differenz der meridianorum 5′ 54″)

Län-

Länge Saturni

Epocha	1700	11 Z.	21°	35′	57″
Jahre	20	8	4	41	53
	5	2	1	9	58
Monaht	Aug.		8	8	24
Tage	20			40	12
Stunden	5				25
	30′				2
Mittlere Länge Saturni		10	6	16	51

Aphelium Saturni

Epocha	1700	8 Z.	28°	3′	42″
Jahre	20			25	14
	5			6	18
Monath.	Aug.				50
Mittl. Länge Aphel.		8	28	36	4

☊ Saturni.

Epocha	1700	3 Z.	22°	58′	58″
Jahre	20			23	49
	5			5	57
Monaht	Aug.				48
Mittl. Länge ☊		3	23	29	32

Länge der Sonnen

Epocha	1700	9 Z.	11°	49′	20″
Jahre	20			9	4
	5	11	29	47	29
Monaht	Aug.	7	29	30	44
Tage	20		19	42	47
Stunden	5			12	19
	30′			1	14
Mittl. Länge der Sonnen.		6	11	35	57

Apogæum Solis.

Epocha 1700	3 Z.	7°	26′	49″
Jahre 20			20	33
5			5	8
Monath Aug.				41
Mittl. Länge Apog.	3	7	53	11
Mittl. Länge ♄	10 Z.	6°	16′	51′
aphelii	8	28	36	4
Mittl. Anomalie ♄	1	7	40	47
Poſtaphær. ſubtr.		3	46	33
Eccentr. Ort ♄	10	2	30	18
Coæquirt. Anom. ♄	1	3	54	14
Mittl. ☊ ♄	3	23	29	32
Argum. der Breite	6	9	0	46
Mittl. Länge ☉	6	1	35	57
Apogæum ☉	3	7	53	11
Mittl. Anom. ☉	2	23	42	46
Poſtaph. ſubtr.		2	2	42
Wahre Länge ☉	5	29	33	55
Coæqu. Anom. ☉	2	21	40	4
Log. Diſt. ⊕ a ☉	400134			
Log. Diſt. ♄ a ☉	500057			
Inclinatio ♄			23′	46″
Reductio ♄ ſubtr.				32
Heliocent. Ort ♄	10 Z.	2°	29′	46
Wahre Ort ☉	5	29	33	55
Angul. Commut.	4	2	55	51

ST. ;diſt. ♄ a ⊕ = SC. inclin. :diſt. Curt.

Log. diſt. ♄ a ⊕ 500057

Log. SC. 23′ 6″ 999999

Log. diſt. Curt. ✗ 500056

Diſt. ⊕ a ☉ : Diſt. curt. = S T. ; T. Inv. I.

Log. diſt. curt. 1500056

Log. diſt. ⊕ a ☉ 400134

Log. T. 84°. 17′. 1099922

45

49° 17′ Inv. II

T. 45°:T. Inv. II. = T. ½ Summe: T. ½ differ.

Log. T. 61° 28′ 102646333

Log. T. 39 17 99127559

Log. T. 56 23 101773892

11751 Ang. Elongat. ſ. 3 ♊. 27° 51′

Wahre Ort Erde 5 293355

Wahre Ort ♄ 9 272455

SR. ang. elong. :SR. ang. commut. = diſt. curt. :diſt. ♄ a ⊕

Long. SR. 61° 28′ 994376

Log. diſt. curt. 500056

1494432

Log. SR. 62° 9′ 994653

Log. diſt. ♄ a ⊕ 499779

Diſt. curt.	: diſt. ♄ a ⊕ =	inclin. :	Breite
Log.	1426	315412	
Log. diſt. ♄ a ⊕		499779	
		815191	
Log. diſt. curt.		500056	
Log.	1417	315135	

Alſo iſt die Südlige Breite ♄ 23′ 37″.

Das VI. Capitel.

Von denen untern Planeten.

§. 106. Derer unteren Planeten als Veneris und Mercurii Bewegung um die Sonne und ihre daher entſtehende verſchiedene Länge und Breite wird eben ſo berechnet, wie der oberen, davon wir in vorigen Capitel gehandelt haben; den da ſie auch nicht præciſe um das Centrum der Sonnen beweget werden, und mit der Erden zugleich um die Sonne herum lauffen, darneben auch ihre Bewegung ſchieff gegen die ecliptic gerichtet iſt, ſo haben wir auch in Anſehung der Länge, ſowohl ihren mittleren, als eccentriſchen, und geocentriſchen Ort zu ſuchen, nicht weniger in Anſehung der Breite, ſowohl ihre inclination als Breite zu finden.

§. 107. Was die mittlere Bewegung anlanget, können wir derſelben geſchwindigkeit zwar nicht auf ſolche Art wie (probl. 1 §. 101) gelehret worden, erforſchen, weil die untern Planeten

ten der Sonnen näher ſind als die Erde, und daher niemahls ad oppoſitionem Solis kommen; (§. 143. aſtron.) doch läſſet ſich dieſelbe Bewegung faſt auf gleiche Weiſe aus verſchiedenen obſervirten weiteſten Entfernungen dieſer Planeten von der Sonnen folgender maaſſen beſtimmen.

Das Momentum der weiteſten Entfernung eines untern Planeten von der Sonnen finden. Probl. I.

1) Obſerviret zu der Zeit da der Planete dichotomus erſcheinet (und alſo in ſeiner weiteſten Entfernung von der Sonnen ist (§. 136 aſtr.) ſeine Länge (probl. 8 §. 40)

2) Rechnet auf dieſelbe Zeit da ihr die obſervation (no. 1) angeſtellet die Mittlere Länge der Sonnen (probl. §. 68)

3) Subtrahiret die Länge des Planeten (no. 1) von der Länge der Sonnen (no. 2) oder dieſe (wenn ſie kleiner iſt) von iener, daß ihr die diſtanz des Planeten von der Sonne findet.

4) Suchet auch in denen folgenden Tagen, oder auch nach Verflieſſung etzliger Stunden auf gleiche Weiſe die diſtanz des Planeten von der Sonnen, biß ihr mercket daß dieſelbe wieder abnimt.

5) Nachmahls ſuchet aus dieſen obſervationibus durch die Proportion auf gleiche Art wie (§. 101 probl. 1 no. 5 und 6) geſchehen, das eigentliche momentum der weiteſten Entfernung von der Sonnen.

Probl 2 **Den Ort des aphelii eines untern Planeten obſerviren.**

1 Obſerviret einige Jahre nach einander die weiteſten Entfernungen des Planeten von der Sonnen (probl. 1) biß daß ihr unter denſelben zwey antreffet, welche einander gleich ſind, deren eine des Morgens die andere des Abends obſerviret worden.

2) Nehmet das Mittel-Punct zwiſchen beyden Oertern des Planeten in beyden obſervationibus, dieſes giebt das Aphelium, wenn der Planete in denen nechſten Entfernungen welche gleich nach denen (no. 1) angenommenen obſerviret worden, weiter von der Sonnen abgeſtanden; oder das perihelium wenn die nechſtens darauf obſervirten digreſſiones kleiner worden.

Beweiß.

Es ſey S (fig. 38) die Sonne, B und F die Oerter der Erden in welchen die gröſte Entfernung des Planeten von der Sonnen unter gleichen Winckeln als DBS und CFS iſt obſerviret worden. Daher den der Planete in D und C gleiche weit von ſeinen aphelio oder perihelio muß geſtanden haben; (cor. 1 §. 53 Optic.) wird demnach zwiſchen D und C die Mitte genommen, ſo gibt P das Periphelium, bey welchen die digreſſiones am kleineſten ſind, und A das Aphelium, allwo die digreſſiones am gröſten ſind.

Schol.

Schol. 1. Man ſupponiret bey dergleichen obſervationibus daß ſich das Aphelium des Planeten von einer obſervation zur andern nicht mercklich verrücket habe, daher dergleichen zu erwehlen ſind, welche bald aufeinander folgen; ingleichen daß die diſtanz der Erden von der Sonne in beyden obſervationibus nechſtens einerley ſey.

Schol. 2. Wird demnach der Ort des aphelii des Planeten auf ſolche Weiſe viele Jahre nach einander obſerviret, oder mit alten obſervationibus von gleicher Gattung conferiret, ſo erkennet man daraus, wie geſchwind das Aphelium mit der Zeit verrücket werde. Wie den nach des KEPLERI Obſervationibus das Aphelium ♀ jährlich fortgehet, 1′ 18″ das Aphelium das ☿ aber 1′ 45″. Und ſind aus dieſen Fundament in der Tab. XL und XLIII die Bewegungen des aphelii Veneris und Mercurii auf alle Secula, Jahre und Monathe berechnet worden.

Die Eccentricität eines untern Planeten finden. *Probl* 3

1) Obſerviret wiederum verſchiedene mahl nach einander die weiteſte Entfernung des Planeten von der Sonnen (probl. 1)

2) Nehmet von dieſen obſervationibus zwey deren eine angeſtellet da der Planete im Aphelio in A (Fig. 39) die andere da er im Perihelio im P geweſen.

3) Suchet wie weit die Erde in beyden obſervationibus von der Sonnen entfernet geweſen, (probl. 5 §. 40) ſo habt ihr die diſtanzen SE und SD.

3) Dieſemnach habt ihr in denen gerade winckflichten Trianguln SAE und SPD die Seiten SE und SD, ſammt denen Winckeln SEA und SDP welche die digreſſiones im Aphelio und periphelio (no. 1) meſſen, hieraus ſuchet, die Seiten AS und PS. (probl. 22 §. 8 trig. plan.)

4) Addiret AS und PS, und ſubtrahiret von der halben Summe PC, die Seite PS, ſo habt ihr die verlangte eccentricität SC in ſolchen Theilchen deren der ſemidiameter des Erd-Kreiſſes 100000 hält.

5) Wollet ihr nun wiſſen wie viel Theile dieſelbe eccentricität von denen halte deren 100000 auf den radium des Um-Kreyſes des Planeten gehen, ſo ſaget (probl. 21 §. 23 arithm.) der Semidiameter AC (no. 4) macht 100000, wie viel die eccentricität SC.

Schol. Auf ſolche Art hat KEPLER die eccentricität der Veneris 694, des Mercurii 21000 ſolcher Theilchen gefunden, deren der ſemidiameter des eccentrici 100000 hält.

Probl. 4 **Die Zeit beſtimmen da die untern Planeten ihren motum periodicum abſolviren.**

1) Obſerviret den mittlern Ort des Planeten z. E. A (Fig. 40) wen er am weiteſten von der

der Sonnen S entfernet iſt, als wenn die Erde in T der Planete in B.

2) Von A iſt das Punct D auf 90° entfernet, weil CD mit AT gerade Winckel macht. (§. 2 Trigon.) und AD wegen der groſſen diſtanz der ecliptic von B vor die Maaß des Winckels ABD kan genommen werden. Iſt demnach die Länge des Planeten A bekandt, (no. 1) ſo wiſſet ihr auch die Länge des Puncts D.

3) Da nun auch der Ort des periphelii P bekandt, (probl. 2) So kan die diſtanz deſſelben von DS nehmlich den Bogen PD leichtlich gefunden werden, welcher den Winckel DCP miſſet.

4) Folglich wiſſet ihr in dem Triangul BCS den Winckel C und die Seite BC, (den ſemidiameter des eccentrici) und CS. (die eccentricität) probl. 3. Hieraus ſuchet den Winckel CBS = EBD (th. 2 §. 6 geom.) welchen der Bogen ED miſſet.

5) Iſt nun die gröſte Entfernung des Planeten von der Sonne des Morgends obſerviret worden, ſo ſubtrahiret DE von der Länge des Punctes D, (no. 2) iſt ſie aber des Abends obſerviret, addiret ED zu der Länge von D, ſo giebt die Summe oder der Reſt die Länge des Puncts E, welches der Ort des Planeten B iſt, wie er aus der Sonnen obſerviret worden.

6) Conferiret dieſen Ort des Planeten mit einer vor alten Zeiten obſervirten Länge deſſel-

den Planeten, ſo könnet ihr daraus die Zeit da er ſeinen periodum abſolviret, auf gleiche Weiſe finden, wie (probl. 2 §. 101) bey denen obern Planeten erklähret worden.

Schol. Durch dergleichen operation hat KEPLER die Zeit des Umlauffes der Veneris beſtimmet 224 Tage 17 St. 44′ 55″, des Mercurii 87 Tage 23 St. 14′ 24″. Und ſind nach dieſen Fundament die Tabulæ der mittlern Bewegung der untern Planeten (Tab. XL und XLIII) gerechnet worden.

§. 108. Nach dem auch die linea abſidum in dem eccentrico des Planeten beſtimmet, (probl. 2 §. 107) ingleichen die eccentricität deſſelben gefunden worden, (probl. 3 ib.) ſo kan daraus abermahl ſo wohl die proſtaphæreſis eccentrica als die diſtanz des Planeten von der Sonnen leicht auch auf alle grad der anomalie (probl. 2 §. 59) gerechnet und in gewiſſe Tabellen getragen werden, dergleichen (Tab. XLI und XLIV) befindlich ſind. Daraus den ferner der eccentriſche Ort des Planeten auf gleiche Weiſe zu berechnen, wie (§. 75) gezeiget worden.

§. 109. Was weiter die Breite der untern Planeten anlanget, ſo wird ſo wohl der Ort des nodi als die Bewegung deſſelben auf ſolche Art obſerviret wie bey denen obern planeten (§. 104) die Anweiſung geſchehen; daher den auch die Tabulæ der Bewegung ☊ (Tab. XL und XLIII) auf gleiche Art conſtruiret ſind, daraus

aus der Ort des Nodi und die diſtanz das planeten von denſelben auf iede Zeit zu finden iſt.

§. 110. Gleiche Bewandtniß hat es auch mit der inclination und reduction der untern planeten, welche wie bey denen obern (probl. 2 3 §. 104) obſerviret, berechnet, und in Tabellen gebracht werden, dergleichen (Tab. XLII und XLV) befindlich. In welchen nach KEPLERI Obſervationibus die gröſte inclination Veneris 3° 22′, Mercurii 6° 54′ geſetzet iſt. Folglich wird auch ſowohl die curtirte diſtanz als die commutation, elongation, Länge und Breite der untern planeten auf gleiche Weiſe berechnet werden, wie bey denen obern (probl. 4 und 5 §. 105) angewieſen worden. Nur iſt bey dem angulo elongationis, welcher (probl. 5 §. 105) gefunden wird, dieſes zu mercken, daß 1) das inventum Imum in dem Triangulo proſtaphæretico zu finden, die diſtantia curtata muß zu vorderſt, und die diſtanz Solis a Terra in die mitte geſetzet werden, 2) muß in demſelben Triangul die gefundenen ½ differenz von der halben Summe ſubtrahiret werde, damit die verlangte elongation gefunden werden, weil die diſtanz der Erden von der Sonnen welche gegen der poſtaphæreſi orbis über ſtehet, allhie gröſſer iſt, als die diſtanz des planeten von der Sonnen, ſo der elongation gegen über iſt. Wir wollen dieſes alles deutliger zu zeigen, noch folgendes Exempel hinzu fügen:

Es

Es wird z. E. der Ort der Veneris geſucht Anno 1726 d. 1 Oct. St. n. h. 5, 24′ 6″ N. M. in Jena, folglich in Vranienburg h. V 30′;

Länge ♀.

Epocha	1700	5 Z.	25°	45′	27″
Jahre	20	6	3	52	43
	5	1	15	34	9
Monaht Auguſt.			29	19	42
Tage	29	1	16	27	47
Stunden	5			20	2
	30′			2	0
Mittl. Länge ♀		4	1	21	59

Aphelium ♀

Epocha	1700	10 Z.	3°	24′	25″
Jahre	20			26	1
	5			6	30
Mon. Aug.					52
Tage	29				6
Mittl. Länge Aphel.		10	3.	57.	54

☊ ♀

Epocha	1700	2 Z.	14°	19′	4″
Jahre	20			15	40
	5			3	55
Mon. Aug.					31
Tage	29				4
Mittl. Länge ☊.		2 Z.	14°	39′	14″

Länge

		Länge ⊙			
Epocha	1700	9Z.	11°	49′	20″
Jahre	20			9	4
	5	11	29	47	29
Monath Aug.		7	29	30	44
Tage 29			28	35	2
Stunden 5				12	19
30′				1	14
Mittl. Länge ⊙		6	10	5	12
		Apogæum ⊙			
Epocha 1700		3Z.	7°	26′	49″
Jahre	20			20	33
	5			5	8
Mon. Aug.					41
Mittl. Länge Apog.		3Z.	7°	53′	11″
Mittl. Länge ♀		4Z.	1°	21′	50″
aphelii		10	3	57	54
Mittl. Anom. ♀		5	27	23	56
proſtaph. ſubtr.				2	10
Eccentr. Ort ♀		4	1	19	40
Coæquirt. anomal. ♀		5	27	21	46
Mittl. ☊ ♀		2	14	39	14
Argum. der Breite		1	16	40	26
Mittl. Länge ⊙		6	10	5	12
Apogæum ⊙		3	7	53	11

Mitt-

Mittl. Anom. ☉	3	2	12	1
Proſtaphæreis ſubtr.		2	3	44
Wahre Länge ☉	6	8	1	28
Wahre Anom. ☉	3	0	8	17
Log. diſt. ♁ a ☉		4 0 0 0 1 2		
Log. diſt. ♀ a ☉		3 8 5 6 7 9		
Inclinatio ♀		2°	26	56″
Reductio ſuhtr. ♀			2′	59″
Heliocentriſcher Ort ♀	4.	1.	16.	41
Wahrer Ort ☉	6	8	1	28
Commutat. Winckel	2	6	44	47

ST. :diſt. ♀ a ☉ = S C. inclin. : diſt. curt.

Log. diſt. ♀ a ☉	385679
Log. S C. 2° 27′	999960
Log. diſt. curt.	✗385639

Diſt. curt. : Diſt. ♁ a ☉ = S T. : T. Inv. I.

Log. diſt. ♁ a ☉	1400012
Log. diſt. curt.	385639
Log. T. 54° 19′	1014373
45	
Inv. II. 9° 19′	

T. 45° : T. Inv. II. = T. ½ Summæ : T. ½ differ.

Log. T. 33°. 22′.	981885849
Log. T. 9° 19	92149894
Log. T. 6 10	✗90335743

27

27 12 Elongations-Winckel
6 8 1 28″ wahre Lång. der Sonnen.

5 Z. 10° 49′ 28″ wahrer Ort ♀

SR. ang. elong. : SR. ang. commut. = diſt. curt.
: diſt. ♀ a ♁

Log. SR. 66° 45′	996321
Log. diſt. curt.	385639
Log. SR. 27°. 12′	1381960
	966001
Log. diſt. ♀ a ♁	415959

Diſt. curt. : Diſt. ♀ a ♁ = inclination : Breite

Log. diſt. ♀ a ♁	415959
Log. 147′.	216731
	632690
Log. diſt. curt.	385639
Log. 296′	247051

alſo iſt die Nördliche Breite ♀ 4° 56′

Das VII. Capitel.

Von denen Finſterniſſen der Sonnen, des Mondes und der Erden.

§. 111. Nachdem wir alſo die Långe und Breite eines ieden Planeten vor ſich ſelber betrachtet haben, ſo iſt noch weiter der ſitus reſpecti-

ſpectivus derſelben auf iedwede ſowohl gegenwärtige als verwichene oder zukünfftige Zeit durch die Rechnung zu beſtimmen. Es kan derſelbe mancherley ſeyn, der vornehmſte und merckwürdigſte unter allen aber iſt die coniunction und oppoſition. Denn wenn in dieſen aſpecten die diſtanz der planeten nach der Breite nicht gar zu groß iſt, entſtehen die ellipſes oder Verfinſterungen, (§. 12 aſtron.) welche, inſonderheit der gröſſern ſcheinbahren Cörper, als der Sonnen und des Mondes, die vortrefflichſten phænomena ſind, welche wir an dem Himmel zu obſerviren haben.

§. 112. Die Mondes Finſterniſſen entſtehen nehmlich, wenn der Mond voll iſt, (§. 129 aſtron.) da er gegen der Sonnen überſtehet, und nicht weiter von der Ecliptic entfernet ſeyn muß, als die Summe derer ſemidiametrorum des Mondes und des Erd-Schattens, in der diſtanz des Mondes von der Erden, austräget. (ibid.) Wollen wir demnach die Gräntzen derer Monds-Finſterniſſen, das iſt die mögliche diſtanz des Mondes von ſeinen Nodis, in welcher zur Zeit des Voll-Mondes eine Finſterniß entſtehen kan, finden, müſſen wir zuforderſt wiſſen, wie groß der ſemidiameter des Erd-Schattens an gedachten Orten, allwo ihm der Mond durch paſſiren kan, auffs höchſte ſeyn mag. Es wird derſelbe am leichteſten aus der parallaxi horizontali des Mondes und dem ſcheinbahren ſemidiameter der Sonnen determiniret. Den

geſetzt,

geſetzt, es ſey S (fig. 41) die Sonne, T die Erde, ſo iſt GCE der Schatten der Erde, TCE der halbe Schatten, deſſen Winckel TCE dem halben ſcheinbahren diameter der Sonnen SD gleich iſt, weil CS nach dem Centro der Sonnen, CD nach dem Rande derſelben gerichtet; gehet nun ferner der Mond bey L durch den Schatten der Erden, ſo iſt an dieſem Ort der ſemidiameter des Erd-Schatten LO, dieſer wird aus der Erden unter den Winckel OTL geſchehen, welcher Winckel = TOE—TCO. (th. 8 §. 6 geom.) Nun iſt der Winckel TOE die parallaxis horizontalis des Mondes, weil die Linien TO und OE aus dem centro T, und vom Rande E der Erden nach dem Centro des Mondes O gezogen ſind. (§. 58 aſtron.) Folglich iſt der ſcheinbahre ſemidiameter des **Erd-Schatten ſo groß, als die** differenz **zwiſchen der** parallaxi horizontali **des Mondes und dem ſcheinbahren** ſemidiamater **des Mondes.**

§. 112. Da nun die parallaxis horizontalis des Mondes am gröſten, wenn der Mond im perigæo iſt, allwo ſie auf 61′ 25″ gefunden wird, (§. 116 aſtron.) und der ſemidiameter der Sonnen am kleineſten im apogæo (§. 55 opt.) allwo er 15′ 49″ obſerviret worden, (aſtron. §. 10) ſo wird der ſemidiameter des Erd-Schatten an dem Ort wo ihn der Mond paſſiren kan, ſich nicht über 46′ erſtrecken. Wird demnach der gröſte ſemidiameter des Mondes, welcher im perigæo 16′ 45″ (§. 116 aſtron.) dazu addiret, ſo gibt die

(U u) Sum-

Summe 62 ¼ 63′ die gröſte Breite des Mondes, welche er in einer Verfinſterung haben kan; daraus den weiter (§. 129 aſtron.) die weiteſte diſtanz des Mondes von dem nodo in einer Verfinſterung determiniret wird, die ſich alſo nicht über 12 grad erſtrecken kan.

Probl §. 113. Hieraus läſſet ſich derowegen **leicht zuvor ſehen, ob in einen Jahre, und in welchen Monahte deſſelben Mondes-Finſterniſſen entſtehen können.**

1) Rechnet nehmlich auf den Mittag des 1 Ian. des vorgegebenen Jahres die diſtanz des Mondes von der Sonnen. Aus der Tabula XLVI. (in welcher die mittlere Bewegung der Sonnen, ſo in der XXIX Tabelle befindlich, von der mittlere Bewegung des Mondes in der XXXV Tabelle abgezogen.)

2) Iſt dieſelbe unter 6 Zeichen, ſo ſubtrahiret ſie von derſelben, iſt ſie aber über 6 Zeichen, ſubtrahiret ſie von 12 Zeichen, und addiret 6 Zeichen zum reſiduo, ſo habt ihr den Bogen, welchen der Mond lauffen muß, biß er zum erſten mahl voll wird in demſelben Jahre.

3) Suchet dieſen Bogen in derſelben Tabelle unter denen täglichen Bewegungen Lunæ a Sole, ſo werdet ihr den Tag des Ianuarii finden, da der Mond voll wird.

4) Addiret zu dieſen Tage 29 T. 12 St. ſo gibt die Summe den Tag des Jahres, da er zum andern mahl voll wird, zu dieſen addiret wieder 29 T. 12 St. u. ſ. w. So findet ihr auch die folgenden

den Tage der folgenden Monathe, da der Mond zum andern, dritten mahl u. ſ. f. voll wird.

5) Rechnet auch auf die gefundenen Tage da der Mond voll wird, ſeine diſtanz vom nodo aus, (probl. 3 §. 95) iſt nun dieſelbe unter 12 grad, ſo habt ihr Hoffnung daß eine Finſterniß entſtehen möchte, iſt ſie aber über 12°, ſo gehet der Mond alsdenn über oder unter den Schatten der Erden weg.

Z. E. Es wird zu wiſſen verlanget, ob und wenn im Jahr 1726 eine Mondes Finſterniſſe entſtehen könne.

Länge ☾ a ☉

Epocha 1700.	8 Z.	22°	14′	1″
20	4	13	24	43
5	10	0	18	19
	11	5	57	3
	12			
		24	2	57
	6			
diſtanz des Mondes	6	24	2	57

vom nechſten Voll-Mond, welcher in denen täglichen und ſtündlichen Bewegungen Lunæ a Sole reſpondiren 16 Tage 19 St. daher der erſte Voll-Mond wird eintreten nach der Bürgerlichen Zeit den 18 Ianuarii in denen Morgen-Stunden.

Nun ſuchet die übrigen Voll-Monde.

	16 Ian.	19 St.
	29	12
Der andere.	15 Febr.	7 St.
	29	12
Der dritte	16 Mart.	19 St.
	29	12
Der vierdte	15 April.	7 St.
	29	12
Der fünffte	14 May.	19 St.
	29	12
Der ſechſte	13 Iun.	7 St.
	29	12
Der ſiebende	12 Iul.	19 St.
	29	12
Der achte	11 Aug.	7 St.
	29	12
Der neunte	9 Sept.	19 St.
	29	12
Der zehnte	9 Octobr.	7 St.
	29	12
Der elffte	7 Nov.	19
	29	12
Der zwölffte	7 Dec.	7

Wollet ihr alſo wiſſen ob bey dem erſten Voll-Mond eine Verfinſterung des Mondes zu hoffen, ſo rechnet die diſtanz des Mondes von dem

☊

☊ auf den 16 Jan. 19 St. temp. aſtron. completo.

☊ des Mondes

Epocha	1700	4 Z.	28°	11′	3″
Jahre	20		26	50	13
	5	2	6	41	46
Tage	15			47	40
St.	19			2	51
		4	4	22	10
			23	48	53

mittlere Länge des Mondes.

Epocha	1700	6 Z.	16°	15′	46″
Jahre	20	4	13	33	46
	5	10	0	5	48
Tage	15	6	17	38	45
St.	19		10	25	53
		3	27	59	18
☊ des M.			23	48	53
diſt. des M. a ☊		3	4	10	25
		6			
diſt. des M. a ☋		2	25	49	35

daher iſt keine Verfinſterung möglich.

Gleicherweiſe ſollet ihr finden, ob in dem zehnten Vollmond eine Verfinſterung zu vermuthen.

☊ des Mondes

Epocha	1700	4 Z.	28°	11′	3″	
Jahre	20		26	50	13	
	5	3	6	41	46	
Sept			14	27	24	
Stunden	7			25	25	
						56
		4	18	25	44	
Länge ☊			9	45	19	

mitt-

Mittlere Länge des Mondes.

Epocha	1700	6 Z.	16°	15′	46″
Jahre	20	4	13	33	46
	5	10	0	5	48
Sept.		11	27	9	21
Tage	8	3	15	24	40
St.	7		3	50	35
			16	19	56
Länge ☊			9	45	19
diſtanz ☾ à ☊			6	34	37

daher eine Verfinſterung des Mondes entſtehen kan.

Schol. Wenn man gewiß urtheilen wolte, ob eine Mondes-Finſterniß in einem Voll-Monde möglich ſey oder nicht, müſte ſowohl der wahre Ort des Mondes als die wahre diſtanz des ☾ a ☊ gefunden werden, ohngefehr aber kan durch angeführte Rechnung ſchon dergleichen Möglichkeit geſchloſſen werden, welches zu unſern bisherigen Vorhaben genug iſt.

§. 114. Wenn demnach der Tag ohngefehr gefunden, da eine Monds-Finſterniß entſtehen kan, wird die Berechnung derſelben folgender Maſſen angeſtellet;

1) Muß das momentum gefunden werden, da die oppoſitio media derer luminarium geſchiehet, das iſt die Zeit da der Ort des Mon-

des, wie derſelbe aus dem centro ſeines Umkreiſes geſehen wird, gerade gegen dem Ort der Sonnen, wie dieſer auch aus dem centro des Umkreiſes der Sonnen geſehen wird, zu ſtehen kömmt.

2) Wird die Zeit berechnet, da der wahre Ort des Mondes gegen dem wahren Ort der Sonnen, welche nemlich beyderſeits aus der Erden obſerviret werden, überſtehet, welche man oppoſitionem veram nennet.

3) Wenn dieſe Rechnung aus denen Tabulis aſtronomicis angeſtellet wird, findet man durch dieſelbe die Zeit, da gedachte oppoſitio vera unter dem meridiano, auf welchen die Tabellen gerechnet ſind, obſerviret wird, daher eine dreyfache correctio der Zeit anzuſtellen, indem die gefundene Zeit auf den meridianum des Orts, an welchen man rechnet, muß reduciret (§. 53) dieſe mittlere Zeit in die wahre, (§. 54) und dieſe aſtronomiſche in die bürgerliche, Europäiſche (§. 52) verändert werden.

4) Hierauf wird die Gröſſe der Verfinſterung in Zollen und Scrupeln geſuchet, (§. 134 aſtron.)

5) Wie auch der Anfang das Mittel, und Ende.

6) Endlich wird das Schema derſelben verzeichnet. Es beſtehet daher die ganze Rechnung in folgenden problematibus.

Probl 1 **Das momentum der mittlern oppoſition des Mondes finden.**

1) Rechnet auf den Mittag deſſelben Tages, da man die Finſterniß vermuthet, die diſtanz des Mondes von der Sonnen Tab. XLVI.

2) Iſt dieſelbe über 6 Zeichen, werffet ſo viel davon, iſt ſie aber unter 6 Zeichen, ſubtrahiret ſie davon, und ſuchet den Reſt in derſelben Tabelle unter denen täglichen und ſtündlichen Bewegungen des Mondes von der Sonnen, daß ihr die Stunden und Scrupel findet, in welchen der Mond dieſe diſtanz von dem ☍ der Sonnen abſolviret.

3) Iſt nun die diſtanz ☾ a ☉ (no. 1) über 6 Zeichen geweſen, ſo zehlet dieſe Stunden und Scrupel von dem Mittag deſſelben Tages zurück; iſt ſie aber unter 6 Zeichen gefunden, addiret die (no. 2) gefundenen Stunden und Scrupel zu 12 Uhr des Mittags; ſo habt ihr das momentum der mittlern ☍ gefunden.

Z. E. Es ſoll das momentum der mittlern ☍ ☾ und ☉ im Octobr. An. 1726. gefunden werden.

Epocha 1700		8 Z.	22°	14′	1″
Jahre	20	4	13	24	43
	5	10	0	18	19
Monath Sept.		2	28	4	28
Tage	9	3	19	43	0
		5	23	44	31

5

	5	23	44	51
	6			
Diſt. des Mondes ab ☍		6	15	29
12 ſt.		6	5	43
			9	46
19′			9	39
13″				7

Folglich geſchiehet die mittlere ☍ den 9 Oct. 12 ſt. 19′ 13″.

Das moment der wahren oppoſition des Mondes und der Sonnen finden. Probl. 2

1) Rechnet auf das moment der mittleren ☍ (probl. 1) die anomalie der Sonnen (Tab. XIX) und des Mondes (Tab. XXIV.)

2) Suchet mit der anomalie der Sonnen die proſtaphæreſin ☉ (Tab. XXII) und mit der anomalie des Mondes die proſtaphæreſin ☾ (Tab. XXV.)

3) Subtrahiret die kleineſte proſtaphæreſin von der gröſſern; Wenn ſie beyde müſſen addiret oder beyde ſubtrahiret werden, muß aber die eine addiret, die andere ſubtrahiret werden, addiret beyde zuſammen.

4) Suchet mit der anomalie der Sonnen den horarium ☉, (Tab. XXI) und mit der anomalie des Mondes den horarium imo æquatum ☾ (Tab. XLVI)

5) ſubtrahiret dieſe horarios von einander, ſo habt ihr den horarium ☾ a ☉, mit den Reſt

6) Dividiret die Summe oder differenz der proſtaphæreſium, (no. 3) ſo findet ihr, wie weit die wahre ☍ früher oder ſpäter geſchiehet als die mittlere.

7) Iſt nun die proſtaphæreſis des Mondes gröſſer als die proſtaphæreſis der Sonnen, und beyde müſſen ſubtrahiret werden, (no. 2) addiret dieſe gefundene Zeit (no. 6) zu dem momento der mittlern ☍, müſſen aber beyde proſtaphæreſes addiret werden, ſubtrahiret dieſelbe Zeit von dem gedachten momento. Ingleichen wenn die proſtaphæreſis des Mondes kleiner iſt, und beyde müſſen ſubtrahiret werden, ſubtrahiret, müſſen ſie aber beyde addiret werden addiret die gefundene Zeit zu dem momento der mittlern ☍; ſo habt ihr in allen Fällen nechſtens das moment der wahren oppoſition.

8 Rechnet auf dieſes moment ſowohl den wahren Ort der Sonnen, (§. 75) als den wahren Ort des Mondes, (§. 89) ſind dieſelben præciſe 6 Zeichen von einander, ſo habt ihr bereits das moment der wahren ☍ gefunden, differiren ſie aber noch einige Scrupel, ſo dividiret dieſelbe aufs neue durch die differenz derer horariorum, (no. 5) damit das quotum die limitation der Zeit gebe, welche wenn das oppoſitum ſolis gröſſer, als der Ort des Mondes, zu dem vorigen moment (no. 7) muß addiret, iſt aber der Ort des Mondes gröſ-

ſer, ſubtrahiret werden, ſo gibt die Summe oder der Reſt die limitirte Zeit der wahren oppoſition.

9) Auf dieſe Zeit rechnet alſo von neuen den wahren Ort der Sonnen und des Mondes, und wenn das oppoſitum ſolis noch auf einige Scrupel von dem Ort des Mondes differiret, verfahret wie vorhin, (no. 8) bis die wahre Oerter der Sonnen und des Mondes gerade 6 Zeichen von einander ſtehen, ſo habt ihr das moment der wahren oppoſition auf das genaueſte gefunden.

Z. E. Die Zeit der mittlern ☍ iſt gefunden An. 1726 den 9 Oct. 12ſt. 19′ 13″

Apogæum der Sonnen

Epocha 1700	3Z.	7°	26′	49″
20			20	33
5			5	8
Sept.				46
	3	7	53	16

Länge der Sonnen,

Ep. 1700.	9Z.	11°	49′	20″
20			29	4
5	11	29	47	29
Sept.	8	29	4	54
8		7	53	7
St. 12			29	34
19′				50
mittl. Länge ☉	6	19	14	18
Apog. der Sonn.	3	7	53	16
mittl. Anom.	3	11	21	2 h. ☉ 2′ 29″
proſt. der Sonnen		2	1	51

Apo-

Apogæum des Mondes

Epocha 1700	11 Z.	7°	50′	10″
20	3	3	50	51
5	6	23	16	2
Sept.	1	0	24	53
Tage 8			53	29
Stunden 12			5	21
19″				5
	10	5	20	51

Länge des Mondes.

Ep. 1700	6 Z.	16°	15′	46
20	4	13	33	46
5	10	0	5	48
Sept.	11	27	9	21
8	3	15	24	40
St. 12		6	35	18
19′			10	25
13″				7
mittl. Länge des Mond.		19	15	11
Apog. des Mond.	10	5	20	51
Anomal. des M.	2	13	54	20
proſt. des Mondes		4	42	33
proſt. der Sonnen		2	1	51

		2	28	42	
Hor. des Mond. 32° 9″		2	28	20	5 ſt. 25′ 0″
der Sonnen	2 29		12	22	
Hor. ☾ a ☉	29′ 40″		12	21	40
				20	

Folg-

Folglich iſt die nechſte Zeit der wahren ☍ den 9 Oct. 17ſt. 44' 13"

Länge der Sonnen.

	Z.	°	'	"
5ſt.			12'	19"
25'			1	
			13	0
	6 Z.	19°	14	18
loc. med. ☉	6	19	27	18
proſt.		2	1	51
loc. ver. ☉	6	17	25	27

Apog. des Mondes

	Z.	°	'	"
5ſt.			1'	24"
25"				7
			1	31
	10	5	20	51
	10	5	22	22

Länge des Mondes

	Z.	°	'	"
5ſt.		2°	44'	42"
25'			13	43
		2	58	25
mittl. Länge des M.		19	15	11
wahr. Läng. des M.		22	13	36
Ap. des M.	10	5	22	22
An. des M.	2	16	51	14

pro-

proſtaph.	4	48	10
locus ☾	17	25	26

weil alſo der wahre Ort des Mondes von dem oppoſito der Sonnen nur auf eine Secunde differiret, brauchet die Zeit der wahren ☍ nicht weiter limitiret zu werden, ſondern es geſchiehet dieſe oppoſition zu Uranienburg in der mittlern aſtronomiſchen Zeit den 10 Octobr. 17 St. 44′ 13″

Probl 3 **Die gefundene Zeit der wahren oppoſition des Mondes reduciren.**

Suchet mit dem wahren Ort der Sonnen die æquation (Tab. XV)

2) addiret oder ſubtrahiret dieſelbe nach den Titul der Tabelle zu der gegebenen mittlern Zeit, ſo habt ihr die ſcheinbahre Zeit.

3) Reduciret die ſcheinbahre Zeit unter dem meridiano zu Uranienburg auf euren meridianum (probl. 3 §. 54)

4) Convertiret dieſe ſcheinbahre Zeit unter euren meridiano in die Europäiſche Zeit (probl. 1 §. 54) ſo habt ihr die wahre geſuchte Zeit.

Z. E. Es ſey die gegebene mittlere Zeit der wahren ☍ unter dem meridiano zu Vranienburg d. 10. Oct. 17 St. 44′ 13″. Der wahre Ort der

der Sonnen ſey. 6 Z. 17° 25′ 27″. Daher iſt
die æquation der Zeit 5′ 28″ add.

	17 44 13
alſo iſt die ſcheinbahre Zeit	17 49 41
Die differenz der meridianorum zwiſchen Vranienb. und Jena	5 54 ſubtr.
die ſcheinbahre Zeit in Jena	17 43 47
	12
die ſcheinbahre Europæiſche Zeit in Jena d. 11 Oct.	5 Uhr 43′ 47″

Die Gröſſe einer Mondes Finſterniſſe berechnen. Probl 4

1) Rechnet auf das Momentum der wahren oppoſition (probl. 3) den wahren Ort des ☊ des Mondes (Tab. XXIV.)

2) Subtrahiret denſelben von dem wahren Ort des Mondes, ſo habt ihr das Argumentum der Breite.

3) Hiemit ſuchet die Breite des Mondes zur Zeit der wahren oppoſition (Tab. XXVIII.)

4) Mit der mittleren anamalie der Sonnen ſuchet den ſemidiameter der Sonnen (Tab. XXI.) und mit der mittlern anomalie des Mondes den ſemidiameter des Mondes in ſyzigiis, wie auch die parallaxin horizontalem des Mondes (Tab. XXX.)

8) Subtrahiret von der parallaxi des Mon-
des

des (no. 4) den ſemidiameter der Sonnen, (ibid.) So habt ihr den ſemidiameter des Erd-Schatten. (§. 111)

6) Addiret dieſen ſemidiameter des Erd-Schatten zu dem ſemidiameter des Mondes. Von dieſer Summe der ſemidiametrorum

7) Subtrahiret die Breite des Mondes, (no. 3) ſo gibt der Reſt die ſcrupula incidentiæ.

8) Saget; der ſemidiameter des Mondes macht 6 Zoll, wie viel Zoll machen dieſe ſcrupula incidentiæ, (no. 7) ſo gibt das quotum die digitos und Scrupula ecliptica. (§. 134 aſtron.)

Z. E. Es ſey das Momentum der wahren ☍ anno 1726 d. 9 Oct. h. 17. 43′ 47″

☊ des Mondes.

Epocha	1700	4 Z.	28°	11′	3″
	20		26	50	13
	5	3	6	41	46
Sept.			14	27	24
Tage	8			25	25
Stunden	17			2	15
	43′				5
		4	18	27	8
			9	43	55
der wahre Ort der S.		6	17	25	27
Argum. der Breite		6	17	25	27

wahre

wahre Breite ☾	40	6 auſtr.
Semid. ⊙	15′	58′
Parall. ☾ horiz.	55	38
ſemid. umbræ der Erde	39	40
ſemid. des Mondes	15	2
ſumma ſemidd.	54	42
Breite des Mondes	40	6
Scrupula incid.	14	36

15′ 2″ : 6 dig. = 14 36″

6

3 36

1 24

15′ 2″ | 1 27 36 | 5 dig. 9′

| 1 25 10 |

2 26

alſo werden von dem Mond verfinſtert 6 Zoll 9′.

Die Zeit der gröſten Verfinſterung, wie auch den Anfang und das Ende der Verfinſterung finden. Probl 5

1) Die gröſte Verfinſterung entſtehet nicht wenn der Mond in ſeinen Umkreiß, ſondern in der ecliptic, dahin er durch den circulum latitudinis referiret wird, (§. 96) gerade gegen der Sonnen überſtehet, daher ſuchet mit der diſtanz des Mondes von dem nodo (probl. 4 no. 2) die reduction DI deſſelben nach der ecliptic (fig. 13) (Tab. XXVIII) und aus dieſer ſamt der Breite CD die diſtanz der centrorum CI (probl. 3 §. 9 tr. ſph.)

2) Addiret oder ſubtrahiret dieſe reduction nach den Titul der Tabelle von dem wahren Ort des Mondes zur Zeit der wahren oppoſition (probl 2 no. 9) ſo habt ihr den Ort des Mondes in der ecliptic.

3) Dividiret dieſelbe reduction durch die differenz derer horariorum des Mondes und der Sonnen in der wahren ☍, (da der horarius des Mondes in ſyzigiis in der Tab. XLVI mit der mittlern anomalie geſucht wird) und addiret oder ſubtrahiret, wie vorhin (no. 2) geſchehen, zu der Zeit der wahren oppoſition dieſe reduction zur ecliptic, ſo gibt die Summe oder der Reſt das moment der gröſten Verfinſterung.

4) Suchet in dem gerade-wincklichten Triangel CI aus denen beyden Seiten CE (der Summe derer ſemidiametrorum des Schattens der Erden und des Mondes, (probl. 4 no. 6) und CI (der diſtanz der centrornm) (ib. no. 3) die dritte Seite IE die Scrupeln der immerſion oder der halben Daurung der Finſterniß; (§. 134 aſtron.) und ob zwar die Seiten dieſes Triangels krumme Linien ſind, ſo iſt doch in denſelben (weil ſie ſehr klein) die Krümme nicht mercklich, daher dürffet ihr nur das quadrat der Seite CI von dem quadrat der Summe derer ſemidd. CE ſubtrahiren, ſo bleibet das quadrat der Scrupel der halben Daurung übrig. (th. 8 §. 29 geom.) Wird demnach aus dieſen quadrat die Wurtzel extrahiret (probl. 30 §. 32 arithm.)

arithm.) gibt dieſelbe die verlangten Scrupel.

5) Dividiret dieſe Scrupel mit dem horario des Mondes in ſyzigiis a ☉, (no. 3) ſo gibt das quotum die halbe Daurung der Finſterniß.

6) Subtrahiret dieſe halbe Daurung von dem moment der gröſten Verfinſterung (no. 3) ſo habt ihr den Anfang der Verfinſterung.

7) Addiret auch dieſelbe Zeit zu dieſem moment, ſo gibt die Summe das Ende der Finſterniß.

8) Iſt die Finſterniß total, ſubtrahiret von dem ſemidiameter des Schattens CH den ſemidiameter des Mondes GH, ſo bleibet die Seite CG übrig: Folglich ſind in dem geradewincklichten Triangel CIG die Seite CG und CI (die diſtanz der centrorum) gegeben, daraus ſuchet wieder wie vorhin (no. 4) die Seite IG, welche das centrum des Mondes G beſchreibet von dem Anfang der total-Verfinſterung biß zu dem Mittel.

9) Dieſe gefundene Scrupel dividiret ebenfals mit der differenz derer horariorum der Sonnen und des Mondes in ſyzigiis, (no. 2) ſo gibt das quotum wie lange die halbe total-Verfinſterung dauret.

10) Dieſe gefundene Zeit ſubtrahiret auch von dem moment der gröſten Verfinſterung (no. 3) ſo gibt der Reſt den Anfang, und

wenn ihr beyderley addiret, gibt die Summe das Ende der totalen Verfinſterung.

10) Endlich dupliret die Zeit der halben Dauerung ſowohl der totalen (no. 9) als gantzen Finſterniß, (no. 5) ſo findet ihr, wie lange ſowohl die totale als gantze Finſterniß überhaupt währet.

Z. E. Es ſey das argumentum der Breite 6 Z. 7° 41′ 32″ ſo iſt die reduction zur ecliptic ſubtr. 9″

wahr. Ort des Mondes	6 Z.	17°	25′	27″
der Ort des M. in der Eclipt.	6	17	25	18
Hor. des Mondes in ſyzig.			32′	35″
Hor. der Sonnen			2	29
Hor. ☾ a ☉			30	6
Folglich iſt die reductio der Zeit				18″
die Zeit der wahren ☍		5 ſt.	43′	47″
die Zeit der gröſt. Verfinſt.		5 ſt.	43′	29″

Summa ſemid. 54′ 42″ d. i. 3282

	3282
	3282
diſt. der centror. 2406	6564
2406	26256
14436	6564
96240	9846
2812	10771524
3788836	3788836

6|98|26|88(2642
4
298
46
276
2226
524
2096
13088
528

dieſemnach ſind die Scr. der ½ Daur. 2642 d. i. | 44′ 2″
Hor. ☾ a ☉ 30′6 | 30 6
13 56 | 1 ſt. 27′ 46″ die Zeit der ½ Daur.
2 42
13 30
23 58

das moment. der gröſt. Finſt.	5 ſt.	43′	29″
die halbe duration	1	27	46
der Anfang	4	15	43
das Ende	7	11	15
die gantze duration	2 ſt.	55′	32″

Das ſchema einer Mondes-Finſterniß verzeichnen. Probl 6

1) Zeichnet den Maaßſtab (fig. 42) probl. 6 §. 15 geom. auf welchen ſo viele Theile können genommen werden, als die Summe der ſemidiametrorum (probl. 4 no. 6) Minuten hat.

2) Ziehet die gerade Linie AB (fig. 43) welche die ecliptic vorſtellet.

3) Faſſet mit den Circkel auf dem Maaßſtabe (no. 1) ſo viele Theile als die Summe der ſemidiametrorum Minuten hat, und beſchreibet damit aus C einen Circkel.

4) Beſchreibet aus denſelben centro einen Circkel mit dem ſemidiametro des Erd-Schatten, (probl. 4 no. 5) welcher ebenfals auf dem Maaßſtabe (no. 3) genommen wird.

5) Richtet aus C über AB die perpendicularem CD auf, oberwerts, wenn die Breite des Mondes (probl. 4 no. 3) nördlich iſt, unterwerts, wenn dieſelbe Breite ſüdlich iſt, und machet dieſe Linie CD der Breite des Mondes gleich.

6) Setzet aus D über CD den Winckel CDE von 85° zur lincken, wenn das argument der Breite (probl. 4 no. 2) über 6 oder 12 Zeichen, oder zur rechten, wenn daſſelbe argument unter 6 oder 12 Zeichen iſt; und ziehet die Linie FDF welche den Weg des Mondes vorſtellet.

7 Laſſet auch aus C auf EF die perpendicularem CI fallen.

8) Beſchreibet aus E, I und F mit dem ſemidiameter des Mondes (welcher auf den Maaßſtab (no. 1) genommen wird, Circkel, welche die Mondes-Scheibe im Anfang, in der gröſten Verfinſterung, und am Ende der Finſterniß vorſtellen.

9) In total-Finſterniſſen werden auch die Scrupula immerſionis totalis (probl. 5 no. 8) aus I nach G und L herum getragen, und mit dem ſemidiameter des Mondes aus G und L Circkel gezogen, welche die Scheibe des Mondes im Anfang und am Ende der total-Verfinſterung vorſtellen.

10) Endlich pfleget man auch wol den Schatten

ten des Mondes einfach, und die Theile des Mondes in dieſen Schatten zu beſſerer Kenntlichkeit doppelt zu ſchattieren.

Schol. Wenn ihr den Weg des Mondes EF in ſo viele Theile theilet, als die gantze Zeit der Verfinſternng (probl. 5 no. 11) Viertheil Stunden hält, ſo könnet ihr auf iede $\frac{1}{4}$ Stunde erkennen, wo das centrum des Mondes ſich alsdenn befinden werde, und alſo auch gar leicht die Gröſſe der Finſterniß auf iede Zeit gar genau determiniren.

§ 115. Die Sonnen-Finſterniſſen entſtehen, wenn der Mond zwiſchen unſer Auge und die Sonne zu ſtehen kömmt, (§. 120 aſtron.) daher dergleichen nur in denen Neumonden obſerviret werden, in welchen die ſcheinbahre Breite des Mondes nicht gröſſer iſt, als die Summe derer ſemidiametrorum der Sonnen und des Mondes (§. 121 aſtr.) und kan alſo dieſelbe Breite ſich nicht über 33′ erſtrecken, (ibid.) weshalben die wahre Breite ebenfalls nicht über 1$\frac{1}{2}$ Grad ſeyn muß; (ibid.) daraus weiter folget, daß die Sonne nicht über 17 Grad von einem nodo des Mondes müſſe entfernet ſeyn, wenn eine Sonnen-Finſterniß entſtehen ſoll. Hieraus iſt alſo (probl. §. 113) leicht zu finden, ob und zu welcher Zeit in einem Jahre eine Sonnen-Finſterniſſe zu erwarten, wenn nur an ſtatt der Voll- die Neu-Monde geſuchet, und auf die Tage da dieſelbe entſtehen, die diſtanzen des Mondes von dem nodo gerechnet werden, (l.c.)

Denn wenn dieſelbe uͤber 17° ſind, darff man ſich keine Hoffnung auf eine Sonnen-Finſterniß machen. Wir wollen z. E. wiſſen, ob und wenn in dieſem Jahr 1726 eine Sonnen-Finſterniß entſtehen moͤge?

Weil die Laͤnge oder diſtanz des Mondes von der Sonnen auf den Mittag des erſten Januarii probl. §.) bereits gefunden 11 Z. 5° 57′ 3″, duͤrffet ihr dieſelbe nur ſo fort abziehen von

12 Z.				
11	5°	57′	3″	

ſo iſt die diſtanz von dem Neum. 24 2′ 57″ welcher in der taͤglichen und ſtuͤndlichen Bewegung ☾ a ☉ (Tab. XLV) reſpondiren, 1 T. 23 ſt. daher tritt der erſte Neumond ein

	d. 2	Jan.	23 ſt.
	29		12
der andere	d. 1	Febr.	11 ſt.
	29		12
der dritte	d. 2	Mart.	23
	29		12
der vierdte	d. 1	April	11
	29		12
der fuͤnffte	d. 1	May	23
	29		12
der ſechſte	d. 31	May	11
	29		12

der

der ſiebende	d. 29 Jun.	23
	29	12
der achte	d. 29 Jul.	11
	29	12
der neunte	d. 27 Aug.	23
	29	12
der zehnte	d. 26 Sept.	11
	29	12
der elffte	d. 25 Octob.	23
	29	12
die zwölffte	d. 23 Novem.	11
	29	12
der dreyzehnte	d. 22 Decemb.	23

Soll nun etwa gefunden werden ob in dem zehnten Vollmond eine Sonnen-Finſterniß entſtehen könne, ſo rechnet auf den 26 Setpemb. Die diſtanz des Mondes von dem ☊

☊ des Mondes

Epocha 1700		4 Z.	28°	11′	3″
Jahre	20		26	30	13
	5	3	6	41	46
Auguſt.			12	52	5
Tage	23		1	19	26
Stunden	11			1	27
		4	17	44	57
			10	26	6

Långe des Mondes

Epoch. 1700		6 Z.	16°	15′	46″
Jahre	20	4	13	33	46
	5	10	0	5	48
Aug.		10	21	51	50
Tage	25	10	29	24	36
Stund.	11		6	2	21
Långe des M.		6	27	14	7
Långe ☊			10	26	6
Arg. latit.			16	48	1

weil alſo die diſtauz vom ☊ nicht über 17°, iſt nicht alle Hoffnung zu einer Finſterniß wegzuwerffen.

§. 116. Bey Berechnung der Sonnen-Finſterniſſen ſelber haben wir wieder folgende momenta zu determiniren; 1) die Zeit der mittlern Zuſammenkunfft der Sonnen und des Mondes, da nemlich die mittleren Lången beyderley Cörper überein treffen; 2) die Zeit der wahren Zuſammenkunfft, welche aus dem centro der Erden obſerviret wird; 3) die Zeit der ſcheinbahren Zuſammenkunfft, welche an einen gewiſſen Orte auf der Erden geſehen wird / und wegen der parallaxi des Mondes (§. 59 aſtron.) von der vorhergehenden unterſchieden iſt. 4) Die gröſte Finſterniß 5) die Zeit, welche dieſelbe wåhret, ingleichen da ſie anfånget und zu Ende gehet. 6) Das ſchema derſelben Finſterniß. Es ſind dabey folgende problemata zu reſolviren.

Wenn

Wenn der Tag gegeben, da die mittlere conjunction der Sonnen und des Mondes entſtehet, ſoll das momentum derſelben gefunden werden. Probl 1

Operiret wie bey denen Mond-Finſterniſſen (probl. 1 §. 114) an ſtatt aber, daß allda die Zeit geſuchet, wenn die diſtanz der Sonne und des Mondes 6 Zeichen, ſo ſuchet allhie die Zeit, da dieſelbe diſtanz 12 das iſt 0 Zeichen.

Z. E. Es ſey der Tag des Neu-Mondes A. 1726 den 25 Sept.

Epocha	1700	8 Z.	22°	14′	1″
	20	4	13	24	43
	5	10	0	18	19
Aug.		2	22	21	7
Tag	25	10	4	46	7
diſt. ☾ a ☉ in mer.			3	4	17
6 ſtund.			3	2	52
				1	25
	2′			1	0
	49″				25

Folglich iſt das momentum der mittlern conjunction den 24 Sept. 17ſt. 57′ 11″

Wenn das momentum der mittlern conjunction gegeben, ſoll das moment der wahren Zuſammenkunfft gefunden werden. Probl 2

1) Suchet dieſes momentum der wahren Zuſammenkunfft (probl. 2 §. 114)

Wenn

2) Wenn ihr daſſelbe gefunden, reduciret dieſe Zeit (probl. 3 §. 114)

3) Corrigiret eben dieſe reducirte Zeit (no. 2) durch die reduction nach der ecliptic (probl. 5 no. 1, 2, 3 §. 114)

4) Reduciret auch den wahren Ort des Mondes (no. 1) nach der ecliptic (probl. 5 no. 2 §. 114)

Es ſey z. E. das momentum der mittlern Zuſammenkunfft Anno 1726 den 24 Sept. 17ſt. 57′ 11″.

Apogæum der Sonnen.

Ep. 1720	3Z.	7°	26′	49″
20			20	33
5			5	8
Auguſt.				41
	3	7	53	11

Länge der Sonnen.

Epocha	1700	9Z.	11°	49′	20″
	20			9	4
	5	11	29	47	29
Aug.		7	29	30	44
Tage	23		22	40	12
Stunden	17			41	53
	57′			2	20
Länge der Sonn.		6	4	41	2
Apogæum		3	4	53	11
Anom. der Sonn.		2	26	47	51

proſt. ſubtr. 2° 3′ 23″. Horar. der Sonnen 2′ 27″.

Apo-

Apogæum des Mondes.

Epoch. 1700	11Z.	7°	50′	10″
20	3	3	50	51
5	6	23	26	2
Aug.		27	4	21
Tage 23		2	33	55
Stunden 17			4	44
57′				16
	10	4	50	19

Långe des Mondes.

Epoch. 1700	6Z.	16°	15′	46″
20	4	13	33	46
5	10	0	5	48
Aug.	10	21	51	50
Tage 23	10	3	3	25
Stunden 17		9	20	0
57′			31	17
11″				6
Långe des Mond.	6	4	41	58
Apog.	10	4	50	19
Anom. des M.	7	29	51	39
Hor. des Mond.			34	23
Hor. der Sonnen			2	27
Hor. ☾ a ☉			31	56

proſt.

proſt. add. 4° 26′ 28′. 12 St. 12′ 30″

H. ☾ a ☉ 31′ 56″ | 2 3 23

6	29	51
6	11	12
	12	
	6	39
	6 23	12
	15	48

Alſo iſt das intervallum zwiſchen der mittlern und wahren conjunction 12 ſt. 12′ 30″

die mittlere	28 T.	17	57	11
die wahre	24	5	44	41

Länge der S.			Länge des M.			Apog. des M.	
12 ſt.	29′	34	6°	35′	16″	5′	21″
12′		29		6	35		5
30″		1			16	5	26
	30′	4″	6	42	9		

mittlere Länge der Sonnen	6 Z. 4°	41′		2′
			30	4
	6	4	10	58
Apogæum der Sonnen	3	7	53	11
Anom. der Sonnen	2	26	27	47
proſt. ſubrr.		2	3	20
wahrer Ort der Sonnen	6	2	7	38

Länge

Apogæum des Mondes		10 Z.	4°	50′	19″
				5	26
		10	4	44	53
Länge des Mondes		6 Z.	4°	41′	58″
			6	42	9
mittl. Länge des M.		5	27	59	49
		10	4	44	53
Anom. des Mondes		7	23	14	56
proſt. add.			4	8	9
wahr. Ort des M.		6	2°	7′	58″
wahrer Ort der S.		6	2	7	38
Hor. ☾ a ☉ 31′ 55				20′	37″ part. lim.
die wahre ☌				5 ſt. 44′	41″
limitirte Zeit der ☌				5 ſt. 44′	4″
æquation der Zeit add.					42
die ſcheinbahre Zeit			5	44	46
differ. merid. ſubtr.				5	54
ſcheinbar. Zeit in Jena			5	38	52

Länge des ☊.

Epoch. 1720		4 Z.	28°	11′	3″
	20		26	50	13
	5	3	6	41	46
Aug.			12	52	5
Tage	23		1	13	5
ſtunden	5				40
	38″				5
		4	17	37	54

Länge

Långe des ☊		10	33	9
wahr. O. des M.	6	2	7	37
Arg. der Breit	5	21	34	28 reduct. 1′ 54″ add
wahre Ort des Mondes		6 Z. 2°	7	37
Ort des Mond. in der eclipt.	6	2	9	31
reduct. der Zeit add.			3	39
die ſcheinbahre Zeit der ☌		5 ſt.	38	52″
die ſcheinb. reducirte Zeit der ☌		5 ſt.	42′	31″

Probl 3 **Wenn die Zeit der wahren conjunction gegeben, ſoll die ſcheinbahre Zuſammenkunfft gerechnet werden.**

1) ſuchet mit dem wahren Ort der Sonnen zur Zeit der wahren conjunction die gerade aſcenſion derſelben. (Tab. IX.)

2) Convertiret die Zeit, welche nach dem nechſt-vorhergehenden Mittage bis zur Zeit der wahren ☌ (probl. 2 no. 3) verfloſſen, in einen Bogen des æquatoris (Tab. III.)

3) Addiret dieſen Bogen zu der geraden aſcenſion, (no. 1) ſo gibt die Summe (von welcher, wenn ſie über 360° iſt, ſo viele müſſen weggeworffen werden) die gerade aſcenſion des medii cæli (§ 45) hiezu

4) addiret 90°, ſo habt ihr das punctum oriens æquatoris (ibid.) dieſes

5) ſuchet (Tab. X) unter gehöriger elevation, ſo findet ihr oben und am Rande der Tabelle das punctum oriens der ecliptic, (probl. 7 §. 47) und

und wenn ihr 3 Zeichen davon ſubtrahiret, habt ihr den nonageſimum (§.45)

6) Subtrahiret den Ort der Sonnen, oder des Mondes in der wahren ☌ (allwo ſie einerley ſind) von dem nonageſimo, ſo habt ihr die diſtanz der luminarium von dem nonageſimo.

7) Suchet mit dem wahren Ort der Sonnen die declination derſelben, (Tab. VI) und nehmet das Cptum derſelben zu 90°, (wenn ſie nördlich iſt) oder addiret dazu 90°; (wenn ſie ſüdlich iſt) ſo habt ihr (fig. 44) in dem Triangel PSZ (in welchen Z das Zenith, P der polus æquatoris, S der Ort der Sonnen oder des Mondes, und folglich HO der Horizon, AQ der æquator, EC die ecliptic) die Seite PZ die diſtanz des poli vom Zenith (oder das Cptum der Höhe des poli an euren Ort) ingleichen PS (das Cptum der declination, oder die declination auf 90° vermehret) und den Winckel SPZ, die elongation der Sonnen von dem meridiano; (welche no. 2 durch converſion der Zeit gefunden) Suchet demnach hieraus die Seite ZS, das iſt die diſtanz der Sonnen oder des Mondes von dem vertice. (probl. 8 §. 14 Trig. ſphær.)

8) Hierauf iſt in dem gerade-wincklichten Triangel SNZ (in welchen N der nonageſimus darauf der verticalis ZN perpendiculair fället) die Seite SZ (die diſtanz der Sonnen vom Zenith (no. 7) gegeben, ingleichen SN, (die diſtanz der Sonnen von dem nonageſimo no. 6)

ſuchet derohalben hieraus den Winckel ZSN, (probl. 3 §. 9 Trig. ſphær.) welchen der verticalis ZS mit der ecliptic machet, und der angulus parallacticus genannt wird, weil von der Gröſſe deſſelben die parallaxis der Länge und Breite des Mondes dependiret, ie gröſſer derſelbe nemlich, deſto kleiner iſt die parallaxis.

9) Suchet mit der anomalia des Mondes coæquata (tab. XXX) die parallaxin horizontalem TDB (fig. 45) welche dem ſcheinbahren ſemidiameter der Erden im Monde gleichet.

10) Dieſemnach iſt EL der ſinus R. von der diſtanz des Mondes von dem Zenith (no. 7) LC = ET der ſinus Cpti derſelben; TD der ſinus R. der parallaxis horizontalis des Mondes; wird aber TD von TE abgezogen, bleibet ED übrig; daher in dem gerade-wincklichten Triangel DEL aus den beyden Seiten DE und EL der Winckel ELD gefunden wird.

11) Ziehet ihr aber von dieſen Winckel ELD den Winckel FTL (die diſtanz des Mondes von dem Zenith no. 7) ab, ſo bleibet der Winckel DLT die parallaxis der Höhe des Mondes übrig. (th. 8 §. 6 geom.)

12) Gleicherweiſe ſuchet mit der Höhe der Sonnen (Cptum der diſtanz von dem vertice no. 7) die parallaxin der Sonnen. (Tab. XX)

13) Nun ſey ZHNO (fig. 46) der meridianus, Z des Zenith, HO der Horizon, EC die ecliptic oder der Weg des Mondes, S der wahre Ort des Mondes, SO die parallaxis der Höhe,

daher

daher O der ſcheinbahre Ort des Mondes und OL ein Bogen der ſcheinbahren ecliptic, (zu welcher der Mond reduciret) folglich iſt SL die parallaxis der Breite, und OL die parallaxis der Länge. Suchet derowegen dieſe beyden Seiten, in dem gerade-wincklichten Triangel SLO, aus der baſi OS (der parallaxi der Höhe no. 10 und 11) nebſt dem angulo parallactico SOL, (welchen der verticalis mit der ecliptic machet no. 3) probl. 7 und 8 §. 9 trigon. ſphær.

14) Ziehet hierauf die parallaxin der Höhe der Sonnen von der parallaxi der Länge und Breite des Mondes ab, ſo habt ihr die parallaxin ☾ a ☉ der Länge und Breite.

15) Iſt nun der Ort des Mondes in der wahren ☌ noch vor dem nonageſimo, ſo addiret die parallaxin der Länge (no. 14) zu der wahren Länge des Mondes, (probl. 2) iſt er aber ſchon hinter dem nonageſimo, ſubtrahiret die parallaxin von der Länge, (probl. 9 §. 59) ſo gibt die Summe oder der Reſt die ſcheinbahre Länge des Mondes in der wahren ☌.

16) Iſt die ſcheinbahre Länge des Mondes gröſſer als die wahre, (no. 15) ſo gehet die ſcheinbahre conjunction vor der wahren her, iſt aber iene kleiner, ſo folget die ſcheinbahre ☌ nach der wahren.

17) Im erſten Fall, wenn die ☌ viſa vorhergehet, ſuchet von neuen (no. 1 ſeq.) die parallaxin der Länge und Breite ☾ a ☉ auf eine

halbe Stunde vor der wahren ☌; im andern Fall aber, wenn die ☌ viſa nachfolget, auf eine halbe Stunde nachher.

18) Corrigiret dadurch (wie no. 15 geſchehen) die Länge des Mondes ½ Stunde vor oder nach der wahren conjunction.

19) Nehmet die differenz zwiſchen der ſcheinbahren Länge des Mondes, welche (no. 15 und 18) gefunden, und ziehet dieſelbe von dem wahren ſemihorario ☾ a ſole (probl. 2) ab, ſo bleibet der ſcheinbahre ſemihorarius ☾ a ☉ übrig, deſſen duplum der ſcheinbahre horarius.

20) Mit dieſen dividiret die parallaxin ☾ a ☉ in der wahren ☌, (no. 14) ſo gibt das quotum das intervallum zwiſchen der wahren und ſcheinbahren conjunction;

21) Gehet nun die ſcheinbahre conjunctio vorher, (no. 16) ſo ſubtrahiret dieſes intervallum von dem momento der wahren ☌, (probl. 3) folget ſie aber nachher, addiret ſelbiges zu gedachter Zeit, ſo gibt die Summe oder der Reſt das moment der ſcheinbahren conjunction.

22) Auf dieſe Zeit rechnet von neuen die wahren Oerter der Sonnen und des Mondes nebſt derſelben parallaxi der Länge und Breite, wie bisher gelehret werden, da denn die diſtanz der wahren Oerter præciſe ſo groß ſeyn muß, als die parallaxis der Länge ☾ a ☉. Solte ſich aber noch eine kleine differenz finden, ſo dividiret dieſelbe von neuen durch den ſcheinbahren horarium ☾ a ☉, (no. 19) und corrigiret mit

dem

dem quoto die Zeit der ſcheinbahren conjunction (no. 21).

Wir wollen z. E. das moment der ſcheinbaren Verfinſterung ſuchen, nachdem probl.præc. die Zeit der wahren conjunction und was dazu gehöret, gerechnet werden.

Aſc.R.☉	181°	56′	36″	5ſt.	75°		
El. a mer.	85	37	45	40′	10		
Aſc.R.M C.	267	34	21	2		30′	
	90			31		7	45″
punct.or æq.	357	34	21		85	37	45

punct.or.ecl. 24 15 ♓
Nonag. 24 15 ♐
Locus ☉ 2 7 ♎

Diſt. Lum. a nonag. 2Z. 22° 8′
Declin. ☉ auſtr. 50′ 52″ Ergo PS. 90° 50′ 52″
ST. SR. 38° 58′ = SR 85° 38′ : SR. Inv. I.

Log. SR. 38° 58′		97985596
Log. SR. 85 38		99987375
Log. SR. 38 49		*97972971

SC. 85° 38′ : ST. = TC. 38° 58′ : TC. Inv. II.

Log. TC. 38° 58′ † rad.	200921475
Log. SC. 85 38	88816069
Log. TC. 3 32	112105406

90 50 52″ Declin.
87 18 52 Inv. III.

ST. : SC. Inv. I. = SC. Inv. III : SC. ZS.

Log. SC. 38°	49′	98916242
Log. SC. 87	19	86703932
Log. SC. 87	55	*85620174

Alſo iſt die diſtanz derer Luminarium von dem vertice 87° 55′, folglich die Höhe 2° 5′.

TC. diſt. a Non. : TC. diſt. a vert. = ST. : SC. ZSN.

Log. TC. 87°	55′	† rad.	185608276
Log TC. 82	1		91404092
Log. SC. 74	44		94204184

Folglich iſt der Winckel des verticalis mit der ecliptic 74° 44′.

Anom. med. lunæ	7 ♑. 23°	14′	56′	
proſt. add.	4	8	9	
Anom. coæqu.	7	27	23	5
Parall. horiz. ☾			58	40
SC. diſt. ☾ a vert.			36	35
T. Parall. Hor.			1706	
DE			1929	

EL. : DE = ST. : TC. EDL

99933 | 192900000 | 1930
99933 :
929670
899397
302730
299799
29310

daher

daher iſt der Winckel EDL	88°	53′	38″
ETL	87	55	
die parallaxis der Höhe des M.		58	38″

ST. : SR. 58′38″ = SR. 74° 44′ : SR. SL

Log. SR. 74° 44′	99843917
Log. SR. 58′ 38″	82318347
Log. SR. 56′ 33″	✗82162254

Daher iſt die parallaxis der Breite des Mondes 56′ 33″

parallaxis der Sonnen		10
parallaxis ☾ a ☉	56	23

SC. 74° 44′ : ST. = TC. 58° 38′ : TC. OL.

Log. TC. 58′ 38″ † rad.	217681020
Log SC. 74° 44′	94284704
Log. TC. 15′ 29″	✗23476316

Alſo iſt die parallaxis der Länge des Mondes 15′ 29″

der Sonnen		10
☾ a ☉	15	19

der wahre Ort des Mondes in der wahren ☌ 6Z. 2° 9′ 31″

parall. ☾ a ☉ ſubtr.			15	19
der ſcheinbahre Ort des Mond. in der wahren ☌	6	1	53	12

Pro horario viſo.

wahre Länge der Sonnen in ☌ vera	6Z.	2°	7′	37
½ ſtündliche Bewegung			1	14
	6	2	8	51

wahre Länge des Mond. in ♂ vera 6Z. 2° 7′ 37
½ ſtündliche Bewegung 17 11

6 2 24 48

mittlere Länge ☊ in ♂ vera 10 13 9
½ ſtündliche Bewegung 4

10 33 5

Argum latit. 5 21 51 43
Red. ad eclipt. add. 1 50
Ort des M. in eclipt 6 2 26 38

Aſc. R. ☉	181°	8′	10″
Elong. a mer.	93	7	45
Aſc. R. M. C.	275	5	55
	90		
	365	5	55
	360		
punct. or. æqu.	5	5	55
punct. or. eclipt.	11	55	♈
Nonageſimus	11	55	♑
Locus ☾	2	26	♎
Diſt. ☾ a Non.	3Z. 9	29	
Declin. auſtr.		58′	11″ PS. 90° 58′ 11″

ST. : SR. 38° 58′ = SR. 93° 8′ : SR. Inv. I.

Log. SR. 38° 58′	9798 5596
Log. SR. 93 8	9999 3503
Log. SR. 38 54′	✗9797 9093

SC

SC. 93° 8′ ; ST. = TC. 38° 58′ : TC. Inv. II.

Log. TC. 38° 58 † rad. 200921475
Log. SC. 93 8 87376675

Log. TC. 2 32′ 113544800
Declin. 90° 58 11

93 30 11 Inv. III.

ST. : SC. Inv. I. = SC. Inv. III. : SC. ZS.

Log. SC. 38° 54′ 98911153
Log. SC. 93° 30 87856753

Log. SC. 87° 17′ 186767906

Alſo iſt die diſtanz des Mondes von dem radio 87° 17′, folglich iſt die Tieffe 2° 43′.

TC. diſt. a nonag. : TC. diſt. a vert. = ST. : SC. ZSN.

Log. TC. 87° 17′ 186762393
Log. TC. 99 29 92228298

Log. SC. 73° 30′ 94534095

Alſo iſt der Winckel, den der verticalis mit der ecliptic machet 73° 30′.

SC. diſt. a vert. 4739
T. parall. Horiz. 1706

998897 | 303300000 | 3036
299661 ‥-

363900-
EDL 88° 15′ 36 299661-
ETL 87 17

642390

58′ 36″ parall. alt. ☾.

ST. : SR 58′ 36″ = SR. 73° 30′ : SR. SL.

Log. SR. 73 30′	99817370
Log. SR. 58 36	82315888
Log. SR, 56 11	182133258
10	
56 1 parall. Lat. lunæ.	

SC. 73° 30′ : ST = TC. 58′ 36″ : TC. OL.

Log. TC. 58′ 36″ † rad.	217282516
Log. SC. 73 ° 10′	94533418
Log. TC. 18′ 16″	122749098
Parall. ☉ 10	
Parall. ☾ a ☉ 18′ 6″	
in ☌ 15 19	
Diff. in ½ ſt. 2′ 47″	

Semih. ver. ☾ a ☉	15′ 58″
parall.	2 47
Semihorar. viſus	13 11
Horarius viſus	26 22

Parall. ☾ a ☉ in ☌	15′ 19″	0‴	34′ 51″
Hor. viſus ☾ a ☉ 26′ 22″	14 12	28	
	44		
	14 56	28	
	22	32	

Dieſemnach iſt das intervallum zwiſchen der wahren und ſcheinbahren ☌. 34′ 51″
Die Zeit der wahren ☌. 5 ſt. 42 31
Die Zeit der ſcheinbahren ☌ 6 ſt. 17 22

Pro

Pro locis viſis in ☌ viſa.

Der wahre Ort der Sonnen in der wahren ☌	6 Z.	2°	7′	37″
Bewegung in 34′ 51″			1	25
wahre Ort ☉ in der ſcheinb. ☌	6 Z.	2°	9′	2″
wahr. Ort des M. in der wahr. ☌	6	2	7	37
Bewegung in 34′ 51″			19	58
der wahre Ort des M. in ☌ viſa	6	2	27	35
mittlere Länge ☊ in ☌ vera		10	33	9
Bewegung in 34′ 31″				4
mittlere Länge ☊ in ☌ viſa		10	33	5
Argument. latit. in ☌ viſa	5	21	54	30
Red. ad eclipt. add.			1	50
Locus lunæ ad eclipt. red.	6	2	28	25

Aſc. R. ☉	181°	58′	20″
Elong. a Mer.	94	20	30
Aſc. R. M. C.	276	18	50
	90		
	366	18	50
	360		
Punct. or. æquat.	6	18	50
Punct. or. eclipt.	14	43	♈
Nonageſ.	14	43	♑
Ort des Mondes	2	28	♎

Diſt. des M. a Non. 3 Z. 12° 15′

Declin. ☾ auſt. 59′ 9″: Ergo PS 90° 59′ 9″

ST. : SR. 38° 58′ = SR. 94° 20′ SR, Inv. I.

Log. SR. 38° 59′ 97985596
Log. SR. 94 20 !99997567

Log. SR. 38 50 x97973163

SC. 94° 20′ : ST. = TC. 38° 58′ : TC, Inv. II.

Log. TC. 38° 58′ † rad. 200921475
Log. SC. 94 20 88782854

Log. TC. 3 30 112138421
90 59 9″ Declin.

94 29 9 Inv. III.

ST. : SC. Inv. I. = SC. Inv. III: SC. ZS.

Log. SC. 38° 50′ 98915226
Log. SC. 94 29 88930351

Log. SC. 86 31 x87845577

Alſo iſt die diſtanz des Mondes von dem Nadir 86° 31′

Folglich iſt die Tieffe 3° 29′

TC. diſt. a Non. : TC. diſt. a vert. = ST. : SC. ZSN.

Log. TC. 86° 31′ † rad. 187844079
Log. TC. 102 15 93367024

Log. SC. 73 43 94477055

Alſo iſt der Winckel, den der verticalis mit der ecliptic machet 73° 43′

SC. diſt. ☾ a vert. 6075
T. parall. Hor. 1706

SR. diſt. a vert. 9915 | 436900000 | 4377
399260 ‥‥
376400 ‥
299445 ‥‥
769550
698705
708450.

EDL. 87° 29′ 30″
ETL 86 31

58 30 parall. alt. ☾.

ST. : SR. 58′ 30′ = SR. 73° 43′ SR. SL.

Log. SR 73° 43′ 99822201
Log. SR. 58′ 30″ 82308451

Log. SR. 56′ 9″ 82130658
par. ☉ 10

55′ 59″ Parall. lat. ☾ a ☉

SC. 73° 43′ : ST. = TC. 58′ 30″ : TC. OL.

Log. TC. 58′ 30″ † rad. 217690370
Log. SC. 73° 43′ 94477586

Log. TC. 16 25 123212784
6ʒ. 2° 28 25 locus ☾ verus in ☌ viſa.

6 2 12 0 locus ☾ viſus in ☌ viſa
6 2 8 52 locus ☉ viſus in ☌ viſa.

Hor.

Hor. viſ. 26′ 22″ | 3′ 8″ 0‴ | Diſt. Lumin.
3 4 34 | 7′ 9″ part. lim.
4 26
6ſt. 17′ 22″ ☌ viſa.

mom. ☌ viſæ limit.		6ſt.	10	13	
Locus ☉	6Z.	2°	9′	2″	
Motus in 7′ 9″				17	
Locus verus ☉	6	2	8	45	in ☌ viſ. lim.
Parall.				10	
Locus viſus ☉	6	2	8	35″	in ☌ viſ. lim.
Locus lunæ verus	6	2	28	25	
Motus in 7′ 9″			4	5	
Locus verus lun.	6	2	24	20	in ☌ viſa lim.
Parall. des Mondes			15	55	
Locus viſus lunæ	6	2	16	25	in ☌ viſa lim.

Probl 5

Die Gröſſe einer Sonnen-Finſterniß berechnen.

1) Rechnet auf das momentum der ſcheinbahren ☌ (probl. 4 no. 21) den Ort des ☉, und ziehet denſelben ab von dem wahren Ort des Mondes zu dieſer Zeit, ſo habt ihr das argument der Breite, mit dieſen

2) Suchet die wahre Breite des Mondes (Tab. XXVIII.)

3) Suchet auf daſſelbe moment der ſcheinbahren conjunction die parallaxin der Breite ☾ a ☉ (probl. 4 no. 14) und ſubtrahiret

4) Die-

4) dieſe von der wahren Breite (wenn ſie nördlich) addiret ſie aber dazu (wenn ſie ſüdlich) iſt; ſo habt ihr die ſcheinbahre Breite des Mondes in ☌ viſa. Solte aber die parallaxis im erſten Fall gröſſer ſeyn als die Breite, ſubtrahiret dieſe von jener, ſo bleibet die ſüdliche Breite übrig.

5) Suchet mit der wahren anomalie der Sonnen und des Mondes den diameter der Sonnen (Tab. XXI) und des Mondes (Tab. XXX.)

6) Addiret dieſelbe, und von der Summe ſubtrahiret die ſcheinbahre Breite, (no. 4) ſo habt ihr die ſcrupula defectus.

7) Saget (probl. 21 §. 23 arithm.) der ſemidiameter der Sonnen (no. 5) macht 6 Zoll, wie viel machen die ſcrupula defectus (no. 6) ſo gibt das quotum, wie viel Zoll und Scrupel von der Sonnen verfinſtert werden.

Z. E. Die mittlere Länge ☊ in ☌ viſa war

vorhin		10°	33′	5″
der wahre Ort ☾ in ☌ viſ. lim.	6 Z.	2	24	20
alſo iſt argum. latit.	5 Z.	21°	51′	15″
folglich die wahre nördliche Breite			42′	28″
parall. lat. in ☌ viſa lim.			56	1
die ſcheinbahre ſüdliche Breite			13	33
mittl. Anom. ☉ in ☌ vera	2 Z.	26°	27′	47″
proſtaph. ſubtr.		2	3	10
wahre Anom. der Sonn.	2	24	24	27

mittl

mittl. Anom. ☾ in ☌ vera	7	23	14	56
proſtaph.		4	8	9
wahre Anom. des Mond.	7	19	6	47

ſemid. der Sonnen	15′	53″
ſemid. des Mond.	16	3
ſumma ſemidd.	31	56
latit. viſa	13	33
15′ 53″ : 6 Zoll =	18	23
		6

1 2 18
48

15′ 53 | 1 50 18 | 6Ʒ. 58′ digiti ecliptici

5 18
1 . 30
1 35 18
15 0

Probl. 6 **Den Anfang und das Ende, wie auch der gantzen Daurung einer Sonnen-Finſterniß berechnen.**

1) Rechnet von neuen auf eine Stunde vor der ſcheinbahren conjunction den wahren Ort der Sonnen und des Mondes, wie auch die ſcheinbahre Länge und Breite derſelben.

2) Jngleichen auf eine Stunde nachher.

3) ſubtrahiret von der ſcheinbahren Länge der Sonnen und des Mondes in der ☌ viſa, die ſcheinbahre Länge derſelben 1 Stunde vorher

und

und die differentzen wiederum eins von der andern, ſo habt ihr den ſcheinbahren horarium ☾ a ☉ eine Stunde vor der ſcheinbahren conjunction.

4) Subtrahiret auch die ſcheinbahre Länge der Sonnen und des Mondes in der ſcheinbahren conjunction, von der ſcheinbahren Länge 1 Stunde nachher, und die differentzen wieder von einander, ſo habt ihr den ſcheinbahren horarinm ☾ a ☉ auf eine Stunde nach der ſcheinbahren conjunction.

5) Multipliciret die Summe derer ſemidiametrorum der Sonnen und des Mondes mit ſich ſelbſt, ingleichen auch die ſcheinbahre Breite des Mondes in der ſcheinbahren conjunction mit ſich ſelbſt.

6) ſubtrahiret das letztere quadrat (der Breite von dem erſten, (der Summe derer ſemidd.) und extrahiret aus dem Reſt die quadrat Wurtzel (probl. 30 §. 32 arithm.) ſo habt ihr die Scrupel der halben duration.

7) Dividiret dieſe Scrupel mit dem horario ☾ a ☉ 1 Stunde vor der ſcheinbahren ☌, (no. 3) ſo gibt das quotum die Zeit von dem Anfang der Finſterniß bis zur Mitte.

8) Dividiret dieſelbe Scrupel (no. 6) mit dem horario viſo 1 Stunde nach der ſcheinbahren conjunction (no. 4) ſo gibt das quotum, wie lange die Finſterniß währet, von dem Mittel biß zu Ende.

9) ſubtrahiret das erſte quotum (no. 7) von

der Zeit der ſcheinbahren conjunction (probl. 5 no. 21) ſo gibt der Reſt den Anfang der Verfinſterung.

10) Addiret das letzte quotum (no. 8) zu derſelben Zeit der ſcheinbahren conjunction, ſo gibt die Summe das Ende.

11) Addiret auch die beyden quota, (no. 7 und 8) ſo gibt die Summe die Zeit der gantzen Daurung der Finſterniß.

Es ſey Z. E. die Zeit der ſcheinbahren conjunction.

6ſt. 10′ 13″ da der wahre Ort der Sonnen	6Z.	2°	8′	48″
Hor. der Sonnen		-	2	27
der wahre Ort der S. 1ſt. a ☌	6	2	6	18
der wahre Ort des M. in ☌ viſa	6	2	24	20
Hor. des Mondes			34	23
der wahre Ort des M. 1ſt. a. ☌	6	1	49	57
der mittlere Ort ☊ in ☌ viſa		10	33	5
horar.				8
locus ☊ 1ſt. a. ☌		10	33	13
Argum. lat. 1ſt. a. ☌	5	21	16	44
Red. ad Eclipt.			1	58
Locus ☾ ad Ecl. red.	6	1	51	55

Aſc. R. ☉	181°	55′	49″
Elong. a Mer.	77	33	15
Aſc. R. M. C.	259	29	4
	90		
punct. or. æqu.	349	29	4

punct.

punct. or. Ecl.	6°	0′	♓
Nonag.	6	0	♐
locus ☾	1	52	♎

Diſt. ☾ a Non. 2 Z. 4° 8′

Declin. ☾ in eclipt. 44′ 36″ auſtr. Ergo PS 90° 44′ 36″.

ST. : SR. 38° 58′ = SR. 77° 33′ : SR. Inv. I.

Log. SR. 38° 58′	97985596
Log. SR. 77 33	99896654
Log. SR. 37° 53	x97882250

SC. 77° 33′ : ST = TC. 38° 58′ : TC. Inv. II.

Log. TC. 58° 58′ † rad.	200921475
Log. SC. 77 33	93336237
Log. TC. 9 53	107585238

90 44 36 Declin.

80 51 36 Inv. III

ST. : SC. Inv. I. = SC Inv. III. : SC. ZS

Log. SC. 37° 53′	98972216
Log. SC. 80 51	92014509
Log. SC. 82° 46′	x90986726

Alſo iſt die diſtanz des Mondes a vertice 82° 48′, folglich die Höhe 7 12′

TC. diſt. ☾ a Non. : TC. diſt. a vert. = ST. : SC. ZSN.

Log. TC 82° 48′ † rad.	191015044
Log. TC. 64 8	96856120
Log. TC. 75° 24′	194158924

Folglich iſt der Winckel des verticalis des Mondes mit der ecliptic 75° 24′.

SC. diſt. ☾ a vert.	12533
T. parall. Hor.	1706
DE	10827

EL : DE = ST : ST : TC. EDL.

```
99211|1082700000|10913
      99211----
      905900·-
      892899-.
      130010-
      99211-
      307990
```

alſo iſt der Winckel EDL	83°	44′	6″
ETL	82	48	
die parallaxis der Höhe des M.		56	6

ST. : SR. 56′ 6″ = SR. 75° 24′ : SR. SL.

Log. SR. 75° 24′	99857449
Log. SR. 56′ 6″	82126635
Log. SR. 54′ 32″	✗81984084

daher iſt die parallaxis der Breite des Mondes 54′ 32″

parall. der Sonnen		10
patall. ☾ a ⊙	54	22

SC. 75° 24′ : ST. = TC. 56′ 6″ : TC. OL.

Log. TC. 56′ 6″ † rad.	217872786
Log. SC 75° 24′	94015201
Log. TC. 14′ 9″	123857585

alſo

alſo iſt die parallaxis der Långe des Mondes			14′	9″
wahre Långe des M.	6	1	49	57
ſcheinb. Långe des M 1 ſt. a. ☌ viſ.	6	1	35	48

Hora poſt ☌ viſam.

der wahre Ort der Sonnen in ☌ viſa	6 Z.	2°	8′	45″
Horar. ☉			2	27
wahr. Ort der S. 1 ſt. p. ☌ viſ.	6	2	11	12
Der wahre Ort ☾ in ☌ vera	6	2	24	20
Hor. des Mondes			34	23
Der wahre Ort ☾ 1 ſt. p. ☌ viſ.	6	2	58	43
Der mittlere Ort ☊ in ☌ viſa		10°	33′	5″
Horar.				8
Der mittl. Ort ☊ 1 ſt. p. ☌ viſa		10°	32	57
Argum. lat. 1 ſt. p. ☌ viſ.	5 Z.	22°	25′	46″
Red. ad eclipt. add.			1	43
locus ☾ in eclipt. 1 ſt. p. ☌ viſ.	6 Z.	3°	0′	26″

Aſc. R. der Sonnen	182°	0′
Elong. a mer.	107	33
Aſc. R. M. C.	289	33
	90	
	379	33
	360	
punct. or. æqu.	19	33

punct. or. Ecl.	12 0 ♉
Nonag	12 0 ♒
Ort des Mondes	3 0 ♎
Diſt. ☾ a Non.	4 3 9° 0′

Declin. ☾ in eclipt. 1° 11′ 55″ auſtr. Ergo PS 91 12′

ST : *SR*. 38° 58′ = *SR*. 107° 33′ : *SR*. Inv. I.

Log. *SR*. 38° 58′	97985596
Log. *SR*. 107 33	99792998
Log. *SR*. 36 49	197778594

SC. 107° 33′ : *ST* = TC 38° 58′ : TC. Inv. II

Log. TC. 38° 58′ † rad.	200921475
Log. *SC*. 107 33	94793420
Log. TC. 13° 43′	106128055

91	12	Declin.
104	55	Inv. III.

ST. : *SC*. Inv. I. = *SC*. Inv. III. : *SC*. *ZS*.

Log. *SC*. 36° 49′	99033923
Log. *SC*. 104 55	94106320
Log. *SC*. 78 6	193140243

Alſo iſt die diſtanz des Mondes von dem Nadir 78° 8′ folglich die Tieffe 11° 34′

TC. diſt. a Nonag. : TC. diſt. a vert. = *ST*. : *SC*. *SN*

Log. TC. 78° 6′ † rad.	193237327
Log. TC. 129 0	99083692
Log. *SC*. 74 55	94153635

Alſo

Alſo iſt der Winckel des verticalis mit der Ecliptic 74° 55′

SC. diſt. ☾ a vert.	20620
T. parall. Horiz.	1706
	18914

EL. : DE = ST. : TC. EDL

97851 | 1891400000 | 19337
9786
91270000
88065900
3204100
2835530
368570
293553
749170

daher iſt der Winckel EDL	78°	51′	22″
ETL	78	6	
die parallaxis der Höhe des M.		45′	22″

ST. : SR. 45′ 22″ = R. 74° 35″ : SR. SL.

Log. SR. 74° 55′	99847740
Log. SR. 45′ 22″	81204259
Log. SR. 43′ 48″	181051999

daher iſt parall. der Br. des M.	43′	48″
parall. der Sonnen		10
parall ☾ a ☉	43	38

SC. 74° 55′ : ST = TC. 43′ 38″ . TC. OL.

Log. TC 43′ 38″ † rad.	218964568			
Log. SC. 74° 55	94153468			
Log. TC. 11′ 22″	124811100			
alſo iſt die parall. Longit. des M.			11′	22″
wahre Länge des M. iſt p. ☌ viſ.	6 Z.	2°	58′	43″
ſcheinb. Länge des Mondes	6	2	47	21
ſcheinbahre Länge des Mondes in ☌ viſa	6	2	16	25
iſt. a. ☌ viſ.	6	1	35	48
Hor. viſus ☾			40	37
Horar. ☉			2	27
Hor. viſus ☾ a ☉ iſt. a. ☍ viſ.			38	10
ſcheinbahre Länge des Mondes iſt. p. ☍ viſ.	6 Z.	2°	47′	21″
in ☍ viſa	6	2	16	25
Horar. lunæ viſus			30	56
Hor. der Sonnen			2	27
Hor. ☾ a ☉ viſus iſt. p. ☍ viſ.			28	29

Summa ſemidd. 31′ 56″ = 1916

```
     1916
     1916
    -----
    11496
    1916
   17244
   1916
  -------
  3671056.
```

Latit. viſa 14′ 33″ = 873
873
2619
6111
6984
762129

Diff. quadrator. 2|90|89|27 (1705 = 28′25″
190
27
189
18927
340

alſo ſind ſcrup. dim. dur. | 28′25″ 0‴ | 44′ 40″
Hor. ☾ a ☉ a. ☍ viſ. 35′10″ | 27 7 20 |
52
25 40

dimid. mora von Anfang bis zur Mitten 44′40″

Hor. ☾ a ☉ 1 ſt. p. ☍ viſ. 28′29″ | 28′25″ 0‴ | 59′52″
27 28 31 |
32
24 29

dim. mora a med. ad finem 59′ 52″
ab init. ad med. 44 40

Die gantze Daurung 1 44 32
Mom. ☾ viſæ 6ſt. 10′ 13″
dur. ab init. ad med. 59 52

Das Ende 5 10 5

Probl 7 Das schema einer Sonnen-Finſterniß verzeichnen.

1) Wenn die ſcheinbare Breite des Mondes eine Stunde vor und nach der ☌ viſa gefunden, (probl. 6) ſo nehmet die differenz zwiſchen dieſen Breiten und der ſcheinbahren Breite in ☌ viſa probl. 5)

2) Saget: (probl. 21 §. 23 arithm.) in einer Stunde verändert ſich die ſcheinbahre Breite ſo viel als (no. 1) gefunden, wie viel von der Zeit der ſichtbahren conjunction bis zu dem Anfang oder dem Ende der Finſterniß (no. 7, 8 probl. 6)

3) Corrigiret durch dieſe (no. 2) gefundene differentzen die ſcheinbahre Breite ☾ a ☉ in der ſcheinbahren conjunction, ſo habt ihr die ſcheinbahre Breite im Anfang und am Ende der Finſterniß.

4) Verzeichnet einen Maaßſtab wie bey denen Mondes-Finſterniſſen gelehret (probl. 6 §. 114)

5) Ziehet die gerade Linie AB (fig. 47) welche die ecliptic vorſtellet.

6) Beſchreibet aus C mit der Summe der ſemidiametrorum der Sonnen und des Mondes AC einen Circkel, ingleichen einen andern mit CF dem ſemidiametro der Sonnen, welcher alſo die Sonne vorſtellet.

7) Richtet aus C über AB die perpendicularem CL auf, wenn die ſcheinbahre Breite nördlich iſt oberwerts, iſt ſie aber ſüdlich unterwerts,

und

und traget in dieſelbe die ſcheinbahre Breite des des Mondes in der ☌ viſa, wie auch im Anfang und am Ende der Finſterniß, nemlich in I, H und K.

8) Ziehet durch H und K mit AB parallel-Linien durch H (der Breite im Anfang der Finſterniß) nach E, und durch K (der Breite am Ende) nach G.

9) Durch E, I und G ziehet einen Bogen, (prob. 20 §. 22 geom.) welcher den ſcheinbahren Weg des Mondes vorſtellet.

10) Laſſet aus C auf dieſen Bogen die perpendicularem CD fallen, (ax. 11 §. 6 geom.) welche die ſcheinbare Breite der gröſten Verfinſterung andeutet.

11) Ziehet aus D, G, und E mit dem ſemidiametro des Mondes Circkel, welche den Mond vorſtellen, ſo iſt das ſchema der Finſterniß verzeichnet.

Z. E. das argument der Breite iſt 1 ſt. a. ☌ viſ. 5 Z. 21° 16′ 44″; daher iſt die wahre

Breite des Mondes	45′	26″	nördl.
parall. lat. ☾ a ☉	54	22	
die ſcheinb. Breite 1 ſt. a ☌ viſ.	8′	56″	ſüdl.
das argum. lat. 1 ſt. p. ☌ viſ.	5 Z. 22°	25,	46″
daher iſt die wahre Breite	39′	29″	
die parall. lat. ☾ a ☉	43	38	
die ſcheinb. Breite 1 ſt. p. ☌ viſ.	4′	9″	

Die

die ſcheinb. Breite in conj. viſa			14′	33″
1 ſt. vorher			8	56
Horarius			5	37
1 St. nachher			4	9
Horarius			10	24
Interv. von Anfang bis zur Mitte			44′	40″
Horar.			5	37
	3	27	24	40
		3	8	
		40	20	
	4′	0″	52	40
latit. in conj. viſ.	14	33		
latit. in init.	10	32		
Interv. von der Mitte bis zum Ende			59′	52″
Horar.			10	24
	9	23	20	48
		8	36	
		50	40	
	10	22	36	48
latit. in conj viſ.	14	33		
latit. in fine	4	11		

§. 117. Weil der Mond durch ſeinen Zwiſchen-Stand zwiſchen der Sonnen und der Erden, auch zugleich einige Theile der Erden, welchen er die Sonnen-Strahlen entziehet, verfinſtert, (§. 128 aſtr.) ſo haben wir bey der Rechnung einer Sonnen-Finſterniß zugleich auch mit auf dieſe Verfinſterung der Erden zu ſehen, und zu berechnen; 1) Die

1) Die Gröſſe derſelben, wie viel nemlich von der Erden, ſowohl durch den Schatten als Halb-Schatten des Mondes bedecket werde;

2) Wie lange ſich beyderley Schatten auf der Erden verweilen.

3) Den Weg, welchen dieſer Mondes-Schatten durch die Erde nimmt, welchen Ort der Erden er zum erſten und zum letzten berühret, wo das centrum deſſelben in der gröſten Verfinſterung der Sonnen, auch ſonſt zu einer ieden Zeit währender Finſterniß ſich findet.

4) Wie der Riß von einer ſolchen Finſterniß zu machen.

§. 118. Man nennet dergleich[illegible] Rechnung den calculum eclipſeos univerſalis, weil dadurch die Sonnen-Finſterniß nicht auf einen gewiſſen Ort der Erden, ſondern auf die gantze Erde berechnet wird; wiewohl man auch nachmals zurück gehen, und durch eben dieſe Rechnung, die Erſcheinung der Sonnen-Finſterniß auf einen gewiſſen Ort der Erden reduciren kan. Es läſſet ſich aber dergleichen Rechnung auf verſchiedene Weiſe berechnen. Denn wie wir bisher bey Ausrechnung der particulairen Sonnen-Finſterniß die ſichtbahren Mondesſcheibe hinauf nach der Sonnen referiret haben, aber auch durch gleiche Einbildung die Sonne hinunter nach den Mond bringen können, ſo ſtehet uns frey, ob wir allein den Schatten des Mondes auf der Erden betrachten, oder die ſcheinbahre Scheiben der Sonnen uud des

Mon-

Mondes, wie ſie mit einander vereiniget ſind, herunter auf die Erde bringen wollen, daß wir erkennen mögen, was vor Theile der Erden dadurch verfinſtert oder erleuchtet werden. Ja man kan auch die ſcheinbahre Scheibe der Erden (wie ſie ſich nemlich im Monde præſentiret) nach dem Mondes-Kreiß erheben / und aus ſolcher Betrachtung erforſchen, was für Theile der Erden ihr Licht durch den Zwiſchen-Stand des Mondes verliehren werden; wie der berühmte Frantzöſiſche Aſtronomus CASSINI zuerſt gelehret, (vid. du HAMEL Hiſt. Reg. Scient. Acad. p. m. 116 und Hiſtoire de l' Acad. Roy: des ſcienc. Anno 1700 p. 131.)

Wir wollen die erſtere Art, nach welcher der Schatten und Halb-Schatten des Mondes, wie ſie auſſer unſer Einbildung in der That ſelber auf die Erde fallen, berechnet werden, zuvorderſt erklähren, nachher aber auch kürtzlich zeigen, wie die Rechnung nach der andern methode angeſtellet werde.

§. 119. Sollen wir demnach erſtlich die Gröſſe einer Erd-Finſterniß, wie ſie aus dem Mond etwa möchte obſerviret werden, determiniren. Haben wir ſowohl den ſcheinbahren diameter der Erden, wie groß derſelbe, nemlich in dem Mond geſehen wird, als des Schatten und Halbſchatten des Mondes auf der Erden zu finden, aus deren Verhältniß gegen einander, (Cor. 2 Probl. 25 §. 33 geom., nachmals die verlangte

Gröſſe

Gröſſe leichtlich zu ſchlieſſen. Es ſind hiebey folgende Problemata aufzulöſen.

Den ſcheinbahren ſemidiameter der Erden im Monde in der wahren conjunction der Sonnen und des Mondes beſtimmen. Probl. 1

Weil der geſuchte ſemidiameter der parallaxi horizontali des Mondes gleich (probl. 3 no. 9 §. 116) ſo rechnet auf die gegebene Zeit die coæquirte anomalie des Mondes, und ſuchet damit (Tab. XXX) die parallaxin lunæ horizontalem, dieſe gibt den geſuchten ſemidiameter.

Dieſemnach erſcheinet der ſemid. ⊕ im Mond zur Zeit der wahren coniunction A. 1726 den 25 Sept. 38′ 40″ (l. c.)

Wenn der ſcheinbahre ſemidiameter der Sonnen und des Mondes gegeben, ſoll der ſcheinbahre ſemidiameter des Mondes-Schatten auf der Erden (wie derſelbe im Mond geſehen wird) gefunden werden. Probl. 2

Ziehet den ſemidiameter der Sonnen, von dem ſemidiameter des Mondes ab, ſo gibt der Reſt den geſuchten ſemidiameter des Schatten.

Coroll. Wenn demnach der ſemidiameter der Sonnen gröſſer iſt als der ſemidiameter des Mondes, ſo reichet die Spitze des Mondes-Schatten gar nicht auf die Erde.

Z. E. Im vorigen Exempel war der ſemid. des

Mondes	16′	3″
der Sonnen	15	53
alſo iſt der ſemid. des Mondes Schatten		10″

Beweiß.

Es ſey S das centrum der Sonnen, L das centrum des Mondes, (fig. 48) T das centrum der Erden, ſo iſt AT der ſemidiameter des Mondes-Schatten auf der Erden, (Cor. 5 §. 40 opt.) dieſer aber iſt = LB,) ax. 2 §. 29 geom.) und weil AC nach dem Rande der Sonnen gehet, AB nach dem centro der Sonnen, (ch. 2 §. 39 opt.) ſo iſt der ſemidiameter der Sonnen, wenn ſie ſo weit von der Erden als der Mond = BD, da nun LD der ſemidiameter des Mondes, ſo iſt LB = TA (der ſemid. des Monds-Schatten auf der Erden, = dem ſemidiameter des Mondes — dem ſemidiameter der Sonnen. W. Z. B.

Probl 3 **Wenn der ſemidiameter der Sonnen und des Mondes gegeben, ſoll der ſcheinbahre ſemidiameter des Halb-Schatten vom Mond, (wie er in dem Mond erſcheinet) gefunden werden.**

Addiret den ſemidiameter der Sonnen zu dem ſemidiameter des Mondes, die Summe gibt den verlangten ſemidiameter des Halbſchatten.

Z. E. Es ſey ſemid. der Sonnen	15′	53″
des Mondes	16	3
alſo iſt ſemid. des Halb-Schatten	31′	56″

Beweiß.

Es ſey abermahl S (fig. 48) das centrum der Sonnen, L das centrum des Mondes, T das centrum der Erden, ſo iſt TG der ſemidiameter des Halb-Schatten vom Mond auf Erden, (§. 42 Opt.) TG aber iſt = LF, und weil der Strahl GEC nach dem Rande der Sonnen gehet, GF nach dem centro (theor. 2 §. 39 opt.) ſo iſt FE der ſemid. der Sonnen, wenn dieſe ſoweit von der Erden entfernet als der Mond, nun aber iſt EL der ſemidiameter des Mondes, folglich iſt FL = GT (der ſemidiameter des Halb-Schatten des Mondes,) die Summe derer ſemidiametrorum der Sonnen und des Mondes W. Z. B.

Den Theil der Erden finden, welcher durch den Schatten oder Halb-Schatten des Mondes bedecket wird. Probl 4

Multipliciret ſowohl den ſcheinbahren ſemidiameter der Erden (probl. 1) als des Mondes-Schatten (probl. 2) und Halb-Schatten, (probl. 3) ieden mit ſich ſelbſt, nachmahls dividiret das quadrat des ſemidiametri der Erden, durch das quadrat des Schatten und Halb-Schatten des Mondes, ſo gibt das erſte quotum den Theil der Erden, welcher durch den Schatten ſelber, das andere den Theil, wel-

cher durch den Halb-Schatten verfinſtert wird, (Cor. 2 Probl 25 §. 33 geom.)

Z. E. Es ſey ſemid. der Erden 58′ 40″ = 3520″, □ 12390400

ſemid. des Schatten 10′, □ 100

des Halb-Schatten 31′ 56″, = 1916 □ 3671056

Folglich wird der Schatten des Mondes nur den 123904ten Theil der Erden, das iſt auf 71 quadrat-Meilen (§. 12 geogr.) bedecken, der Halb-Schatten aber breitet ſich faſt über den dritten Theil der Erden aus.

Probl 5 **Finden wie viel Grad der Halb-Schatten des Mondes in dem gröſten Circkel, auf den Umfang der Erden einnimmt.**

Es ſey T das centrum der Erden, (fig. 50) S das centrum ☉, L das centrum des Mondes, daher A das centrum des Halbſchatten des Mondes auf der Erden, AN der ſemidiameter dieſes Halbſchatten, AP der andere ſemidiameter, G das punct der Erden, ſo perpendiculariter unter der Sonnen lieget, daher PG die diſtanz des obern Randes des Halbſchatten von dieſen vertical punct, NG die diſtanz des untern Randes. Dieſerwegen

1) Subtrahiret von der ſcheinbahren diſtantz des centri des Halbſchatten von der axi der Erden AB (welche = HL der Breite des Mondes) den ſemidiameter des Halbſchatten AE, ſo gibt der Reſt den Bogen BE = CP; folglich könnet ihr in dem recht-wincklichten Triangel CTP

aus der baſi TP (den ſcheinbahren ſemid. der Erden probl. 1) und der Seite CP, den Winckel CTP finden, (probl. 2 §. 9 trig. ſphær.) welchen der Bogen GP miſſet.

2) Gleicherweiſe addiret zu der Breite des Mondes HL (= AB no. 1) = DF den ſcheinbahren ſemidiameter des Halbſchatten FN, ſo gibt die Summe den Bogen DN, aus welchen und der baſi TN (den ſcheinbahren ſemid. der Erden) in dem gerade-winckflichten Triangel TDN der Winckel DTN gefunden wird. (probl. 2 §. 9 trig. ſph.) welchen der Bogen GN miſſet.

3) ſubtrahiret demnach von dieſen Bogen GN den Bogen GP (no. 1) ſo bleibet der Bogen PN übrig, ſo weit ſich der Halbſchatten des Mondes auf der Erden erſtrecket.

Schol. 1. Solte die Breite des Mondes kleiner ſeyn als der ſemidiameter des Halbſchatten, muß iener von dieſer (no. 1) ſubtrahiret werden, alsdenn aber müſſen auch die beyden Bogen GP und GN (no. 3) addiret werden.

Schol. 2. Wenn auch die Summe der Breite des Mondes und des ſemidiametri des Halbſchatten (no. 2) gröſſer iſt als der ſcheinbahre ſemidiameter der Erden, iſt ſolches ein Zeichen, daß der Halbſchatten nicht gantz auf die Erde, ſondern zum Theil darneben wegfället, da inzwiſchen doch der Bogen PQ, welcher das Cptum GP iſt, bedecket wird, weshalben dieſer nur gleich darff von 90° ſubtrahiret werden.

Z. E. Es war oben (probl. 2 §. 116) das argument der Breite des Mondes 5 Z. 21° 34′ 28″, daher die Breite des Mond. 43′ 54″
der ſemid. des Halbſch. 31 56

	11	58	differ.
1°	15	50	Summe

SR ſem. ⊕ : ST. = SR. 11′ 58″ : SR. GTP.

Log SR. 11′ 58″ † rad.	175397169
Log. SR. 58 40	82320823
Log. SR. 11° 43′	93076346

Da alſo die Summe gröſſer iſt, als der ſemidiameter der Erden, wird der ſemidiameter des Halbſchatten in dem gröſten Circkel auf der Erden 78° 17′ einnehmen.

Probl. 6 **Finden wie viel Grad im gröſten Circkel auf dem Umfang der Erden der Schatten des Mondes einnimmt.**

Operiret in allen Stücken nach den Probl. 5, nehmet aber an ſtatt des ſemidiametri des Halbſchatten den ſemidiameter des gantzen Schatten.

Z. E. Es ſey die Breite des M.	43′	54″
der ſemid. des Schatten		10
Differ.	43	44
Summe	44	34

Log. SR. 43′ 44″ † rad.	181045045
Log SR. 58′ 40″	82320823
Log. SR. 48° 12′	98724222

Log.

Log. SR. 44′ 4″ † rad. † 181078175
Log. SR. 58 40 82320823

Log. SR. 48′ 42″ 98757352
48 12

30 der Bogen, welchen der ſemidiameter des Halbſchatten in dem gröſten Circkel auf der Erden einnimmt.

Schol. Auf gleiche Weiſe könnet ihr auch finden, wie viel Grad in dem gröſten Umfang der Erden die Einwohner mehr als einen gewiſſen Theil von der Sonnen verfinſtert ſehen, indem ihr nur 1) ausrechnen dürffet, wie viel Scrupel die gegebene Zolle von der Sonnen machen, wenn ihr ſaget: 6 Zoll geben den ſemidiameter der Sonnen, wie viel die gegebenen? Nachmahls dieſe Scrupel (no 1) von dem gegebenen ſemidiameter des Halbſchatten abziehet, denn der Reſt gibt den ſemidiameter des Halbſchatten, welcher zu einer Zeit alle die verlangten Oerter bedecket, wenn ihr demnach (probl. 5) ſuchet, wie viel das duplum dieſes ſemidiametri auf dem Umfang der Erden einnimt, ſo geben dieſelbe Grade wie weit dieienigen obſervatores von einander liegen, welche zu gleicher Zeit, die gegebenen Zolle von der Sonnen verfinſtert zehlen, der eine zwar von oben herab, der andere von unten hinauf, hingegen werden alle dieienigen, welche zwiſchen denſelben wohnen, zu der Zeit noch einen gröſſern Theil der Sonnen verfinſtert ſehen.

§ 120. Die gröſte Verfinſterung der Erden, geſchiehet, wenn der Mond zu dem punct in ſeiner orbita kömmt, auf welches die perpendicularis aus dem centro der Sonnen fället, weil alsdenn die Länge der Sonnen, des Mondes und der Erden einerley iſt, weshalben zu der Zeit der Schatten des Mondes gerade gegen die Erde geworffen wird. Da hingegen die gröſte Verfinſterung der Sonnen entſtehet, wenn der Mond zu dem punct kömmt, von welchen eine perpendicularis gerade in das centrum der Sonnen fället. Beyde puncte differiren alſo von dem punct, in welchen die Länge der Sonnen und des Mondes gleich iſt, ſo viel die reductio ad eclipticam austräget, indem das eine ſoweit vor, als das andere hinter derſelben wahren conjunction ſtehet. Dieſerwegen wird die Zeit der gröſten Verfinſterung der Erden, nebſt denen übrigen momentis auf folgende Weiſe gefunden.

Probl. I **Wenn das moment der wahren conjunction nebſt der Zeit ſo der reduction des Mondes zur ecliptic reſpondiret, gegeben, ſoll die Zeit der gröſten Erd-Verfinſterung gefunden werden.**

Wenn die Zeit der reduction (probl. 2 §. 116) zu der Zeit der wahren conjunction addiret iſt, ſubtrahiret ſie allhie, iſt ſie aber daſelbſt ſubtrahiret, addiret ſie ietzt dazu, ſo gibt die Summe oder der Reſt, die verlangte Zeit der gröſten Erd-Verfinſterung.

Z. E. die Zeit der wahr. ☌ war 5 U. 44′ 46″
die Zeit der reduction 3 39 ſubt.

die Zeit der gröſten Erd-Verfinſt. 5 U. 41′ 7″

Wenn die diſtanz der Sonnen von dem nodo gegeben, ſoll die im Mond erſcheinende diſtanz derer centrorum der Erden und des Halbſchatten vom Mond gefunden werden. Probl 2

Es ſey A (fig. 49) der nodus, B der Mond, C die Sonne, wiſſet ihr nun die Seite AC die diſtanz der Sonnen von dem nodo, ſo ſuchet in dieſem gerade-wincklichten Triangel ABC aus der baſi AC und den Winckel CAB (welchen die ecliptic mit der Mondes-Bahn machet die Seite CB (probl. 7 §. 9 trig. ſphær.) die diſtanz derer centrorum der Sonnen und des Mondes, welche der geſuchten, nemlich derer centrorum der Erden, und des Halbſchatten gleich iſt.

Es ſey Z. E. der Ort der S. 6 Z 2° 7′ 37″
des ☊ 1° 33 9

diſtanz der S. a ☊ 5 21 34 28

ST. : SR. 8° 25′ 32″ = SR. 5° : SR BC.

Log. SR. 5° 89402960
Log. SR. 8° 25′ 32″ 91659092

Log SR. 43′ 54″ X31062052

alſo iſt die diſtanz des centri der Erden von dem centro des Halbſchatten 43′ 54″

Beweiß.

Es ſey T (fig. 50) das centrum der Erden, L das centrum des Mondes, S das centrum der

Sonnen, AB der ſemidiameter des Halbſchatten vom Mond auf der Erden, weil alſo AL die axis des Schatten iſt, ſo muß ſie ebenfals nach dem centro der Sonnen gehen, daher ſie dem Strahl TS, welcher nach demſelben centro gezogen, parallel iſt, (th. 2 §. 39 opt.) folglich ſind die Winckel STL, unter welchen die diſtanz der centrorum der Sonnen und des Mondes aus der Erden, und TLA, unter welchen die diſtanz des centri der Erden T von dem centro des Schatten A aus dem Mond L geſehen wird, einander gleich (th. 6 §. 6 geom.) W. Z. B.

Probl 3 **Die Zeit beſtimmen, wie lange die total-Finſterniß dauret.**

Es ſey AB (fig. 51) die ecliptic, GH der Weg welchen der Schatten des Mondes durch die Erde nimmt, D die Erde, DF der ſemidiameter der Erden, DE die diſtanz des centri der Erden von dem centro des Schatten, F das punct der Erden, welches die Spitze des Schatten am letzten berühret, daher EF der Bogen, welchen die Spitze des Schatten auf der Erden von der gröſten Verfinſterung bis zu Ende der total-Verfinſterung beſchreibet, ſo habt ihr in dem gerade-wincklichten Triangel DEF die Seite DF den ſemid. der Erden, (probl. 1 §. 119) und DE, die diſtanz des centri der Erden von dem centro des Schatten (probl. 2.) Hieraus ſuchet den Bogen EF (probl. 9 §. 9 trig. ſph.) und dividiret denſelben durch den horarium des Mondes a ſole (probl. 20 §. 116) ſo habt ihr die

halbe

halbe Zeit, welche ſich das centrum des Mon-des-Schatten auf der Erden verweilet, das duplum derſelben gibt die verlangte Zeit.

Z. E. Es ſey der ſemid. der Erden 58′ 40″, die diſtanz derer centrorum der Erde und des Schatten 43′ 54″. Daher iſt.

SC. 43′ 54″: ST. = SC. 58′ 40″: SC. EF.

Log. SC. 58′ 40″ † rad.		199999368
Log. SC. 43 54		99999646
Log. SC. 38 4		99999722
31 56 Hor. ☾ a ☉	1ſt. 11′ 31″	
6 8 0		
10 16		
5 14		
16 44		

ſo dauret demnach die gantze total Erd-Finſterniß 2ſt, 23′ 2″.

Die Zeit finden, wie lange der Halbſchatten des Mondes ſich auf der Erden verweilet. Probl 4

Ihr habet wiederum in dem gerade-winck-lichten Triangel DEG die Seite DG (die Summe derer ſemidiametrorum der Erden und des Halbſchatten vom Mond (probl. 1, 3 §. 119) ingleichen DE (die diſtanz des centri der Erden von dem centro des Halbſchatten probl. 2) Hieraus ſuchet die Seite GE, die Bewegung des centri des Halbſchatten von der gröſten

Verfinſterung biß zum Ende der gäntzlichen Erd-Finſterniß; wenn ihr dieſe dupliret, und das duplum mit dem horario ☾ a ☉ (probl. 2 §. 116) dividiret, gibt das quotum die verlangte Zeit der gäntzlichen Verfinſterung.

Z. E. Es ſey der ſemidiameter der Erden 58′ 40°
des Halbſchatten 31 56
die Summe 1° 30′ 36

Die diſtanz der centrorum der Erden und des Schatten 43′ 54″

SC 43′ 54″ : ST = SC. 1° 30′ 36″ : SC. EG.
Log SC. 2° 30′ 36(† rad. 199998457
Log. SC. 43′ 34″ 99999646

Log SC. 1° 20′ 26″ 99998811
Horar. ☾ a ☉ 31 56 2ſt. 31′ 7″
1 3 52

16 34 0
16 38 56
1

4 4

Folglich dauret die gantze Verfinſterung der Erden 5ſt. 2′ 14″.

Probl. 5 **Den Anfang einer total und eintheilichen Verfinſterung finden.**

Subtrahiret von der Zeit da die Finſterniß am gröſten (probl. 1) die Helffte der Zeit, welche ſowohl der Schatten als Halbſchatten auf der Erden,

Erden ſich verweilet, (probl. 3, 4) ſo gibt der erſte Reſt den Anfang der Total-Verfinſterung, der andere den Anfang der eintheiligen.

Z. E. Es war die Zeit der gröſten Verfinſterung 5 U. 47′ 7″
½ der Zeit, welche der Schatten ſich auf der Erden beweget 1 11 31

daher gehet die total-Verfinſt. an 4 U. 35′ 36″
½ der Zeit, welche der Halbſchatten ſich auf der Erden beweget 2 31 7

daher gehet die eintheilige Verfinſterung an 3 U. 16′ 0″

Das Ende einer total- und eintheiligen Finſterniß berechnen. Probl. 6

Addiret zu der Zeit der gröſten Verfinſterung (probl. 1) die Helffte der Zeit, welche ſowohl der Schatten, als Halbſchatten auf der Erden beweget wird, (probl. 3, 4) ſo gibt die erſte Summe das Ende der total, die andere das Ende der eintheiligen Verfinſterung.

Z. E. Es war die Zeit der gröſten Verfinſterung 5 U. 47′ 7″
½ der Zeit welche der Schatten auf der Erde bleibet 1 11 31

daher iſt das Ende der total-Verfinſterung 6 U. 58′ 38″

½ der

½ der Zeit, welche der Halbſchatten auf der Erden bleibet	2	31	7
daher iſt das Ende der eintheiligen Verfinſterung	8 U.	18′	14″

§. 121. Was endlich die Oerter der Erden anlanget, an welchen ſowohl die gäntzliche als eintheilige Verfinſterung ſich anfänget, endet, am gröſten iſt, auch zu gewiſſer Zeit in gewiſſer Gröſſe obſerviret wird, ſo müſſen wir derſelben Oerter ihre Länge und Breite berechnen, damit wir ſie nachmahls auf dem globo terreſtri, oder auf denen Land-Karten finden und verzeichnen können (probl. 35 §. 61 geogr.) Wir haben alſo hiebey folgende Problemata zu reſolviren.

Probl. I **Die diſtanz finden, wie weit der vertex des Orts, auf welchen in der wahren conjunction des Monds-Schatten fället, von der ecliptic entfernet iſt.**

Es ſey T (fig. 50) das centrum der Erden, S das centrum der Sonnen, ſo iſt ST die ecliptic; L das centrum des Monds in der wahren ☌, A der Ort auf welchen die axis des Schatten fället in der wahren ☌, AG die diſtanz deſſelben von der ecliptic, deren ſinus R. AB, welcher, weil AL mit TS parallel, aus dem Monde eben ſo groß obſerviret wird, als LH der Sinus R. die Breite des Mondes aus der Erden, damit ihr alſo findet, wie groß dieſer ſinus R. AB ſey, ſo ſaget (probl. 21 §. 23 arithm.)

arithm.) wie der ſcheinbahre ſemid. der Erden, (probl. 1 §. 19): ST. = SR. der Breite des Monds in der wahren ☌ (LH) : SR. der geſuchten diſtanz AG.

Z. E. der ſcheinbahre ſemid. der Erden war 58′ 40″. Die Breite des Monds in der wahren ☌ 43′ 54″.

Log. SR. 43′ 54″ † rad.	181071785
Log. SR. 58′ 40′	82320823
Log. SR. 48° 26′	98740962

Dieſemnach lieget der Ort, auf welchen das centrum des Monds-Schatten in der gröſten Verfinſterung fället von der ecliptic 48° 26″.

Wenn die Sonne und der Mond in conjunctione ſind / ſtehet die Sonne im nonageſimo desienigen Orts, auf welchen die axis des Mondes-Schatten fället. *Lemma*

Beweiß.

Es ſey S (fig. 50) ☉, L der Mond, A der Ort auf welchen die axis des Monds-Schatten in ☌ fället, SL ſey die Breite des Mondes, daher der Bogen SL ein Stück eines circuli latitudinis, weil aber derſelbe Bogen auch durch den verticem des Orts A gehet, (weil der Mond verticaliter darüber ſtehen muß) ſo iſt er auch ein circulus verticalis, und alſo ſchneidet der verticalis perpendicularis die ecliptic TG in S, daher S der Nonageſimus, und weil demnach die Sonne in S, ſo ſtehet ſie im Nonageſimo des Orts A. W. Z. B.

Wenn

Probl. 2 **Wenn die diſtanz des Orts, auf welchen in der wahren conjunction die axis des Monds-Schatten fället, von der ecliptic gegeben, ſoll die Breite deſſelben Orts geſunden werden.**

Es ſey z. E. E (fig. 52) der polus der ecliptic, P der polus æquatoris, AB der æquator, CL die ecliptic, Z der vertex des Orts, auf welchen die axis des Schatten fället, ZN die diſtanz deſſelben von der ecliptic. N der Nonageſimus, EPB der colurus ſolſtitiorum, daher L das ſolſtitium æſtivum. Folglich iſt in dem Triangel ZEP bekannt, (1) EP die diſtanz der polorum probl. 1 §. 35 (2) EZ Cptum der diſtanz von der ecliptic ZN (3) der Winckel ZEP, die diſtanz der Sonnen (weil ſie dem Ort, auf welchen die axis des Schatten fället in ☌ im Nonageſimo iſt Lemma) von dem ſolſtitio æſtivo; hieraus ſuchet alſo die Seite PZ, das Cptum der geſuchten Breite ZD (probl. 8 §. 14 Trig. ſphær.)

Es ſey z. E. die diſtanz der polorum EP, 23° 30′. Das Cptum der diſtanz des Orts von der ecliptic EZ 41° 34′.

der Ort der Sonnen in ☌	6 Z.	2°	7′	37″
folgl. die diſt. ☌ von dem 1° ♋	8 Z.	27°	52′	23″
alſo iſt der Winckel PEZ	9 Z.	2°	7′	37″

ST.:

ST. : SR. 23° 30′ = SR. 92° 8′ : SR. Inv. I.
Log SR. 87° 52′ † rad. 99996989
Log. SR. 23° 30′ 96006997

Log. SR. 23°. 29′ ✗96003986

SC. 92° 8′ : ST = TC. 23° 30′ : TC. Inv. II.
Log. TC. 23° 30′ † rad. 203616981
Log. SC. 87 52 85708357

Log. SR. 1° 10′ 117908624
41 34 Diſt. von der eclipt.

40 24 Inv. III.

ST. : SC. Inv. I. = SC. Inv. III. : SC. PZ.
Log. SC. 40° 24′ 98816918
Log. SC. 23 29′ 99624527

Log. SC. 45 42 ✗98441445
daher iſt die Breite des geſuchten Orts 44° 18′.

Die Långe desjenigen Orts finden, auf welchen in der wahren conjunction die axis des Monds-Schatten fållet. Probl 3

1) Suchet in demſelben Triangel PEZ (fig. 52) aus denen bekannten Seiten EZ und EP nebſt dem Winckel PEZ den Winckel EPZ (probl. 8 §. 14 trig. ſph.) welchen der Bogen AD miſſet.

2) Iſt nun P der Nord-Pol und die diſtanz der Sonnen von dem 1° ♋ über 180°, ſubtrahiret den gefundenen Winckel EPZ von 270°, iſt ſie unter 180°, addiret dazu 270°, ſo gibt

gibt die Summe oder die differenz die gerade aſcenſion des medii cæli; wäre aber P der Süd-Pol und PEZ über 180°, ſo addiret zu EPZ 270°; oder wenn in dieſen Fall PEZ unter 180°, ſubtrahiret EPZ von 270°, daß abermahl die Summe oder die differenz die gerade aſcenſion des medii cæli gebe.

3 Suchet auch auf die gegebene Zeit der wahren coniunction die gerade aſcenſion des medii cæli an dem Ort, auf deſſen meridianum die Tabellen, aus welchen der Ort der Sonnen beſtimmet, gerechnet ſind, (probl. 4 §. 116) und nehmet die differenz zwiſchen dieſer und der (no. 2) gefundenen aſcenſion.

4) Iſt nun die (no. 3) gefundene aſcenſion MC. gröſſer als die erſtere (no. 2) ſubtrahiret die (no. 3) gefundene differenz von der Länge des (no. 3) gegebenen Orts, (da denn allenfals, wenn ihr nicht ſubtrahiren könnet 360° zu der gegebenen Länge müſſen addiret werden) widrigenfals addiret ſolche differenz zu der gegebenen Länge, ſo gibt die Summe oder die differenz die geſuchte Länge des verlangten Orts.

Z. E. Es ſey die Seite EP 23° 30′, EZ 41° 34′, PZ 45° 42′ der Winckel PEZ 267° 52′ 23″ oder 92° 8′. Daher ſaget

SR. PZ.: SR. EZ = SR.: PEZ.: SR. EPZ.

Log. SR. 92° 8′	99996989
Log. SR. 41 34	98218351
	198215340

Log.

Log. SR. 45° 42   98547266

Log. SR. 67 53′   99668074

270

202 7 Aſc.R.M.C.

267 13 Aſc.R.M C.zu Uranienb.(pr. 3 no.3 §.116)

65 6

33 2 30 Länge von Ur.(§.43 geog.)

327 56 30 Länge des Orts, auf welchen das centrum des Schatten in der grösten Verfinſterung fället.

Beweiß.

1) Wenn E der Nord-Pol iſt, wird AEP der colurus ſolſtitiorum (§.74 aſtr.) und L der 1° ♋, deſſen gerade aſcenſion B 90°, C aber iſt der 1° ♑, deſſen gerade aſcenſion A 270°.

2) Weil Z das Zenith, ſo iſt D das Medium Cælum (Def. 4 §.45)

3) Wird demnach zu der aſcenſion von A (270°) der Bogen AD addiret, gibt die Summe die gerade aſcenſion von D (das iſt das MC.) Und gleicher Weiſe verhält es ſich auch in denen übrigen Fällen.

4) Iſt nun die gerade aſcenſion des MC. an dem geſuchten Ort gröſſer, als an dem gegebenen, ſo liegt der geſuchte weiter nach Morgen, daher muß die differenz beyder aſcenſionum MC. zu der Länge des gegebenen Orts addiret, widrigenfals aber davon ſubtrahiret werden. (obſ. 5 §. 5 geogr.)

Probl 4 **Finden, wie weit derjenige Ort von der ecliptic lieget, allwo die total-Verfinſterung ſich anfänget.**

Es ſey D (fig. 51) das centrum der Erden, AB die ecliptic, HL die Mondes Straſſe, O das punct in welchen der Schatten des Mondes die Erde zuerſt berühret, ſo habt ihr in dem Triangel DOH die Seite DO, den ſcheinbahren ſemidiameter der Erden, (probl. 1 §. 119) wie auch den Winckel DHO, den die ecliptic mit der Mondes-Bahn machet, (§. 95) ingleichen die Seite OH, welche, wenn der Mond den nodum bereits paſſiret iſt, die differenz derer ſcrupulorum der halben Daurung der total-Finſterniß EO (probl. 3 §. 120) und der diſtanz des Mondes in der wahren conjunction von dem nodo, widrigenfalls aber der Summe derſelben gleichet. Hieraus ſuchet alſo den Winckel ODH (probl. 7 §. 14 trig. ſph.) welchen der Bogen OB, die geſuchte diſtanz des Orts, welchen die Spitze des Schatten vom Mond zuerſt berühret, von der ecliptic AB miſſet.

Z. E. Es ſey der ſcheinbahre ſemidiameter der Erden 58′ 40″. Der Winckel DHO 5, die Scrupel der halben duration der total-Finſterniß 38′ 4″, die diſtanz des Mondes in der wahren ☌ von dem ☊ 8° 25′ 32″, folglich die Seite HO 9° 3′ 36″

SR. 58° 40′ : SR. 9° 4′ = SR. 5° SR. HDO.

Log. SR. 9° 4′	91975110
Log. SR. 5	89402960
	181378070
Log. SR. 58′ 40″	82320823
Log. SR. 53° 36′	99057247

Daher liegt der Ort allwo die total-Verfinſterung anfänget 53° 36′ von der ecliptic.

Finden, wie weit der Ort der Erden, an welchen die total-Finſterniß aufhöret von der ecliptic lieget. Probl. 5.

Es ſey der geſuchte Ort F (fig. 51) und alſo die diſtanz deſſelben von der ecliptic FA, welche den Winckel FDA miſſet, dieſen zu finden, ſind in dem Triangel FDH gegeben, DF (der ſcheinbahre ſemidiameter der Erden) der Winckel DHF (der Mondes-Bahn HF mit der ecliptic AH,) ingleichen die Seite HF (welche wenn das argument der Breite über 6 oder 12 Zeichen, der Summe der ſcrupulorum der halben Daurung der total-Verfinſterung und der diſtanz des Mondes vom ☊ in der wahren ☌, widrigenfalls aber derſelben differenz gleich iſt. Aus dieſen datis kan der verlangte Winckel FDA (probl. 7 §. 14 trig. ſph.) gefunden werden. Es ſey wiederum der ſcheinbahre ſemid. der Erden 58′ 49″ die diſtanz des Mondes a ☋ 8 25′ 32″, die Scrupel der ½ duration 38′ 4″. Folglich gibt die differenz die Breite HF 7° 47′ 28″

SR. 58′ 40″: SR. 7° 47′ = SR. 5°: SR. ADF.

Log. SR. 7° 47′	91317064
Log. SR. 5°	89402960
	180720024
Log. SR. 58′ 40″	82320823
Log. SR. 43° 46′	98399201

Folglich lieget der Ort, allwo die Total-Verfinſterung aufhöret 43° 46′ von der ecliptic.

Probl 6 **Finden, wie weit der Ort der Erden, allwo die eintheilige Verfinſterung ſich anfänget, von der ecliptic entfernet.**

Es ſey der verlangte Ort I (fig. 51) deſſen diſtanz von der ecliptic IB, welche der Winckel IDB miſſet. Suchet demnach denſelben (probl. 7 §. 14 trig. ſphær.) in dem Triangel HDL, aus dem Winckel DHL, (der ecliptic und Mondes-Bahn) der Seite DL, der Summe des ſcheinbahren ſemidiametri der Erden DI und des Halbſchatten vom Mond IL, nebſt der Seite LH, der diſtanz des Mondes in dem Anfang der eintheiligen Finſterniß von dem nodo, welche wenn der Mond noch vor dem ☊, der Summe der diſtanz deſſelben a ☊ in der wahren ☌, und der Scrupel der ½ duration der eintheiligen Verfinſterung, iſt aber der Mond ſchon hinter dem ☊, der differenz derſelben gleichet.

Z. E. Es ſey der ſcheinbahre ſemid. der Erden 58′ 40″. Der ſemid. des Halbſchatten, 31′

31′ 56″, daher die Seite DL 1° 30′ 36″; die diſtanz ☾ a ☊ in ☌ 8° 25′ 32″, die Scrupel der ½ duration der eintheiligen Finſterniß 1° 20′ 26″, daher die Seite LH 9° 46′.

SR. 1° 30′ 36″ : SR. 5° = SR. 9° 46′ : SR. HDL.

Log. SR. 5°	89402460
Log. SR. 9° 46′	92295185
	181698145
Log. SR. 1° 25′ 36″	84277976
Log. SR. 34° 8′	87490169

Daher lieget der Ort auf der Erden, allwo die eintheilige Verfinſterung ſich anfänget von der ecliptic 34° 8′.

Finden, wie weit der Ort auf der Erden, allwo die eintheilige Finſterniß aufhöret, von der ecliptic entfernet. *Probl* 7

Es ſey der geſuchte Ort K, deſſen diſtanz von AB der ecliptic = AK, welche den Winckel ADK miſſet. Dieſer aber wird auf vorige Weiſe gefunden in dem Triangul HDG, aus denen Seiten DG (der Summe der ſcheinbahren ſemidd. ☉ und des Halbſchatten) und HG der diſtanz des Monds am Ende der eintheiligen Finſterniß von dem ☊ (welche, wenn der Mond noch vor dem ☊, der differenz ſeiner diſtanz vom ☊ in der wahren ☌, und der Scrupel der ½ duration der eintheiligen Finſterniß, iſt er aber ſchon hinter dem ☊, der Summe derſelben gleichet)

 nebſt

nebſt den Winckel DHG (der ecliptic mit der Monds-Bahn probl. 7 §. 14 Trig. ſph.)

Es ſey z. E. DG = 1° 30′ 26″, HG 8° 26′.

SR. 1° 25′ 26″ : SR. 5° = SR. 8° 26 : SR. GHD.

Log. SR. 5°	89402960
Log. SR. 8° 26′	91663074
	181066034
Log. SR. 1° 30′ 26″	84207976
Log. SR. 29° 1′	96858057

Daher lieget der Ort, allwo die eintheilige Verfinſterung der Erden aufhöret von der ecliptic 33° 2′.

Lemma I Wenn der Nord-Pol der ecliptic über dem Horizont eleviret, iſt die diſtanz des nonageſimi von dem 1° ♑, entweder der diſtanz des puncti orientis von dem 1° ♈ gleich, (wenn nemlich dieſe unter 180° iſt) oder dem Cpto derſelben zu 180°; (wenn ſie über 180° iſt) die diſtanz aber des Nonageſimi von dem 1° ♋ gleichet der diſtanz des puncti occidentis von dem 1° ♈. Im Gegentheil, wenn der Süd-Pol der ecliptic eleviret iſt, gleichet die diſtanz des Nonageſimi von dem 1° ♋ der diſtanz des puncti orientis, und die diſtanz deſſelben Nonageſimi von dem 1° ♑ der diſtanz des puncti occidentis von dem 1° ♈.

Beweiß.

Beweiß.

Es ſey P (fig. 53) der Nord-Pol, E der Nord-Pol der ecliptic, ſo iſt EP ♋ der colorus ſolſtitiorum, und ♋ der 1° ♋ (§. 74 aſtron.) Z ſey das Zenith, ſo iſt EZN der verticalis des nonageſimi, und N der nonageſimus. Ferner ſey O das punctum occidens, deſſen diſtanz von dem nonageſimo ON 90° hält, (§. 45) Da nun auch die Länge des 1° ♋, und alſo der Bogen ♈ ♋ 90° iſt, ſo iſt ON = ♈ ♋, wird derohalben von beyden der gemeine Bogen O ♋ weggenommen / ſind auch die übrigen O ♈ (die diſtanz des puncti occidentis von dem 1° ♈, und N ♋ (die diſtanz des nonageſimi von dem 1° ♋ gleich. W. Z. B.

Die übrigen caſus werden auf gleiche Weiſe demonſtriret.

An dem Ort auf Erden, allwo die Sonnen-Finſterniß ihren Anfang nimmt, gehet die Sonne allemahl auf, hingegen gehet ſie daſelbſt unter, wo die Sonnen-Finſterniß ſich endet. *Lemma* II

Beweiß.

Die totale-Sonnen-Finſterniß gehet daſelbſt an und höret daſelbſt auf, allwo die axis des Mondes-Schatten die Erde berühret, dieſe axis aber gehet durch das centrum der Sonnen, und und wenn ein Strahl aus dem centro der Sonnen einen Ort der Erden berühret, gehet die Sonne an demſelben Ort auf und unter. Folglich wird

die Sonne daſelbſt aufgehen, wo die Finſterniß ſich anfänget, und daſelbſt untergehen, wo die Finſterniß ſich endet. W. Z. B.

Gleicherweiſe gehet die partial-Sonnen-Finſterniß daſelbſt an, allwo der euſerſte Strahl, ſo von dem Abend-Rande der Sonnen durch den Morgen-Rand des Mondes gehet, die Erde berühret, und höret daſelbſt auf, wo dergleichen Strahl ſo von dem Morgen-Rande der Sonnen durch den Abend-Rand des Mondes gehet, die Erde berühret; wo aber die Strahlen, ſo von dem Rande der Sonnen kommen, die Erde berühren, da gehet die Sonne auf oder unter.

Probl 8 **Das punctum oriens an denen Oertern finden, wo ſowohl die total-als eintheilige Erd-Finſterniß angehet, ingleichen das punctum occidens an denen Oertern, allwo ſowohl die total-als eintheilige Finſterniß aufhöret.**

1) Subtrahiret von dem Ort der Sonnen in der gröſten Verfinſterung die Bewegung derſelben, welche der halben Daurung ſowohl der total-als eintheiligen Finſterniß reſpondiret, ſo gibt das erſte reſiduum das punctum oriens im Anfang der total, das letztere, daſſelbe punctum oriens im Anfang der eintheiligen Finſterniß (Lemma 2 præc.)

2) Addiret auch zu dem Ort der Sonnen zur Zeit der gröſten Verfinſterung die Bewegung derſelben, welche der halben duration ſowohl der total-als eintheiligen Finſterniß reſpondiret,

ſo

ſo gibt die erſte Summe das punctum occidens am Ende der total, das letztere daſſelbe punctum occidens am Ende der eintheiligen Finſterniß (l. c.)

Z. E., Die halbe total-Verfinſterung währet 1ſt. 11′ 32″, (probl. 3 §. 120) die halbe eintheilige 2ſt. 31′ 7″ (probl. 4 §. 120) ſo reſpondiret der erſteren Zeit 2′ 56″, der anderen 7′ 10″.

Nun iſt der Ort ☉ in der wahren ☌	6Z.	2°	7′	37″
			2	27
das punct. or. im Anfang der total-Verfinſt.	6Z.	2°	5′	10″
das punct. occ. am Ende der total-Verfinſt.	6Z.	2°	10′	4″
			7	10
das punct. or. im Anfang der eintheil. Finſt.	6Z.	2°	0′	27″
das punct. occ. am Ende der eintheil. Finſt.	6Z.	2°	14′	47″

Wenn das punctum oriens und occidens *Probl*
am Anfang und am Ende der total-und 9
eintheiligen Erd-Finſterniß gegeben, ſoll die diſtanz des nonageſimi von dem 1° ♋ gefunden werden.

1) Wenn die Breite des Monds ſüdlich iſt, gibt das punctum oriens oder das Cptum deſſelben zu 360° (wenn es nemlich über 180° iſt) die diſtanz des nonageſimi von dem 1° ♋.

Iſt aber die Breite des Monds nördlich, daß der Nord-Pol der ecliptic eleviret iſt, addiret zu den puncto orienti 180°, damit ihr das punctum occidens bekommet, welches, oder (wenn es über 180°) das Cptum deſſelben zu 360°, der diſtanz des nonageſimi von dem 1° ♋ gleichet. (Lemma I præc.)

2) Gleicherweiſe gibt das punctum occidens (oder das Cptum deſſelben zu 360° wenn es über 180° iſt) die diſtanz des nonageſimi von dem 1° ♋, wenn die Breite des Mondes nördlich iſt; iſt ſie aber ſüdlich, werden zu dem puncto occidenti 180° addiret, ſo kommt das punctum oriens heraus, welches entweder ſelbſt, oder ſein Cptum zu 360° (wenn es über 180° iſt) die verlangte diſtanz des nonageſimi von dem 1° ♋ gibt. (Lemma I præc.)

Z. E. das punctum oriens im Anfang der total-Verfinſterung war 182° 5′ 10″

	180		
	2	5	10

punct. occid. im Anfang der total Verfinſterung = der diſt. des 90mi von dem 1° ♋.

Das punctum oriens im Anfang der eintheiligen Finſterniß war 182° 0′ 27″

	180		
	2	0	27

diſtant. 90mi a 1° ♋ im Anfang der eintheiligen Finſterniß.

Das

Das punctum occidens am Ende der total. Finſterniß war 182° 10′ 4″

	182°	10′	4″
	360		
	177	49	56

die diſtanz des 90mi von dem 1° des Krebs am Ende der total Finſterniß.

Das punctum occidens am Ende der eintheiligen Finſterniß

	182°	14′	47″
	360		
	177	45	13

die diſtanz des 90mi von dem 1° des Krebs, am Ende der eintheiligen Finſterniß.

Wenn der Oerter, allwo ſowol die total als eintheilige Erd-Finſterniß ſich anfänget und endet, ihre diſtanz von der ecliptic, wie auch die diſtanz des nonageſimi an denſelben Oertern von dem 1° des Krebſes gegeben, ſoll derſelben Oerter ihre Breite gefunden werden. Probl 10

Es ſey E (fig. 52) der polus der ecliptic, P der polns des æquatoris, Z das Zenith, ſo wiſſet ihr in dem Triangel ZEP die Seite EZ, (das Cptum der diſtanz des Orts den ihr ſuchet von der ecliptic, (probl. 4 ſeq.) EP, (die diſtanz derer polorum 23° 30′) und den Winckel ZEP, welchen der Bogen NL (die diſtanz des Nonageſimi von dem 1° des Krebſes) miſſet, (probl. 9) hieraus ſuchet (probl. 8 §. 14 trigon. ſphær.) die Seite PZ, die diſtanz des poli von dem

dem vertice des geſuchten Orts. Iſt nun dieſelbe unter 90°, ſo gibt das Cptum zu 90° die geſuchte Breite, welche nach derſelben Gegend gerichtet, dahin der polus der ecliptic E ſtehet; iſt ſie aber über 90°, werffet 90° davon; ſo gibt der Reſt die geſuchte Breite, welaber nach dem gegen überſtehenden polo gerichtet iſt.

Z. E. Es ſey im Anfang der total-Verfinſterung die diſtantz des 90mi von dem 1° des Krebſes 2° 5′, die diſtantz des Orts, allwo die total-Verfinſterung angehet, von der ecliptic 53° 36′.

ST.: SR. 23° 30′ = SR. 2° 5′. SR. Inv. I.

Log. SR. 2° 5′	85605404
Log. SR. 23 30	96006997
Log. SR. 50′	x81612401

SC. 2° 5′: ST. = TC. 23° 30′: TC. Inv. II

Log. TC. 23° 30′ + rad.	203616981
Log. SC. 2° 5′	99997128
Log. TC 23° 33′	103609853
36 24	Cpt. diſt. ab eclipt.
12 51	Inv. III.

ST.: SC. 50′ = SC. 12° 51′: SR. Latit.

Log. SC. 50′	99999541
Log. SC 12° 51′	99889849
Log. SR. 77° 7′	x99889390

alſo iſt die Breite des Orts, allwo die total-Finſterniß ſich anfänget 77° 7′.

Glei-

Gleicherweiſe wird die Breite des Orts, allwo die total-Finſterniß aufhöret 20°, wo die eintheilige anfänget 58°, und wo ſie aufhöret 5° geſunden.

Wenn der Oerter, allwo ſowohl die total-als eintheilige Erd-Finſterniß anfänget und ſich endet, ihre diſtanz von der ecliptic, und Breite nebſt der diſtanz des nonageſimi an ſolchen Orten von dem 1° des Krebſes gegeben, ſoll die Länge derſelben Oerter gefunden werden. Probl 11

1) Suchet in dem vorigen Triangel ZEP (fig. 52) aus denen Seiten EZ (Cpt. der diſtanz von der ecliptic) PZ (Cpt. der Breite) und den Winckel PEZ (der diſtanz des 90mi vom 1° des Krebſes) den Winckel EPZ. (probl. 7 §. 14 trig. ſph.)

2) Aus dieſen ſuchet die aſcenſion des medii cæli an dem geſuchten Ort (probl. 3 no. 3 §. 116)

3) ſuchet auch auf die gegebene Zeit die aſcenſion des MC. an dem Ort, auf welchen eure Tabellen gerechnet.

4) Hieraus beſtimmet die geſuchte Länge des verlangten Orts (probl. 3 no. 4 §. 121)

Z. E. Es ſey an dem Ort, wo die total-Verfinſterung ſich anfänget, die Breite 77° 7′; die diſtanz deſſelben von der ecliptic 53° 36′, die diſtanz des 90mi von dem 1° des Krebſes zu der gegebenen Zeit 2° 5′. Daher ſaget

SR.

SR. Cpti der Breite : SR. der diſtanz des 90-mi von dem 1° des Krebſes = SR. Cpti der diſt. von der ecliptic : SR. EPZ.

Log. SR. 2° 5′	85605404
Log. SR. 36 24	97733614
	183339018
Log. SR. 12° 53′	93482397
Log. SR. 174° 27′	89856621
270	
95 33	Aſc. R. M. C.

Der Anfang der total-Finſterniß ſey 4 U. 35′ 36″

4 Uhr	60°		
35′	8	45	
36″		9	
	68	54	Elong: ☉ a mer.
	181	54	Aſc. R. ☉
	250	48	Aſc. R. M. in Uranienburg.
	95	33	Aſc. R. M. C.
	155	15	Differ. merid.
	33	2 30′	Länge in Uranienburg.
	237	47 30	Länge des Orts, allwo die total-Verfinſterung der Erden angehet.

Auf gleiche Weiſe wird auch die Länge des Orts, allwo die total-Finſterniß aufhöret 18°, ingleichen wo die eintheilige Verfinſterung ſich anfänget 253°, und wo ſie aufhöret nechſtens bey dem erſten meridiano gefunden werden.

Auf

Auf dem Globo und Land-Charten die Oerter beſtimmen, wo ſowohl die total- als eintheilige Finſterniß ſich anfänget und endet, ingleichen wo das centrum des Schatten in der gröſten Verfinſterung hinfället. Probl 12

1) Suchet in dem æquator die gegebenen Längen (probl. 11 und 3)

2) Ziehet durch dieſelben und die polos der Erden die meridianos der verlangten Oerter.

3) ſuchet auch in dem meridiano primo die Breiten derſelben, und ziehet durch dieſelben die parallelos der geſuchten Oerter, wo ſich iedweder mit dem (no. 2) reſpondirenden meridiano ſchneidet, da kömmt ieder Ort hin zu liegen.

So wird Z. E. die bisher gerechnete total-Finſterniß ſich oben in America ſeptentrionali nicht weit von Dania nova, die eintheilige eben daſelbſt nur etwas tieffer herunter, anfangen; das centrum aber des Schatten wird in der gröſten Verfinſterung nicht weit von Terraneuf die Erde berühren; Jngleichen wird die total-Finſterniß in Africa über dem Reich Tambut und die eintheilige in dem Guineiſchen Meer aufhören.

§. 122. Hieraus werden ſich alſo einigermaſſen die Länder und Oerter auf der Erd-Kugel beſtimmen laſſen, durch welche ſowohl der gantze als Halbſchatten des Mondes währender Erd-Finſterniß hindurch gehet. Wollet ihr

Dieſe

Probl. Dieſe Bewegung des Halbſchatten, durch die flache Erdſcheibe, wie ſie im Monde erſcheinet, durch ein ſchema vorſtellen.

Verzeichnet 1) einen Maaßſtab AB (fig. 54 no. 1) welcher in ſo viel Theile einzutheilen, als die Summe der ſcheinbahren ſemidiametrorum der Erden und des Halbſchatten Scrupel hat.

2) Ziehet die gerade Linie (no. 2) CD, welche die ecliptic vorſtellet.

3) Beſchreibet aus dem Mittel-Punct E mit CE der Summe der ſcheinbahren ſemidiametrorum der Erden und des Halbſchatten einen Circkel.

4) Jngleichen aus demſelben centro einen andern Circkel mit EF (den ſcheinbahren ſemidiameter der Erden.)

5) Setzet mit dem transporteur aus E über CD die diſtanz von der ecliptic derienigen Oerter, wo die eintheilige Finſterniß aufänget und aufhöret, (probl. 6, 7 §. 121) wenn die Breite des Mondes nördlich iſt, über CD in die Höhe, iſt ſie aber ſüdlich unterwerts, z. E. in E wo die Finſternis anfänget, und in M wo ſie aufhöret.

6) Ziehet die Linie LM, welche den Weg, den das centrum des Halbſchatten durch die Erde nimmt, vorſtellet.

7) Laſſet aus E auf LM die perpendicularem EN fallen.

8) Beſchreibet aus L, N und M mit dem ſchein-

ſcheinbahren ſemidiameter des Halbſchatten Circkel, welche die Bewegung deſſelben durch die Erde vorſtellen, ſo iſt das ſchema verzeichnet.

§. 123. Noch eigentlicher und leichter läſſet ſich dergleichen Erd-Verfinſterungen ſowohl erklähren als berechnen, durch die geographiſchen Riſſe, welche die unvergleichlichen Aſtronomi CASSINI in Franckreich, und FLAMSTED in England, wie auch verſchiedene andere nach ihnen zu verzeichnen, gelehret haben. Man ſtellet ſich bey ſolchen Riſſen vor, daß das Auge des obſervatoris in dem Mond ſtehe, und von da herab auf die Erde ſehe, da denn demſelben die halbe Erde zugekehret ſeyn, und als eine runde Scheibe erſcheinen wird; Im Neumond wird gedachtes Auge dasienige hemiſphærium der Erden ſehen, auf deſſen Mittel-Punct die axis perpendicularis fället, ſo durch das centrum der Sonnen und des Mondes gehet. Weil ſich aber die Erde beſtändig um ihr centrum herum drehet, (§. 66 no. 5 aſtron.) werden allgemählig andere Oerter in dieſes hemiſphærium hinein kommen, da im Gegentheil dieienigen Oerter, welche zuerſt in derſelben ſcheinbahren Erdſcheibe geſehen werden, allgemählig ihre Stellen darinn verändern, und endlich gar dem Geſicht des obſervatoris werden entzogen werden.

§. 124. Dieſe Bewegungen, ſo entweder in dem æquatore ſelbſt, oder in parallelis deſſelben

auf der Erden geſchehen, werden in dem Monde entweder als gerade Linien oder ellipſes erſcheinen; als gerade Linien, wenn die Sonne zu derſelben Zeit im æquatore ſtehet, weil alsdenn auch das Auge im Monde ſich mit dem æquatore auf Erden und allen parallelis deſſelben (ſo ebenfals wegen der weiten diſtanz des Mondes von der Erden nach dem Augen gehen Th, 2 §. 39 Opt.) in einen plano befindet, daher dieſe Circkel als gerade Linien erſcheinen můſſen, (Th. 5 §. 54 Opt.) als ellipſes aber, wenn die Sonne und folglich auch das Auge des obſervatoris ſich auſſerhalb des æquatoris befinden.

§. 125. Stellet man ſich weiter einen unbeweglichen Circkel vor, welcher durch den polum der Erden und das Auge des obſervatoris, (das iſt durch den Mond gehet) wird derſelbe einen allgemeinen meridianum ſtellen, unter welchen iedweder Ort der Erden alsdenn zu ſtehen kömmt, wenn es daſelbſt Mittag iſt, dahingegen iedweder Ort auf Erden den Abend-Rand der ſcheinbaren Erdſcheibe erreichen wird, wenn die Sonne daſelbſt aufgehet, den Morgen-Rand aber, wenn ſie allda untergehet.

§. 126. Endlich wird auch das kleine Stůck von der Mondes-Bahn, welches das centrum des Mondes währender Verfinſterung abſolviret, ſich auf der ſcheinbahren Scheibe der Erden als eine gerade Linie præſentiren, weil das Auge des obſervatoris niemahls allzuweit davon entfernet (th. 5 §. 54 Opt.) Es ſey demnach

nach AB (fig. 55) ein Stück der ecliptic, ACB die halbe ſcheinbahre Erdſcheibe deren ſemidiameter der parallaxi horizontali des Mondes gleichet; (probl. 1 §. 119) iſt alſo T das centrum dieſer Scheibe, wird die Sonne gerade über T ſtehen; und wenn über AB die perpendicularis TC aufgerichtet, wird C den polum der ecliptic vorſtellen. Nun ſey ferner P der polus des æquatoris und alſo TPS der unbewegliche meridianus, welcher, wenn die Sonne in denen Winter- und Frühlings-Zeichen gehet, allzeit dem polo der ecliptic zur rechten, in denen übrigen aber zur lincken fallen muß. Iſt ferner TD die Breite des Mondes in der wahren conjunction, und der Winckel TDF = dem Cpto des Winckels, welchen die Mondes-Bahne in ſyzigiis mit der ecliptic machet, ſo iſt FG die Mondes-Bahne ſelber, auf welche aus dem centro der Erdſcheibe T die perpendicularis TH fället, weshalben die gröſte Verfinſterung entſtehet, wenn das centrum des Schatten in H kömmt.

§. 127. Nach dieſem ſchemate werden ſich die vornehmſten momenta ſowohl der Sonnen als Erd-Finſterniß gar leicht erklähren und berechnen laſſen. Denn wenn

I) Die Zeit der wahren conjunction gegeben, (probl 2 §. 116) ſo wiſſet ihr die Zeit, wenn das centrum des Schatten vom Monde in D kömmt.

II) Weil die Zeit der reduction bekannt und das argumentum latitudinis unter 6

oder 12 Zeichen, gibt die Summe, widrigenfals die differenz gedachter reduction und der Zeit der ☌, das momentum der grőſten Verfinſterung. (§. 120)

III) Die űbrigen momenta, wenn ſowohl die total-als eintheilige Finſterniß anfånget und aufhőret, werden nach dieſen ſchemate wie vorhin (probl. 3 ſeq. §. 120) berechnet.

IV) Wird die Mondes-Bahn FH durch den Horarium ☾ a ☉ in Stunden und $\frac{1}{4}$ Stunden eingetheilet, erhellet gleich, wo zu iedweder Zeit das centrum des Schatten ſich aufhalten werde.

V) Die Oerter auf welche die vornehmſten phaſes fallen, ſind ebenfals leicht zu determiniren; indem die Breite des Orts, auf welchen in der grőſten Verfinſterung das centrum des Schatten fållet, der declination der Sonnen zu derſelben Zeit gleichet, weil er gerade unter der Sonnen lieget, folglich ſo weit als die Sonne von dem æquator entfernet iſt; die differenz der Långe aber zwiſchen derſelben und euren Ort auf den ihr die wahre ☌ gerechnet, gleichet der elongation der Sonnen von euren meridiano zur Zeit der grőſten Verfinſterung, weil euch die Sonne zu Mittage, dem geſuchten Ort aber zu gedachter Zeit im meridiano ſtehet.

VI) Gleicherweiſe kan ein ieder Ort, welchen das centrum des Schatten zu iedweder gegebenen Zeit berűhret, gar genau beſtimmet werden. Als wenn ihr z. E. wiſſen wollet, wo

das

das centrum des Schatten ½ Stunde vor der wahren conjunction ſeyn werde? Wird der ſemihorarius ☾ a ☉ aus D nach Abend oder G herum geſetzet, iſt der geſuchte Ort L, deſſen Cptum der Breite der Bogen PL, und die differenz der Länge zwiſchen dieſen und euren Ort, auf welchen ihr die wahre ☌ gerechnet, iſt der Winckel TPL. Beyderley zu finden, wird 1) zum voraus geſetzet, daß die Höhe des poli P über der ſcheinbahren Erdſcheibe PS allzeit der declination der Sonnen gleich ſey; ſintemahl der Bogen des meridiani TS ſo von dem Mittel-Punct T, über welchen die Sonne ſtehet, nach der peripherie gezogen iſt, als derjenige ſo von dem polo P auf den æquator fället 90 hält, wird alſo von beyden der gemeine Bogen TP abgezogen, bleiben gleiche Bogen, nemlich auf der einen Seite das Cptum der diſtanz der Sonnen von dem polo, das iſt die declination derſelben, auf der andern der Bogen PS übrig. 2) Muß in dem gerade-winck-lichten Triangel CSP aus denen Seiten SP, (der declination ☉) und PC (der diſtanz des poli mundi von dem polo eclipticæ) der Bogen SC geſunden werden, (probl. 9 §. 9 trig. ſph.) welcher den Winckel CTS, den der unbewegliche meridianus TS mit dem circulo latitudinis CT machet, miſſet. 3) Kan in dem Triangel TDL aus denen Seiten TD, der Breite des Mondes in ☌) und DL der Bewegung des centri des Schatten in der gegebene Zeit vor

oder nach der σ) und den Winckel TDL (den die Mondes-Bahn mit den circulo latitudinis macht) ſowohl der Winckel DTL (probl. 2 §. 14 trig. ſphær.) alß die Seite TL (ib. probl. 8) gefunden werden. Daher addiret 4) zu DTL den Winckel DTH (no. 2) die Summe gibt den Winckel LTH. Da nun 5) TL der ſinus R. des Bogen iſt, welcher mit dem ſemidiametro der Erdſcheibe beſchrieben durch das centrum der Sonnen T und den verticem des geſuchten Orts L gehet, ſo ſaget, wie ſich der ſemidiameter der Erdſcheibe zu TL verhält, ſo verhält ſich der radius: SR. der diſtanz der Sonnen von dem vertice des geſuchten Orts. Hierauf ſuchet 6) in dem ſphæriſchen Triangel TPL aus den Seiten PT (dem Cpto der declination der Sonnen) und TL (der diſtanz der Sonnen von dem vertice des geſuchten Orts) nebſt dem Winckel LTP (no. 4) den Bogen PL, (probl. 8 §. 14 trig. ſphær.) die diſtanz des poli von dem vertice, das iſt das Cptum der Breite des geſuchten Orts; wie auch den Winckel TPL (die verlangte differenz der meridianorum zwiſchen denjenigen Ort, über welchen die Sonne zur Zeit der gröſten Verfinſterung vertical ſtehet und den geſuchten.) Da ihr nun auch 7) wiſſet wie weit euer meridianus von dem meridiano des Orts, auf welchen das centrum des Schatten zur Zeit der gröſten Verfinſterung fället, entfernet, kan die Länge des geſuchten Orts nicht weiter unbekannt ſeyn.

VII) Werden alſo auf ſolche Weiſe verſchiedene Oerter der Erden nach ihrer Långe geſuchet und in der verzeichneten Mondes-Bahne FG (fig. 55) angedeutet, wird man leicht erkennen, durch welche Lånder des Mondes-Schatten ſeinen Durch-March nehmen werde.

VIII) Wie denn auch nicht weniger hieraus zu erkennen, ob und wie weit die Sonne zu ieder Zeit an einen gegebenen Ort der Erden werde verfinſtert werden. Je tieffer nemlich der Ort in dem Halbſchatten hinein, und nåher nach dem centro deſſelben hinlieget, deſtomehr erſcheinet daſelbſt vor der Sonnen verfinſtert zu ſeyn. Sintemahl die diſtanz eines Orts von dem Rande des Halbſchatten ſich iederzeit zu der differenz der ſemidiametrorum des Halb- und gantzen Schatten des Mondes verhålt, wie ſich die Zolle ſo von dem diameter der Sonnen verfinſtert werden, zu dem gantzen diameter verhalten. Es ſey nemlich AB (fig. 56) der ſemidiameter ☉, EH der ſemidiameter des Halbſchatten, wo er durch die Erde gehet, EF der ſemidiameter des gåntzlichen Schatten, daher FH die differenz der ſemidiametrorum, G ſey der Ort auf Erden, deſſen diſtanz von dem Rande des Halbſchatten = GH, ſo wird in G der Theil des diametri der Sonnen AD verfinſtert erſcheinen. Da nun in denen Triangeln FIH und AIB die Seiten AB und EH parallel, und die Winckel FIH und AIB gleich; (th. 2 §. 6 geom.) ſind die Seiten derſelben einander pro-

portionirt, (th. 12 §. 6 geom.) daher auch die baſes FH und AB durch die Zwerch-Linie DG ſo durch den verticem I gehet, in gleicher proportion geſchnitten werden, daß ſich GH zu FH verhält, wie AD zu AB. W. Z. B.

IX) Soll demnach geſunden werden, wie viel Zoll zu ieder gegebenen Zeit an einem iedweden Orte von der Sonnen verfinſtert geſehen werden, ſuchet 1) an welchen Ort in der Mondes-Bahn ſich zu gegebener Zeit das centrum des Mondes-Schatten befindet; (no. IV) dieſes Punct ſey z. E. (fig. 55) R. 2) Beſchreibet aus dieſen punct R einen Circkel mit dem ſcheinbahren ſemidiameter des Mondes EIM, ingleichen (3) einen andern aus O (dem gegebenen Ort der Erden) mit dem ſemidiameter der Sonnen EIN, welcher von dem vorigen geſchnitten wird in E und I, daher iſt das Stück EVI der Theil der Sonnen, welcher zu gegebener Zeit aus O verfinſtert geſehen wird. Denn wenn ihr durch R und O die Linie RO ziehet, und biß in X continuiret, daß RX die Summe der ſemidiametrorum der Sonnen und des Mondes RV†QO gleich werde, ſo wird auch QV = OX, und RX der ſemidiameter des Halbſchatten ſeyn, (probl. 3 §. 119) daher XO die diſtanz des Orts O von dem termino des Halbſchatten X = VQ; wird nun VZ = OQ der ſemidiameter ☉, ſo iſt RZ die differenz der ſemidiametrorum der Sonnen und des Mondes oder der ſemidiameter des Schatten vom Monde; (probl. 2 §. 119) folglich verhält

hält ſich OX (die diſtanz des gegebenen Orts von dem Rande des Halbſchatten) zu XZ (der differenz der ſemidiametrorum der Schatten und Halbſchatten) wie ſich die Zoll, ſo von dem diameter der Sonnen verfinſtert werden, zu dem gantzen diameter der Sonnen verhalten. (n. p. VIII.) Und weil XZ dem diametro der Sonnen gleich, wird auch OX die verlangte Zolle geben, ſo von der Sonne zu gegebener Zeit an dem gegebenen Ort verfinſtert geſehen werden.

§. 128. Bey der obſervation der Mondes-Finſterniſſen braucht man (1) einen guten tubum von 4, 6, 8 Fuſſen, der mit einen richtigen micometro verſehen, (2) eine richtige Secunden-Uhr, (3) einen in Grad und Minuten genau eingetheilten quadranten, (4) einige ſchemata lunaria darauf die Flecken accurat verzeichnet. Durch den tubum obſerviret man die phaſes der Finſterniß, als wenn dieſelbe angehet, das iſt, wenn der Schatten der Erden an den Moud anſtoſſet, ingleichen die Flecken, welche derſelbe Schatten nach einander berühret, und endlich auch, wenn der Mond aus dem Erdſchatten wieder heraus tritt, und ſein völliges Licht wieder bekömmt. Auf der Uhr erforſchet man die Zeit, zu welcher ietzt-gedachte phaſes durch den tubum angemercket worden. Mit dem quadranten obſerviret man währender Finſterniß zuweilen die Höhen von einigen Sternen, daraus die Zeit kan gerechnet, (probl. 125. 44)

und dadurch die auf der Uhr gefundene Zeit, wenn ſie differiren ſolte, corrigiret und vergli- chen werden. Durch das micrometrum wird ſowohl die Breite als Tieffe des Erdſchatten in dem Mond abgemeſſen. Und in dem ſchematibus des Mondes werden die phaſes wie ſie nach einander obſerviret worden, verzeichnet, welches gar leicht geſchehen kan, wenn nur 3 Flecken, welche der Schatten der Erden in ieder phaſi berühret, angemercket worden, weil man durch dieſelbe nur einen Circkel-Bogen ziehen darff, (probl. 20 §. 22 geom.) dieſer ſtellet den Rand des Erdſchatten vor, welcher iedwede phaſin des Mondes in der Finſterniß terminiret hat.

§. 129. Wenn nachmahls die Zeit da iede phaſis obſerviret worden mit derienigen, da dieſelbe phaſis an andern Orten erſchienen, conferiret wird, kan daraus gar leicht die differentia meridianorum beſtimmet werden. Auch wird durch die gantze Zeit, welche der Mond in den Schatten der Erden ſich verweilet hat, die Geſchwindigkeit der Bewegung des Mondes erkannt, wie bald er nemlich die ſcrupula immerſionis und emerſionis abſolviret hat. Nicht weniger kan auf die Zeit der grösten Verfinſterung, wenn ſie genau gemercket worden, der wahre Ort des Mondes genau beſtimmet werden, weil er alsdenn dem wahren Ort der Sonnen gerade gegen über geſtanden. Endlich findet man auch in denen Verzeichnungen der phaſium der Finſter-

ſterniſſe die proportion zwiſchen den ſemidiameter des Mondes und des Erdſchattens, wenn man nemlich beyde auf einen accuraten, und genau eingetheilten Maaßſtabe abmiſſet.

§. 130. Die Sonnen-Finſterniſſen werden am bequemſten in einer finſtern Kammer obſerviret, da man die Sonne durch einen 3 oder 4 füſſigen tubum kan auf das Papier (welches man die tabulam obſervatoriam nennet) fallen laſſen; Es muß aber zuvor auf dieſer tabula obſervatoria ein Circkel gezogen werden, von der Gröſſe, wie ſich die Sonne præſentiren ſoll, deſſen ſemidiametrum man in 6 Theile theilet, und aus dem centro 6 durch dieſe Theile circulos concentricos ziehet, dadurch die Sonne in ihre 12 Zoll eingetheilet wird; Nachmahls ſtellet man dieſe tabulam obſervatoriam parallel gegen dem tubo über und ſoweit davon, biß die durchſcheinende Sonne præciſe den gantzen Circkel ausfüllet. Vor dieſer tabula läſſet man ein perpendicul herabhangen, und drehet die tabulam ſo lange herum, biß der Schatten des perpendiculs gerade über den diameter des darauf verzeichneten Circkels falle, ſo præſentiret dieſer diameter den circulum verticalem der Sonne. Ubrigens braucht man bey dieſer obſervation ebenfals eine gute ſecunden-Uhr nebſt einen vollkommenen quadranten, damit man durch iene die Zeiten erkennen möge, da die phaſes der Finſterniſſe nemlich von Zollen zu Zollen auf der tabula obſervatoria annotiret werden;

den; durch dieſen aber wird die Höhe der Sonnen bey einigen phaſibus zugleich erforſchet, (probl. 3 §. 32) und daraus die Zeit der phaſis gerechnet, (probl. 11 §. 44) darnach die auf der Uhr gefundene Zeiten könne examiniret, und wenn es nöthig, corrigiret werden.

§. 131. Wenn die phaſes währender Finſterniß richtig angezeiget, läſſet ſich daraus die proportion derer diametrorum der Sonnen und des Mondes genau determiniren, denn da der verfinſterte Theil der Sonnen durch den Rand des Mondes terminiret wird, ſo dürffet ihr nur das centrum der Bogen ſuchen, welche die phaſes terminiren, ſo habt ihr den ſemidiameter des Mondes. Wird nun der ſemidiameter der Sonnen ſowohl als des Mondes auf einen ſehr genau eingetheilten Maaßſtabe gemeſſen, ſo findet ihr die geſuchte proportion. Auf gleiche Weiſe kan auch die diſtanz der centrorum der Sonnen und des Mondes in der gröſten Verfinſterung abgemeſſen werden, aus welcher zuſamt der diſtanz der Sonnen von dem ☊ in der gröſten Verfinſterung der Winckel genau determiniret wird, welchen die Mondes-Bahn mit der ecliptic machet. Vieler anderer Nutzen zu geſchweigen, welche aus denen obſervationibus der Sonnen-Finſterniſſen ſowohl in der Aſtronomie als Geographie genommen werden, welche allhie auszuführen zu weitläufftig fallen würde. Inzwiſchen kan hievon, inſonderheit was die obſervation und den Gebrauch

der

der Mondes-Finſterniſſen betrifft, in des Hrn. ROSTEN aſtronomiſchen Hand-Buch p. 397. ſeqq. nachgeleſen werden.

Das VIII. Capitel.

von dem

Tranſitu Mercurii und Veneris durch die Sonne / ſamt denen occultationibus ſowohl der Planeten als Fix-Sterne.

§. 132. Wie der Mond zuweilen vor die Sonne zu ſtehen kömmt, und ſie entweder gantz oder auf einige Theile bedecket, ſo lauffen auch die beyden untern Planeten als Mercurius und Venus zuweilen vor der Sonnen weg, daß ſie als kleine ſchwartze Flecken in der Sonnen erſcheinen, (§. 145 aſtr.) Es müſſen demnach dergleichen tranſitus faſt auf gleiche Art berechnet werden, wie vorhin bey denen Sonnen-Finſterniſſen gelehret worden; indem (1) die Zeit der wahren conjunction. (2) die Zeit da die centra am kürtzeſten von einander ſtehen, (3) der Anfang, das Ende und folglich auch die gantze duration des tranſitus, (4) die Breite des untern Planeten, ſowohl im Anfang als in der Mitte und am Ende des tranſitus muß gefunden werden, damit man den Weg des Planeten durch die Sonne verzeichnen könne. Wir haben

haben alſo bey dieſer Rechnung wieder folgende problemata zu reſolviren.

Probl. 1. **Das wahre moment der conjunction der Sonnen und eines untern Planeten finden.**

1) Wenn ihr in denen ephemeridibus oder Calendern den Tag bemercket, da die conjunction geſchehen ſoll, rechnet auf den nechſten Mittag den wahren Ort ſowohl der Sonnen (§. 75) als des Planeten (§. 110)

2) Wenn dieſe Oerter noch nicht præciſe übereinkommen, rechnet auch dieſelben auf die nechſtfolgende oder vorhergehende Mitternacht.

3) Nehmet die differenz zwiſchen denen (no. 2 und 3) gefundenen Oertern ſowohl der Sonnen als des Planeten, ſo wiſſet ihr, wie geſchwind beyderſeits in 12 Stunden fortgangen.

4) Saget daher (probl. 21 §. 23 arithm.) in 12 ſt. hat ſich der Ort der Sonnen und des Planeten auf ſo viel verändert als (no. 3) gefunden, wie viel verändern ſie ſich in einer Stunden? So findet ihr die horarios der Sonnen und des Planeten.

5) Addiret dieſe horarios (weil der Planete in perigæo iederzeit retro gradus iſt, (§. 141 aſtr) ſo gibt die Summe den horarium des Planeten a ſole.

6) Subtrahiret die (no. 1) gefundenen Oerter der Sonnen und des Planeten von einander, die differenz.

7) Di-

7) Dividiret mit dem horario des Planeten a ſole (no. 5) das quotum gibt das intervallum der Zeit, zwiſchen dem nechſten Mittag und der wahren conjunction.

8) Iſt alſo der Ort der Sonnen (no. 1) grœſſer geweſen als der Ort des Planeten, ſubtrahiret dieſes intervallum, iſt aber der Ort des Planeten grœſſer geweſen, addiret daſſelbe zu 12 Uhr Mittags, ſo gibt die Summe oder der Reſt die mittlere aſtronomiſche Zeit der wahren conjunction, wie dieſelbe unter dem meridiano zu Uranienburg gezehlet wird.

9) Convertiret demnach dieſe Zeit in die Europäiſche, (probl. 1 §. 54) auch in die ſcheinbare, (probl. 4 ib.) endlich reducire ſie auf euren meridianum. (probl. 3 ibid.)

Finden, ob ein unterer Planete in ſeiner conjunction mit der Sonnen werde durch die ſcheinbahre Scheibe der Sonnen hindurch gehen. Probl 2

1) Rechnet ſowohl auf dem nechſten Mittag als Mitternacht, zwiſchen welche die conjunction fället die Breite des Planeten, §. 110.)

2) Subtrahiret die kleineſte von der gröſten, und ſaget (probl. 21 §. 23 arithm.) 12ſt. : 1ſt. = dieſe gefundene Differenz : der Veränderung der Breite in einer Stunde; ſo habt ihr den horarium der Breite.

3) Multipliciret mit dieſen horario das inter-

tervallum zwiſchen der conjunction und den nechſten Mittag, (probl. 1 no. 7)

4) Wenn die diſtanz des Planeten von ſeinen ☊ unter 6 oder 12 Zeichen, und die conjunctio geſchiehet Vormittags, addiret dieſes (no. 3) gefundenen product zu der (no. 1) zu Mittage gefundenen Breite; Nachmittags ſubtrahiret daſſelbe. Iſt aber die diſtanz von dem ☊ über 6 oder 12 Zeichen, ſubtrahiret Vormittags und addiret Nachmittags, ſo gibt in beyden Fällen die Summe oder die differenz die Breite des Planeten zur wahren Zeit der conjunction.

5) Rechnet auf die Zeit der conjunction den ſcheinbahren ſemidiameter der Sonnen.

6) Iſt nun dieſer ſemidiameter gröſſer als die (no. 8) gefundnen Breite, ſo wird der Planete vor der Sonnen weggehen; iſt aber derſelbe ſemidiameter kleiner, ſo gehet der Planete ober oder unter der Sonnen weg.

Schol. Es hätte zwar billich die ſcheinbahre Breite des Planeten ſollen geſuchet werden, weil aber die differenz der parallaxium der Sonnen und des Planeten ſich nur auf einige wenige ſecunden erſtrecket, ſo kan man die wahre Breite ohne mercklichen Irrthum vor die ſcheinbahre annehmen. Wie man auch eben deswegen nicht nöthig hat, die Zeit der ſcheinbahren conjunction beſonders zu rechen, weil ſie von der wahren nicht mercklich differiret. Wer inzwiſchen ſo gar groſſe accurateſſe hierinn verlan-

langet, kan die Rechnung der parallaxium eben ſo anſtellen, wie bey der Sonnen-Finſterniß (probl. §. 116) angewieſen. Da denn die parallaxis horizontalis des Planeten aus der parallaxi der Sonne, (Tab. XX) leicht zu finden, weil in dem Triangel TSP (fig. 57) (in welchen T das centrum der Erden, O der obſervator, P der untere Planete, S die Sonne) die ſinus der parallaxium TSO und TPO ſich zu einander verhalten, wie die diſtanzen TP (des Planeten von der Erden) zu TS der Sonnen von der Erden. (ax. 5 §. 3 trig. plan.) Woraus erhellet, daß da die parallaxis horizontalis ☉ 10′ iſt, und die proportion der diſtanzen der Sonnen und des Mercurii von der Erden = 34377 : 17458, (§. 99 und 146 aſtron.) die gröſte parallaxis horizontalis Mercurii nicht über 18″ ſeyn könne, daher die differentia parallaxium ſich nicht über 8″ erſtrecken kan.

Die inclination der orbitæ des Planeten wie dieſelbe aus der Erden obſerviret wird, das iſt den Winckel, welchen gedachte orbita mit der ecliptic machet, finden. *Probl.* 3

Es ſey AB ein Stück der ecliptic, (fig. 59) GH ein Stück der orbitæ des Planeten; ſetzet, das centrum des Planeten ſey in einer Stunde von F nach G fortgangen, und ziehet durch G der ecliptic AB parallel GL; ſo iſt der motus horarius in der Länge = GL, der motus horarius in der Breite FL; der Winckel aber LGF

wird der geſuchten inclination gleich (Th. 6 §. 6 geom.) Suchet demnach in dem gerade-winckliechten Triangel GLF, aus denen Seiten GL dem horario der Länge und LF (dem horario der Breite (probl. 2 no. 2) den Winckel LGF (probl. 2 §. 9 Trig. ſphær.) die verlangte inclination.

Probl 4 **Die Zeit finden, da die centra der Sonnen und eines untern Planeten am nechſten zuſammen treten.**

1) Die conjunctio geſchiehet, wenn die centra der Sonnen C (fig 59) und des Planeten F unter einen circulum latitudinis DC zu ſtehen kommen; dieſelben centra aber treten am nechſten zuſammen, wenn das centrum des Planeten in O kömmt; dahin auf die orbitam deſſelben HG aus dem centro der Sonnen C die perpendicularis CO fället; daher differiret die geſuchte Zeit von dem momento der conjunction um ſo viel, als der Planete in ſeiner Bewegung von der Sonnen zubringet, da ſein centrum den Bogen FO abſolviret.

2) Suchet derohalben den Bogen FO in dem gerade-wincklichten Triangel FOC, darinn die baſis CF (die Breite des Planeten in der conjunction) und der Winckel FCO (welcher der inclination des Planeten, oder dem Winckel LGF gleichet, weil die beyden gerade-wincklichten Triangel COF und GLF den Winckel CFO gemein haben (th. 7 §. 6 geom.) probl. 7 §. 9 trig. ſphær.

3) Di-

3) Dividiret dieſen gefundenen Bogen FO mit dem horario des Planeten a ſole (probl. 1 no. 5) ſo gibt das quotum das intervallum zwiſchen der conjunction und der geſuchten Zeit.

4) Wenn die diſtanz des Planeten a ☊ unter 6 oder 12 Zeichen, addiret dieſes intervallum zu der Zeit der conjunction, iſt iene diſtanz aber über 6 oder 12 Zeichen, ſubtrahiret daſſelbe intervallum von der conjunction, ſo gibt die Summe oder der Reſt die geſuchte Zeit da das centrum des Planeten dem centro der Sonnen am nechſten kommen wird.

Die kleineſte diſtanz der centrorum der Sonnen und des Planeten in einen tranſitu berechnen. Probl 5

In demſelben gerade-wincklichten Triangel COF ſuchet aus der baſi CF (der Breite in ☌) und den Winckel OCF (der inclination) die Seite CO (probl, 8 §. 9 trig. ſphær.) dieſe iſt die verlangte kürtzeſte diſtanz derer centrorum.

Die Zeit berechnen, da der untere Planete in ſeinen tranſitu in die Sonne tritt, ingleichen da er wieder heraustritt. Probl 6

Weil er bey M hinein und bey H (fig. 9) wieder heraustritt, dieweil er retrogradus iſt, ſo ſuchet (1) in dem gerade-wincklichten Triangel COM aus denen Seiten CO (der kleineſten diſtanz der centrorum probl. 5) und CM (den ſemid. der Sonnen probl. 2 no. 6) die Seite MO, das iſt den Bogen, welchen der Planete in ſeiner orbita von dem Eintritt in die Sonne biß

zu dem Mittel zu gehen hat. (probl. 9 §. 9 trig. ſphær.)

2) Dividiret die (no. 1) gefundene ſcrupula immerſionis mit dem horario des Planeten a ſole (no. 5 probl. 1) ſo gibt das quotum die Helffte der Zeit, welche ſich der Planete in der Sonnen verweilet. Dieſe

3) Subtrahiret von der Zeit da die centra am nechſten zuſammen ſtehen (probl. 4) ſo gibt der Reſt der Zeit da der Planete in die Sonne tritt.

4) Addiret auch die (no. 2) gefundene Zeit zu der (probl. 4) gefundenen, ſo gibt die Summe das moment da der Planete wieder aus der Sonne heraustritt.

Probl 7 **Die Breite des Planeten ſowohl bey dem Eintritt, als bey dem Ausgang aus der Sonne berechnen.**

1) Suchet in demſelben gerade-wincklichten Triangel MOC (fig. 59) aus der baſi MC (den ſemid. ⊙) und CO (der kleineſten diſtanz derer centrorum) den Winckel MCO = HCO. (probl. 3 §. 9 trig. ſph.)

2) Addiret zu dem Winckel MCO die inclination OCF, (probl. 3) ſo habt ihr den Winckel HCF, dieſen

3) Subtrahiret von dem geraden Winckel ACF, ſo gibt der Reſt den Winckel HCA;

4) Suchet derohalben in dem gerade-wincklichten Triangel HKC aus der baſi HC (den ſemid. ⊙) und den Winckel HCK die Seite HK

HK (probl. 7 §. 9 trig. ſphær.) das iſt, die geſuchte Breite des Planeten bey dem Eintritt in die Sonne.

5) Subtrahiret auch von dem Winckel MCO (no. 1) die inclination FCO, ſo gibt der Reſt den Winckel MCF.

6) Dieſen ſubtrahiret von dem geraden Winckel FCB, ſo gibt der Reſt den Winckel MCB.

7) Daher ſuchet ferner in dem gerade-wincklichten Triangel CIM aus der baſi CM (den ſemid. ☉) und dem Winckel MCI (no. 6) die Seite MI (probl. 7 §. 9 trig. ſphær.) die geſuchte Breite des Planeten, wenn er aus der Sonnen gehet.

Die Puncte in dem Umfang der ſcheinbahren Sonnen-Scheibe bemercken, wo der untere Planete in dieſelbe eintritt, und wieder heraus gehet. *Probl.* 8

Wenn AB (fig. 59) die ecliptic vorſtellet, und B nach Morgen, A nach Abend gelegen, ſetzet mit dem transporteur aus C über BC zur rechten den Winckel BCM (probl. 7 no. 3) oberwerts wenn ſie nördlich iſt; und notiret das Punct M allwo der Planete in die Sonne hineintritt; Gleicherweiſe ſetzet den Winckel ACH aus C über BC nach der lincken herum, ſo determiniret ihr das punct H, allwo der Planete wieder aus der Sonne heraus gehet.

§. 133. Die obſervation eines ſolchen tranſitus kan auf gleiche Weiſe angeſtellet werden, wie bey denen Sonnen-Flecken (§. 81) und

Sonnen-Finſterniſſen (§. 130) angemercket worden. Es haben auch ſolche obſervationes, wenn ſie mit gehörigen Fleiß angeſtellet worden, einen groſſen Nutzen in der Aſtronomie, indem dadurch ſowohl die Bewegung der Planeten in die Länge und Breite, als die inclination und parallaxis auch Gröſſe derſelben am allerbeſten kan corrigiret und gefunden werden; wie die berühmten Aſtronomi HEVELIUS in Mercurio, und HOROCCIUS in Venere in ſole viſa, gar deutlich und ausführlich gelehret haben.

§. 134. Die Fix-Sterne können am leichteſten von dem Mond bedecket werden, indem die ſcheinbahre Gröſſe deſſelben unter allen Planeten am gröſten iſt. Weil aber die parallaxis des Mondes ſo gar mercklich iſt, kan dieſelbe bey Berechnung ſolcher occultationen nicht aus der Acht gelaſſen werden, daher dieſelbe Rechnung faſt eben ſo weitläufftig und mühſam wird, als der Sonnen-Finſterniſſen. Es laſſen ſich auch dergleichen Bedeckung entweder überhaupt nach der gantzen Erden, oder en particulier nach einen gewiſſen Ort der Erden, zwiſchen welchen und dem Stern entweder das centrum des Mondes oder nur ein Theil von dem Cörper deſſelben zu ſtehen kömmt, referiren; indem wir uns wie bey Berechnung der Sonnen-Finſterniſſen vorſtellen können, daß das Auge des obſervatoris im Monde ſtehe, von da herab auf die Erde ſchaue, und den Schatten obſervire welchen der Mond in Anſehung des Sterns der

der bedecket wird auf die Erde wirfft; oder daß daſſelbe Auge auf der Erden ſtehe, und den Mond nach dem Stern referire.

§. 135. Setzen wir das Auge in dem Mond, wird der ſemidiameter der Erdſcheibe wider der parallaxi horizontali des Mondes gleich erſcheinen, (probl 1 §. 119) der ſemidiameter des Schatten aber ſowohl als des Halbſchatten wird dem ſcheinbahren ſemidiameter des Mondes gleich ſeyn, (probl. 2 und 3 §. 119) weil der ſemidiameter des Sternes ſo gar klein, daß man denſelben gar füglich negligiren kan. Daraus denn offenbahr, daß wenn der Schatten des Mondes nicht bey der Erden wegfallen ſoll, die diſtanz des Sternes von dem Mond nach der Breite in der ☌ derſelben nicht gröſſer ſeyn müſſe, als die Summe der ſemidiametrorum der ſcheinbahren Erdſcheibe und des Mondes, das iſt, der ſemidiameter des Mondes und der parallaxis horizontalis deſſelben, welche aufs höchſte 1° 17′ ausmachen, weil der Schatten dem Stern allezeit gerade gegen über fället; daher weiter folget, daß, weil die gröſte Breite des Mondes ſich auf 5° 18′ erſtrecket, (§. 95.) der Stern, welchen der Mond bedecken ſoll, nicht über 6° 35′ von der ecliptic abſtehen müſſe. Und wenn wir alſo in dieſer diſtanz der ecliptic auf dem globo circulos parallelos ziehen, werden dieſelbe alle Sterne einſchlieſſen, welche iemahls von dem Mond können bedecket werden. Ja wenn ihr den Bogen, welchen

der Mond iedweden Tag am Himmel abſolviret, auf dem globo verzeichnet, (probl. 15 § 81 Aſtr.) und ihm ſowohl ober⸗als unterwerts in der diſtanz von 1° 17′ parallel-Bogen ziehet, werdet ihr leicht ſehen, ob der Mond denſelben Tag einige Sterne, und welche bedecken könne; da denn diejenigen Einwohner der Erden, welche in den nördlichen hemiſphærio wohnen, am meiſten dieſelben Sterne bedecket ſehen, welche ſüdlicher als der Mond ſind, weil die parallaxis den Mond herunter bringet / denen übrigen aber, ſo in dem ſüdlichen hemiſphærio der Erden wohnen, werden insgemein nur diejenigen Sterne bedecket, welche nördlicher als der Mond ſind.

§. 136. Aus eben dieſen Fundament wird ſich auch leicht berechnen laſſen, wie groß die Breite des Mondes ſeyn, und wie weit er alſo von dem nodo abſtehen könne, wenn er einen gewiſſen Fix⸗Stern, deſſen Breite bekannt iſt, bedecken ſoll. Z. E. wenn wir wiſſen wolten, wie weit der Mond von dem ☊ könne entfernet ſeyn, wenn er das Ochſen⸗Auge Palilicium genannt, deſſen ſüdliche Breite iſt 5° 29′ 14″, (Tab VIII) bedecken ſoll. Da iſt (1) offenbahr, daß alsdenn die Breite des Mondes ebenfalls nicht nördlich ſondern ſüdlich ſeyn müſſe. (2) Muß die differenz der Breite des Mondes und des palilicii nicht gröſſer ſeyn als die Summe des ſemidiametri des Mondes und der parallaxis horizontalis deſſelben, nun iſt im apogæo

des Mondes die parallaxis 52′ 59″, der ſemidiameter 14′ 19″, folglich die Summe 1° 7′ 18″, im perigæo die parallaxis 61′ 1″, der ſemidiameter 16′ 30″, (Tab. XXX) folglich die Summe 1° 17′ 31″; werden demnach von der Breite des Palilicii ſo viele Scrupel abgezogen, bleibet die Breite des Mondes im apogæo 4° 21′ 56″, im perigæo 1° 11′ 43″, wenn er den gedachten Stern bedecken ſoll. Da alſo die Breite des Mondes, wenn dergleichen occultation möglich iſt, gegeben, kan daraus die diſtanz deſſelben von dem ☊ gar leicht gefunden werden ſowol in dem Neu- und Vollmond als in denen quadraturis, weil in ienen der Winckel, den die Mondes-Bahn mit der ecliptic 5°, in dieſen aber 5° 18′ muß genommen werden. (§. 95) Wie denn dieſelbe diſtanz im Apogæo im Neu- und Vollmond 59° 11′, in quadraturis 54° 5′; In perigæo aber im Neu- und Vollmond 56° 43′ in quadraturis 52° 2′ gefunden wird.

§. 137. Iſt nun entweder aus denen ephemeridibus oder auf vor-erwehnte Art erkundet worden, daß der Mond an einen gewiſſen Tage einen Stern bedecken werde, und man will die vornehmſten momenta dieſer occultation überhaupt (wie ſie auf den gantzen Erdboden erſcheinen werden) ordentlich berechnen; Muß wie bey denen Sonnen-Finſterniſſen wiederum zuvorderſt das moment der wahren conjunction des Mondes und des Sternes genau beſtimmet werden.

Probl 1 **Die mittlere conjunction des Mondes und eines Fix-Sternes, deſſen Långe gegeben, ausrechnen.**

1) Rechnet auf dem Mittag des beſtimmten Tages die mittlere Långe des Mondes aus der Tab. XXIV.

2) Conferiret dieſelbe mit der gegebenen Långe des Sternes; und nehmet die differenz zwiſchen beyden Lången.

3) Dividiret dieſelbe differenz mit der ſtůndlichen mittlern Bewegung des Mondes. (ib)

4) Wenn die Långe des Mondes (no. 2) grôſſer als die Långe des Sternes, ſubtrahiret das (no. 3) gefundene quotum von 24 Stunden, ſo gibt der Reſt die geſuchte Zeit, iſt aber die Långe des Mondes kleiner, ſo gibt das quotum ſelber die Zeit, da die mittlere Långe des Mondes mit der Långe des Sternes ůbereintrifft.

Probl 2 **Die wahre conjunction des Mondes und eines Sternes berechnen.**

1) Suchet ſowohl auf die Zeit der mittlern conjunction als eine Stunde vor oder nachher den wahren Ort des Mondes (probl. §. 93)

2 Subtrahiret beyde gefundene wahre Oerter des Mondes von einander, ſo habt ihr den horarium des Mondes.

3) Nehmet auch die differenz zwiſchen dem wahren Ort des Mondes in der mittlern conjunction und der Långe des Sternes.

4) Di-

4) Dividiret dieſe differenz mit dem (no. 2) gefundenen horario.

5) Iſt der wahre Ort des Mondes in ☌ gröſſer als die Länge des Sternes, ſubtrahiret das quotum (no. 4) von der Zeit der mittlern ☌, iſt aber der wahre Ort des Mondes kleiner, addiret daſſelbe quotum, ſo gibt die Summe oder der Reſt die Zeit der wahren ☌.

§. 138. Iſt die Zeit der wahren ☌ beſtimmet, muß weiter, ſowohl die Zeit wie lange die occultation währet, als die differenz der Breite des Mondes und des Sternes im Anfang und am Ende der occultation gefunden werden, damit man ſehe, ob der mittlere, obere oder untere Theil des Mondes werde vor den Stern zu ſtehen kommen; daher ſind weiter folgende Problemata zu reſolviren.

Die diſtanz der centrorum des Mondes und eines Sternes finden, wenn dieſelbe in der occultation am kleineſten iſt. *Probl* I

1) Stellet euch vor AC (fig. 58) ſey die ecliptic, B das centrnm der Erden, über welchen in der conjunction der Mond und der Stern perpendiculair ſtehen, ſo wird BI der circulus latitudinis ſeyn, in welchen der Mond und der Stern zur Zeit der ☌ zu ſtehen kommen; Nun ſey ferner ML der Weg, welchen das centrum des Schatten vom Mond, durch die ſcheinbare Erdſcheibe hindurch nimmt.

2) Rechnet derowegen auf die Zeit der wahren coniunction das argument der Breite des Mon-

Mondes, (probl. 3 §. 94) ingleichen die wahre Breite, (probl. 3 §. 95) und aus dieſen den Winckel, welchen die Mondes-Bahne mit der ecliptic machet, (probl. 2 §. 9 trig. plan.) deſſen Cptum der Winckel GFB iſt.

3) Aus dieſen Winckel GFB und der Breite des Mondes, (wenn der gegebene Stern in der ecliptic ſtehet) oder der differenz der Breiten des Mondes und des Sterns (wenn beyde ſüdlich oder beyde nördlich ſind) oder der Summe beyder Breiten, wenn die eine ſüdlich die andere nördlich iſt, ſuchet in dem gerade-winckelichten Triangel FGB die Seite BG, (probl. 8 § 9 trig. ſph.) welche die geſuchte kleineſte diſtanz derer centrorum gibt.

Probl 2 **Die Zeit berechnen, da die centra des Mondes und des Sternes am nechſten zuſammen kommen, ingleichen wenn die occultation des Sternes angehet und aufhöret, wie auch da ſowohl das centrum des Schatten, als der gantze Schatten auf die Erde tritt, auch dieſelbe wiederum verläſſet.**

1) Die centra ſind am nechſten zuſammen, wenn das centrum des Monds in G kömmt, wenn die occultation angehet, iſt das centrum des Monds in L, wenn ſie aufhöret in M, wenn das centrum des Schatten an die Erde ſtoſſet, in N, wenn es wieder herausgehet, in O, wenn der gantze Schatten auf die Erde fället, in P, wenn er wieder herausgehet in Q, daher ſuchet

ſuchet in denen gerade-wincklichten Triangeln FGB, MGB, OGB und QGB, aus der kleineſten diſtanz derer centrorum BG, (probl. 1) und denen baſibus BF (ib. no. 3) BM (der Summe der ſemidd. des Mondes und der Erden) BO, (den ſemidiameter der Erden) die Seiten GF, GM, GO, GL (probl. 7 §. 9 trigon. ſphær.)

2) Dividiret alle dieſe (no. 1) gefundene Bogen mit dem horario des Mondes, (probl. 2 no. 2) ſo gibt das erſte quotum die differenz der Zeit zwiſchen der ☌ und der kleineſten diſtanz der centrorum; das andere, wie lange die halbe occultation wåhret / das dritte die Helffte der Zeit, welche das centrum des Schatten, das vierdte die $\frac{1}{2}$ Zeit, welche der gantze Schatten auf der Erden verweilet.

3) Addiret demnach die erſtere Zeit zu der Zeit der wahren ☌ (wenn die diſtanz des Mondes von dem ☊ unter 6 oder 12 Zeichen, oder ſubtrahiret jene von dieſer, (wenn die diſtanz ☾ a ☊ über 6 oder 12 Zeichen) ſo gibt die Summe oder der Reſt die Zeit da die centra des Mondes und des Sternes am nechſten zuſammen treten.

4) Von dieſer ſubtrahiret die übrigen (no. 2) gefundene Zeiten, ſo gibt der erſte Reſt, wenn die occultation angehet, der andere, wenn das centrum des Monds-Schatten an die Erde ſtoſſet, der dritte, wenn der gantze Schatten auf die Erde fällt.

5) Ad-

5) Addiret auch dieſelben Zeiten zu der (no. 2) gefundenen Zeit, ſo gibt die erſte Summe das moment, wenn die occultation zu Ende iſt, das andere, wenn das centrum des Monds-Schatten die Erde verlåſt, das dritte, wenn der gantze Schatten anfånget von der Erde zu weichen.

Probl 3 **Die Mondes-Bahn, welche das centrum des Schatten vom Monde wåhrender occultation eines Sternes durch die ſcheinbahre Scheibe der Erden beſchreibet, verzeichnen.**

1) Rechnet auf den Anfang der occultation, ingleichen auf das Ende der occultation die wahre Breite des Mondes aus (probl. 3 §. 95)

2) Subtrahiret von beyden die Breite des Sternes, wenn ſie beyderſeits nördlich oder ſüdlich ſind, oder addiret ſie dazu, wenn die eine ſüdlich, die andere nördlich iſt, ſo habt ihr die diſtanz des Sterns vom Monde nach der Breite im Anfang und am Ende der occultation.

3) Beſchreibet aus B (fig. 58) mit der Summe der ſemidd. der Erden und des Mondes BD einen Circkel, und richtet aus D und E perpendiculares auf DH und EK, wenn die Breite des Mondes ſüdlich unterwerts, iſt ſie aber nördlich oberwerts, und machet DE der diſtanz der centrorum im Anfang der occultation gleich, ES aber derſelben diſtanz am Ende.

4) Zie-

4) Ziehet die gerade Linie, welche den Weg vorſtellet, den das centrum des Schatten während der occultation beſchreibet.

5) Weil der Schatten des Mondes einen ziemlichen Theil der ſcheinbahren Erdſcheibe bedecket, ſo kan es zuweilen geſchehen, daß derſelbe, zumahl wenn der Mond nahe bey dem æquator ſich befindet, zugleich einige nördliche und ſüdliche Oerter der Erden bedecke, daher auch beyderley Einwohner der Erden die occultation zugleich obſerviren können; welche aber dieſe Einwohner der Erden eigentlich ſind, wird ebenfals auf ſolche Weiſe wie bey denen Sonnen-Finſterniſſen berechnet; indem nach denen (lemm. probl. 7 §. 121) an dem Ort wo die occultation zuerſt obſerviret wird, der Stern aufgehet, wo ſie zuletzt obſerviret wird, untergehet, und demienigen, auf welchen das centrum des Monds-Schatten in der gröſten occultation fället, im nonageſimo ſtehet. Wenn man demnach dieſe und dergleichen Oerter probl. 8 ſqq. §. 121) auf der Erden beſtimmet, können daraus die übrigen, durch welche ſowol das centrum als der Schatten ſelber hindurch gehet, erkannt werden. Wir wollen z. E. wiſſen, welches die Breite und Länge des Orts G, (fig. 55) ſey, allwo die occultation ihren Anfang nimmt. Setzet P ſey polus mundi, ſo iſt iſt PG das Cptum der Breite des geſuchten Orts; dieſes zu finden, ſuchet wie (no. VI §. 127) gelehret, (1) in dem gerade-wincklichten Triangel

angel CSP aus SP (der declination des Sternes, und PC der diſtanz derer polorum den Bogen SC, die Maaß des Winckels STC (probl. 2 §. 9 trig. ſphær.) (2) in dem Triangel TDG aus den Seiten TD (der diſtanz des Monds und des Sterns in der wahren ☌) und TG dem ſemidiameter des Erdſchatten ſamt dem Winckel TDG (des circuli latitudinis mit der Mondes-Bahn) den Winckel DTG (probl. 2 §. 14 trig. ſphær) (3) Addiret oder ſubtrahiret die Winckel STC und DTG (darnach der meridianus ST zur rechten oder lincken des circuli latitudinis CT lieget) ſo gibt die Summe oder der Reſt den Winckel STG, den der Bogen SG miſſet, daher ſuchet ferner in dem gerade-wincklichten Triangel GSP aus der baſi GS, und der Seite SP (der declination des Sterns) den Bogen PG (probl. 9 §. 9 trig. ſphær.) das Cptum der Breite des geſuchten Orts G. Jngleichen den Winckel SPG (probl. 3 §. 9 trig. ſphær.) deſſen Cptum zu 180° der Winckel GPT. (4) Verwandelt dieſen Winckel in Stunden und Minuten, Tab. II. (5) Subtrahiret dieſe Zeit von derienigen da der Stern culminiret, (die ihr findet, wenn ihr die differenz der geraden aſcenſionen der Sonnen und des Sternes in die Zeit reſolviret, und dieſe Zeit von dem nechſten Mittag vor der occultation ſubtrahiret, wenn die gerade aſcenſion der Sonnen kleiner iſt als des Sterns, oder, wenn iene gröſſer iſt, dazu addiret) ſo bleibet die Zeit übrig, welche man

an

an dem Orte G zehlet, allwo der Stern aufgehet, und die occultation zuerſt obſerviret wird. 6) Conferiret dieſe Zeit, mit der (probl. 2 §. 138) gefundenen, die zu Anfang der occultation an dem Ort gezehlet wird, auf welchen die Tabellen, daraus die ☌ gerechnet worden, gerichtet ſind. (7) Subtrahiret demnach dieſe Zeiten von einander, und convertiret den Reſt in einem Bogen des æquatoris (Tab. III) der gibt die differentiam Meridianorum; 8) dieſe addiret zu der Länge des Orts darauf die ☌ gerechnet, (wenn daſelbſt der Anfang der occultation früher obſerviret wird) oder ſubtrahiret ſie davon) wenn dieſelbe occultation ſpäter angehet) ſo gibt die Summe oder Reſt die Länge des geſuchten Orts.

§. 140. Sollen auch die occultationes auf einen gewiſſen Ort der Erden gerechnet werden, muß vor allen Dingen die (probl. 2 §. 138) gefundene mittlere Zeit der wahren coniunction in die ſcheinbahre unter dem meridiano des gegebenen Orts probl. 3 und 5 §. 54) reduciret werden. Hiernechſt müſſet ihr die Zeit der ſcheinbahren coniunction ſuchen, und zu dem Ende, ſowohl auf die Zeit der wahren ☌, als eine Stunde vor oder nachher, 1) die declination des Mondes rechnen (probl. 5 §. 35) 2) die Höhe deſſelben, (probl. 4 §. 116 von no. 1 zu 8) ingleichen 3) die parallaxin der Länge und Breite, (probl. 7 §. 51) durch dieſe wird 4) die wahre Länge und Breite in der ☌ und

eine Stunde vorher oder nachher in die ſcheinbahre verwandelt. (probl. 8 und 9 §. 51) Weiter gibt 5) die differenz zwiſchen der ſcheinbahren Långe und Breite in der coniunction und eine Stunde vor oder nachher, den horarium viſum der Bewegung des Mondes ſowohl in der Långe als Breite. Wird 6) durch den horarium der ſcheinbahren Långe die parallaxis der Långe in der wahren coniunction dividiret, gibt das quotum das intervallum zwiſchen der wahren und ſcheinbahren coniunction; daher 7) wenn die wahre Långe des Mondes in der ☌ gröſſer iſt als die ſcheinbahre, dieſes intervallum zu der Zeit der wahren ☌ muß addiret, wiedrigenfals davon ſubtrahiret werden, ſo gibt die Summe oder der Reſt die verlangte Zeit der wahren ☌. Auf dieſes momentum wird nachmals 8) von neuen die ſcheinbahre Långe des Mondes gerechnet, welche alsdenn mit der Långe des Sterns übereintreffen muß; ingleichen die ſcheinbare Breite des Mondes, welche nicht gröſſer ſeyn muß, als die Summe des ſemidiametri des Moudes und der Breite des Sternes;

§. 141. Den Anfang, das Ende und das Mittel der occultation an dem gegebenen Orte zu finden, ſetzet AB (fig. 61) ſey ein Bogen der ecliptic, welcher der parallaxi der Långe des Mondes in der wahren ☌ gleiche; CB es ſey die ſcheinbahre Breite des Mondes in der wahren, und AE in der ſcheinbahren coniunction, daher CE ein Bogen der Mondes-Bahn, ziehet

het auch durch C der ecliptic parallel den Bogen CD, ſo habt ihr in dem gerade-wincklichten Triangel CDE die beyden Seiten CD (die parallaxin der Länge in der wahren ☌) und DE (die differenz der ſcheinbahren Breiten in der wahren und ſcheinbahren ☌) hieraus ſuchet den Winckel CED, den die Mondes-Bahn mit dem circulo latitudinis machet; (probl. 6 § 9 trig. ſph.) Iſt nun ferner G der Ort des Sternes, ſo iſt GE die differenz der ſcheinbahren Breite des Mondes in der ſcheinbaren ☌ und der Breite des Sternes, folglich habt ihr in dem gerade-wincklichten Triangel GFE die baſin GE und den Winckel GEF hieraus ſuchet die Seiten GF (die kleineſte diſtanz derer centrorum probl. 7 §. 9 trig ſphær.) und EF (ib. probl. 8) 2) dividiret dieſen Bogen EF mit dem horario viſo des Mondes, ſo gibt das quotum das intervallum zwiſchen der ſcheinbahren ☌ und der mittlern occultation; wird dieſelbe 3) wenn die diſtanz ☾ a ☊ unter 6 oder 12 Zeichen, zu der ſcheinbahren coniunction addiret, oder, wenn dieſelbe diſtanz über 6 oder 12 Zeichen, davon ſubtrahiret, gibt die Summe oder der Reſt die Zeit der gröſten occultation. 4) Wenn demnach ABE (fig. 60) den Mond vorſtellet, AC den Weg, welchen das centrum des Mondes vom Anfang bis zur gröſten occultation zu gehen hat, DC aber die kleineſte diſtanz derer centrorum iſt, ſo ſuchet in dem gerade-wincklichten Triangel DCA aus der baſi DA (den ſemid. des Mondes) und der Seite DC (der kleineſten diſtanz derer cen-

trorum) die Seite CA probl. 9 §. 9 trig. ſph.) die ſcrupula immerſionis; dieſe dividiret 5) durch den horarium viſum lunæ, und ſubtrahiret das quotum von der Zeit der grôſten occultation, ſo habt ihr den Anfang; addiret auch daſſelbe quotum zu der Zeit der grôſten occultation, ſo habt ihr das Ende der occultation.

§. 142. Wenn die ůbrigen occultationes, da der Mond einen kleinen Planeten, oder einer von dieſen einen andern ſeines gleichen, oder auch einen Fix-Stern bedecket, ſollen berechnet werden, iſt einerley operation anzuſtellen; auſſer daß, wenn der Mond einen Planeten bedecket, der motus horarius lunæ durch den motum horarium des Planeten muß corrigiret, auch bey denen untern Planeten die parallaxis nicht darf negligiret werden. Die Rechnung ſelber aber kommt bey beyderley Planeten mit dem calculo eclipſium ſolarium (§. 116 ſeq.) gåntzlich ůberein; gleichwie auch die Berechnung der occultationum, wenn ein unterer Planete einen Fix-Stern bedecket, von der ietzt-erklåhrten occultation ſo vom Mond geſchiehet, gar nicht unterſchieden. Bey denen Berechnungen aber der Bedeckungen der Fix-Sterne ſo durch die obern Planeten entſtehen, můſſen ſowohl die wahren Lången als Breiten ůbereintreffen.

§. 143. Mit Exempeln alle dieſe Rechnungen zu illuſtriren wůrde allhie zu weitlåufftig fallen, ſcheinet auch ſo gar nôthig nicht zu ſeyn, weil dabey keine eintzige operation vorkômmt,

welche nicht bereits im vorhergehenden angeſtel-
let, und mit Exempeln erklähret worden.

Das IX. Capitel.
von
Denen neuen Planeten.

§. 144. Die neuen Planeten werden um den Jupiter und Saturnus beweget, wie der Mond um die Erde; gehen auch mit denen obern Haupt-Planeten um die Sonne herum, wie der Mond um die Erde, daher auch eben diejenigen irregularitäten ſo von denen gedoppelten viribus centralibus, nemlich ſowohl nach der Sonnen, als nach dem centro deſſelben Haupt-Planeten herrühren, in der Bewegung der Satellitum obſerviret werden, welche wir (Cap. IV) in der Bewegung des Mondes angemercket; und folglich muſſen auch dieſe Bewegungen derer Satellitum wie ſie in dem Haupt-Planeten erſcheinet, auf gleiche Art berechnet werden, wie (l.c) die Bewegung des Mondes ſowohl in die Länge als Breite durch die Rechnung iſt gefunden worden.

§. 145. Weil uns aber wenig daran gelegen, wie dieſe Satellites in dem Jupiter oder Saturnus obſerviret werden, ſo pflegt man ſich auch mit dieſer Rechnung nicht viel zu bemühen. Vielmehr haben wir zu ſehen, wie dieſe Bewegung der Satellitum uns auf der Erden

erſcheinet, wie bald dieſelbe abſolviret/und wie weit die Satellites darinn von denen Haupt-Planeten weggehen, damit wir auf iede Zeit erfahren, wo dieſelbe bey dem Haupt-Planeten, nemlich zur Rechten oder Lincken deſſelben geſtanden. Am allerwenigſten haben wir die immerſiones und emerſiones derſelben in oder aus dem Schatten des Haupt-Planeten aus der Acht zu laſſen, weil dadurch die longitudines locorum ſowohl zu Waſſer als Lande am allerbequemſten und richtigſten können gefunden werden. (§. 39 geogr.)

§. 146. Zu dem Ende haben die beyden hochberühmte Aſtronomi HALLEI in England und CASSINI in Franckreich mit beſondern Fleiß eigene Tabellen gerechnet, daraus gedachte immerſiones und emerſiones mit gar leichter Mühe zu determiniren ſind. Inſonderheit werden die immerſiones und emerſiones des erſten Satellitis Jovis aus dieſen Tabellen ſehr accurat berechnet, daß die Rechnung öffters nur auf wenige Secunden von der obſervation differiret. Man hat alſo in der geographie ſich dieſer obſervationum des erſten Satellitis Jovis am meiſten bedienet, zumahl da dieſelben auch zum öfftern können angeſtellet werden, weil dieſer Satelles ſeine Bewegung um den Jupiter am geſchwindeſten abſolviret, und daher öffter, als die übrigen in den Schatten Jovis zu ſtehen kömmt.

§. 147.

§. 147. Es muß demnach in dieſer Rechnung zuvorderſt die Zeit beſtimmet werden, in welcher der Satelles ſeine revolution um den Jupiter abſolviret; ingleichen (2) die epocha, wie weit er zu gewiſſer Zeit von dem centro des Schatten Jovis entfernet geweſen; (3) weil auch der Jupiter um die Sonne herum läufft, und daher ſeinen Schatten mit der Zeit nach andern Gegenden wirfft, werden dadurch die immerſiones etwas acceleriret oder retardiret; daher die erſte æquatio entſtehet, welche obbenannte Aſtronomi am gröſten ſetzen, wenn der Jupiter von ſeinen aphelio und perihelio am weiteſten entfernet, da ſie nemlich nach ihrer hypotheſi 39′ 8″ iſt. Es muß daher (4) die diſtanz Jovis von ſeinen aphelio bekannt ſeyn, welche aus der Anzahl der revolutionum des Satellitis, nach dem Jupiter im aphelio geweſen, geſchloſſen wird, indem man ſetzet, daß in der gantzen Zeit, da Jupiter ſeinen motum anomaliæ abſolviret, 2448 revolutiones des erſten Satellitis geſchehen; 5 wird auch die Zeit da wir die immerſiones obſerviren, dadurch etwas verändert, daß die Erde, indem ſie um die Sonne herum läufft, nicht allzeit gleiche weit von dem Jupiter entfernet iſt, noch einerley ſitum gegen den Schatten Jovis behält, daher auch das Licht des Satellitis indem er dem Schatten immergiret wird, oder aus denſelben emergiret, nicht allzeit gleich geſchwind zu dem Auge des obſervatoris kommen, noch denſelben ent-

zogen werden mag. (§.36 opt.) Hieraus entſtehet die andere æquation, dadurch die Zeit der immerſion oder emerſion muß corrigiret werden, welche nach CASSINI obſervation ſich in der weiteſten diſtanz Jovis von der Erden auf 14′10″ erſtrecket. Es bekömmt aber 6) nach CASSINI hypotheſibus die Erde einerley diſtanz und ſitum nach dem Schatten des Jovis nach 225⅞ revolutionibus deſſelben Satellitis, daher dieſe andere æquation am gröſten iſt, wenn der Satelles, nachdem er im apheiio geweſen, 112 revolutiones abſolviret hat. 7) Weil wir die Zeit da der Satelles mitten in dem Schatten des Jupiter ſtehet, nicht obſerviren können, ſo haben wir nur die momenta genau zu beobachten, da er in dem Schatten immergiret wird, oder aus denſelben heraus kömmt, daher wir wiſſen müſſen, wie lange er in dem Schatten ſich verweilet. Es variiret aber auch dieſe Zeit, nachdem der Haupt-Planete weniger oder mehr von ſeinen aphelio entfernet, weil nach ſolcher verſchiedener diſtanz von der Sonnen der Schatten deſſelben dicker oder ſchmaler iſt, (th. 1 §.41 opt.) Auch hat man wahrgenommen, daß die Satellites nicht allzeit gleiche diſtanz von dem Jupiter behalten, und alſo zuweilen etwas tieffer als zu anderer Zeit in den Schatten hinein gehen. Nach CASSINI obſervationibus bleibet der erſte Satelles Jovis am allerlängſten 2 St. 14′30″ in dem Schatten Jovis; da er zu anderer Zeit bisweilen nur 2 St. 7′16″ darinnen

innen verweilet. Es muß demnach dieſe Zeit mit denen revolutionibus des Satellitis deren er von einen aphelio zum andern 2448 (no. 4) zubringet, geſucht werden. Inzwiſchen iſt hierbey noch dieſes zu notiren, daß wir niemahls die immerſion und emerſion des Satellitis in einer Verfinſterung deſſelben obſerviren können, dieweil der Haupt-Planete den Satellitem entweder bey der immerſion oder emerſion bedecket; Geſetzt z. E. die Sonne ſey in S (fig. 62) die Erde lauffe in den Circkel BCDE, Jupiter bewege ſich in dem Bogen FGH, und der Satelles lauffe in den Circkel IKL; IKM ſey der Schatten Jovis; welchem der Satelles bey I immergiret werde, und bey K wiederum denſelben verlaſſe, ſo iſt offenbahr, daß ſo lange die Erde auf der Seite BC beweget wird, wir die immerſiones nicht ſehen können, weil Jupiter zwiſchen unſern Auge und den Satellitem zu ſtehen kommt, bey denen emerſionibus hingegen kan uns Jupiter nicht hinderlich fallen. Gleicherweiſe leidet der Zwiſchen-Stand Jovis nicht, daß wir die emerſion obſerviren, wenn die Erde auf der Seite DE ihrer orbitæ beweget wird, dargegen ſehen wir allda die immerſiones.

§. 148. Nach dieſen Fundamenten ſind demnach des CASSINI Tabellen (tab. XLVII ſeqq.) conſtruiret, aus welchen die immerſiones und emerſiones des erſten Satellitis Jovis folgender Maſſen gerechnet werden.

Probl. 1 Auf iede gegebene Zeit, wenn und wie bald eine immerſio oder emerſio des erſten Satellitis Jovis entſtehen werde, finden.

1) Extrahiret aus der Tab. XLVII die epocham der revolutionum auf das Jahr 1700 nach Chriſti Geburth, das iſt die Zeit, welche biß auf den Mittag des 1ſten Januarii 1700 unter dem meridiano zu Pariß nach der letzten Verfinſterung des Satellitis verfloſſen, nebſt denen darneben ſtehenden Zahlen unter No. I und II, deren iene andeutet, wie viele revolutiones der Satelles zu ietzt-benannter Zeit, nachdem er im aphelio geweſen, abſolviret; dieſe aber, wie viele revolutiones über 225 nach demſelben aphelio zu Ende gebracht.

2) Unter dieſe Zeit nnd Zahlen ſchreibet diejenigen, welche in derſelben Tabelle dem lauffenden Jahre reſpondiren.

3) Jngleichen dieienigen, welche dem nechſt vorhergehenden Tage des gegebenen Monaths reſpondiren.

4) Addiret dieſe (no. 1, 2, 3) excerpirten Zeiten und Zahlen, die Summe der Zeiten gibt das momentum der mittlern conjunction. Zu welcher iedoch in dem Januario und Februario eines Schalt-Jahres noch 1 Tag muß addiret werden.

5) mit der Summe der Zahlen unter no. I (no. 4) oder mit dem exceſſ über 2448, ſuchet in der Tab. XLVIII die erſte æquation, welche ihr nach CASSINI Verbeſſerung der Tabellen auf $\frac{1}{30}$

ver-

vermehren müſſet, und nachmahls nach dem Titul der Tabelle von der Zeit der mittlern conjunction ſubtrahiren oder, dazu addiren, ſo habt ihr das momentum conjunctionis imo æquatum. Solte aber gedachte Summe nicht præciſe in der Tab. XLVIII gefunden werden, muß vor die æquation pars proportionalis geſucht werden.

6) Excerpiret auch zugleich aus derſelben Tabelle die neben der gefundenen æquation ſtehende Zahl. Dieſe

7) Addiret oder ſubtrahiret nach den Titul der Tabelle von der Summe der unter no. II. (no. 4) gefundenen Zahlen.

8) Mit der Summe oder dem Reſt ſuchet in der Tab. IL die andere æquation; ſolte aber gedachte Summe oder Reſt über 225. 4 oder 450. 8 ſeyn, müſſen zuvor ſo viel davon geworffen werden.

9) Addiret dieſe andere æquation zu der (no. 5) gefundenen Zeit, ſo gibt die Summe das wahre momentum der conjunction.

10 Suchet auch mit derſelben Zahl damit ihr (no. 5) die erſte æquation gefunden, (Tab. L) die halbe moram des Satellitis in dem Schatten.

11) Iſt nun die Zahl damit ihr die andere æquation (no. 8) geſuchet unter 113, addiret die (no. 11) gefundene Zeit zu dem moment der conjunction (no. 9) ſo gibt die Summe das momentum der emerſion; Iſt aber dieſelbe

ſelbe Zahl über 113, ſubtrahiret die halbe moram von dem momento der conjunction, ſo gibt der Reſt das moment der immerſion.

12) Suchet auf dieſe gefundene Zeit der immerſion oder emerſion den wahren Ort der Sonnen, (§. 75) und mit dieſen die æquation. (Tab. XV)

13) Addiret oder ſubtrahiret dieſe æquation (nach dem Titul der Tabelle) zu der (no. 11) gefundenen mittlern Zeit der immerſion oder emerſion, ſo habt ihr die wahre Zeit, wenn die immerſion oder emerſion zu Pariß obſerviret wird.

14) Dieſe reduciret endlich nach euren meridianum (probl. 3 §. 54) ſo wiſſet ihr die wahre Zeit, da ihr daſſelbe phænomenon obſerviren werdet.

Z. E. Wir wollen den 16 Sept. im Jahr 1726 wiſſen, wenn die nechſte immerſio oder emerſio geſchehen werde.

	Num. I.	Num. II
Ep. 1700	1873	110.4
26	470	182.4
d. 15 Feb.	446	144.9
	2489	137.7
	2448	4
	41	437.3
		225.4
		211.9

Epocha

Epocha	temp	Revolut.		
1700	1 T.	1 ſt.	12′	27″
26	1	1	47	36
den 25. Febr.	15	9	35	36
mittl. conjunct.	17	12	35	39
æqu. I. † $\frac{1}{30}$ add.			4	26
conj. 1mo corr.	17	12	40	5
æqu. II. add.				33
wahre ☌	17	12	40	38
$\frac{1}{2}$ mora ſubt.		1	4	56
mom. immerſ.	17	11	35	42
æqu. temp. ſubtr.			1	48
temp. appar.	17	11	33	54
diff. mer. add.			36	16
temp app. Jenæ	17	12	10	10

alſo entſtehet die nechſte immerſio, welche den 16. Septembr. zu erwarten, den 17. Sept. 12ſt. 10′ 10″ in Jena.

Wenn die nechſte immerſio oder emerſio des erſten Satellitis Jovis gerechnet, ſollen auch die nechſt-folgenden gefunden werden. Probl. 4

1) Addiret ſowol der gegebenen Zeit der mittlern conjunction als denen ſich dabey befindlichen Zahlen, ſo viel als (tab. XLVII) einer revolution reſpondiret, ſo habt ihr die Zeit der nechſten mittlern conjunction.

2) Suchet ſowohl die erſte als andere æquation (probl. 1 no. 5 und 8) und addiret oder ſub-

ſubtrahiret dieſelben nach den Tituln der Tabellen zu der gefundenen mittlern Zeit, ſo habt ihr die Zeit der nechſten wahren conjunction.

3) Suchet auch die halbe moram des Satellitis in dem Schatten Jovis, (probl. 1 no. 10) und dadurch die Zeit der immerſion oder emerſion (ibid. no. 11)

4) Dieſe mittlere Zeit commutiret in die wahre, und reduciret auf den meridianum eures Orts. (ibid. no. 12, 13) ſo habt ihr die nechſte immerſion oder emerſion.

	Num. I.	Num. II.
den 17 Sept.	41	212.3
1 Revol.	1	1.1
	42	213.3
		4
		212.9

den 17. Sept.		11 St.	35′	42″
Rev. 1		18	28	36
	19 T.	6	4	18
æqu. I † $\frac{1}{30}$ add.			4	32
	19	6	8	50
æqu. II. add.				25
	19	6	9	15
$\frac{1}{2}$ mora		1	4	33
mittl. imm.	19	5	4	42
æqu. temp ſubt.			1	13
app. immerſ.	19 T.	5	3	29

differ.

differ. merid.			36	16
temp. app. Jen. 19	5		39	45

Daher entſtehet die nechſte immerſio den 19 Sept. 5 ſt. 39′ 45″.

§. 149. Auf ſolche Weiſe können demnach die ephemerides derer immerſionum und emerſionum des erſten Satellitis Jovis das gantze Jahr hindurch gerechnet werden; daraus denn zugleich leicht abzunehmen ſeyn wird, welche unter denſelben uns ſichtbahr oder unſichtbahr ſeyn werden. Es können nemlich alle auf ſolche Weiſe gerechnete immerſiones und emerſiones obſerviret werden, welche nach Sonnen Unter- oder vor Sonnen-Aufgang entſtehen, wenn Jupiter alsdenn über dem horizont iſt. Weiß man alſo, wenn die Sonne und Jupiter auf- und untergehen, ingleichen wenn die immerſio oder emerſio geſchicht, ſo iſt auch klar, ob man dieſelbe bey uns werde ſehen können oder nicht.

§. 150. Ubrigens brauchet man bey der obſervation dieſer immerſionum auch derer Satellitum überhaupt keinen gröſſern tubum, als etwa von 6, 8, 10 oder 12 Füſſen, der mit einen guten micromerro verſehen, damit man die diſtantzen der Satellitum von dem Jupiter abmeſſen könne. Inzwiſchen ſind die emerſiones ſchwerer genau zu obſerviren als die immerſiones, weil man in dieſen den Satellitem ſo lange in Augen hat, biß er in den Schatten

hinein-

hineintritt, in ienen aber muß man præciſe die Zeit mercken, da er aus dem Schatten herauskömmt, daher man das Auge niemals von dem teleſcopio wegrichten darff. So bald aber die immerſio oder emerſio geſchiehet, muß das momentum temporis auf der Uhr genau bemercket, auch zugleich oder bald darauf die Höhe eines Fix-Sternes in oder nahe bey dem meridiano obſerviret werden, darnach man die Uhr probiren und rectificiren könne, und nachmahls durch collation dieſer obſervation mit andern, ſo an andern Oertern von bekannter Länge angeſtellet worden, die Länge unſers Orts genau beſtimmen möge. (§ 39 geogr.)

Das X. Capitel
von
Denen Cometen und neuen Sternen.

§. 151. Obgleich die Natur der Cometen uns noch nicht ſattſam bekannt iſt, (§. 178 aſtr.) ſo hat doch die Erfahrung gelehret, daß ſie wie die Planeten um die Sonne, wiewohl in ſehr langen ellipſibus, welche daher füglich für Parabeln können gehalten werden, herumlauffen, und um die Erde gröſſere Circkel, welche ſowol die ecliptic als den æquator in 2 puncten ſchneiden, beſchreiben, auch der Erden zuweilen näher kommen, die meiſte Zeit aber ſehr weit von uns entfernet ſind, daher ſie auch gar ſelten obſerviret werden.

§. 152. Wir haben demnach bey Erſcheinung der Cometen folgende problemata zu reſolviren.

Den Ort eines Cometen auf dem globo verzeichnen. *Probl* 1

1) Meſſet die diſtanz des Cometen-Sterns (nuclei ſ. capitis) von zweyen fixis, welche zu beyden Seiten deſſelben ſtehen, und deren Längen ſowohl als die Breiten bekannt ſind. (probl. 5 §. 40)

2) Rechnet aus dieſen diſtantzen die Länge und Breite des Cometen. (probl. 8 §. 40) Hierauf

3) Verzeichnet den Ort des Cometen nach der Länge und Breite auf dem globo. (probl. 15 §. 81 aſtron.)

Schol. Noch leichter kan die Verzeichnung geſchehen, wenn man 4 Sterne am Himmel aufſucht, die dergleichen parallelogrammum oder trapezium formiren, daß in dem Schneidungspunct der diagonalium der Comete zu ſtehen kömmt; Denn wenn nachmahls dieſe Sterne auf dem globo aufgeſuchet, und die diagonales gezogen werden, gibt der Durchſchnitt derſelben, den geſuchten Ort auf dem globo.

Wenn 2 Oerter des Cometen auf dem globo notiret, ſoll der gröſte Circkel, welchen der Comete um die Erde beſchreibet, verzeichnet werden. *Probl* 2

Leget an die 2 notirten Oerter ein krummes Linial, deſſen innwendige Krümme einem grö-

ſten Circkel des globi reſpondiret, oder ein Fiſchbein, und beſchreibet nach demſelben den verlangten Circkel oder Weg, welchen der Comete währenden ſeiner Erſcheinung am Himmel gehen wird.

Schol. Hieraus könnet ihr alſo abnehmen, durch welche Conſtellationes der Comete hindurch gehen, und in welchen Punct er die ecliptic ſowohl als den æquator ſchneiden werde.

Probl. 3 **Wenn zu 2 verſchiedenen mahlen der Ort eines Cometen an dem Himmel obſerviret worden, ſoll der Winckel gerechnet werden, welchen der Weg des Cometen mit der ecliptic machen wird.**

Es ſey AE (fig. 63) der Weg des Cometen, EC die ecliptic, AC die Breite des Cometen in der erſten obſervation, BD die Breite in der andern, BF = DC die differenz der obſervirten Längen in der erſten und andern obſervation. So iſt der Winckel, den der Weg des Cometen mit der ecliptic machet AEC = ABF (th. 6 §. 6 geom.) ſuchet daher in dem gerade-wincklichten Triangel AFB aus denen beyden Seiten AF (der differenz der beyden obſervirten Breiten) und BF (der differenz der Längen) den Winckel ABF, (probl. 6 §. 9 trig. ſphær.) ſo habt ihr den geſuchten.

Den

Den Ort des nodi eines Cometen be- rechnen. Probl 4

Suchet in dem gerade-wincklichten Triangel BDE (fig 63) aus der Seite BD (der kleineſten probl. 3 obſervirten Breite des Cometen) und den Winckel BED (den der Weg des Cometen mit der ecliptic machet probl. 12 §. 9 trig. ſphær.) die Seite DE die diſtanz des Cometen vom nodo in der obſervation, da die kleinere Breite des Cometen obſerviret worden. Wenn demnach die Breite des Cometen in der andern obſervation gröſſer gefunden als in der erſten, ſubtrahiret dieſe diſtanz von der Länge des Cometen in der obſervation, da er die kleinere Breite gehabt, widrigenfals addiret ſie dazu, ſo gibt die Summe oder der Reſt die verlangte Länge des nodi.

Wenn die Länge des nodi eines Cometen, und der Winckel den der Weg deſſelben mit der ecliptic machet, gegeben; ſoll der Winckel gefunden werden, welchen derſelbe Weg mit dem æquator machet. Prob 5

Es ſey AI (fig 63) der Weg des Cometen, GC die ecliptic, GH der æquator, E der nodus des Cometen, BED der Winckel den der Weg des Cometen mit der ecliptic machet, EIG der Winckel den derſelbe Weg mit dem æquator machet. Suchet alſo dieſen Winckel in dem

Triangel GEI aus den Winckel GEI = BED, (th. 2 §. 6 geom.) und EGI, (den die ecliptic mit dem æquator machet (§. 42 aſtron.) ſamt der Seite EG (der Långe des nodi von dem nechſten æquinoctio) probl. 5 §. 14 trig. ſphær.

Probl 6 **Das Punct des æquatoris finden, in welchen der Comete wird durch den æquator gehen.**

Suchet in demſelben Triangel IGE (fig. 63) aus denſelben datis den Winckeln EGI (der ecliptic und des æquatoris) und GEI = BED (der Bahn des Cometen mit der ecliptic) nebſt der Seiten EG (der diſtanz des nodi des Cometen von dem nechſten æquinoctio) die Seite IG (probl 10 §. 14 trig ſphær.) die diſtanz des geſuchten Orts in dem æquator, durch welchen der Comete paſſiret von dem nechſten æquinoctio. Iſt nun die Långe des nodi unter 3 Zeichen, gibt dieſe gefundene diſtanz das geſuchte Punct ſelber. Iſt dieſelbe Långe über 3 und unter 6 Zeichen, ſubtrahiret die gefundene diſtanz von 180°; Iſt ſie über 6 und unter 9 Zeichen, addiret zu der gefundenen diſtanz 180°, iſt endlich die Långe über 9 Zeichen, ſubtrahiret die gefundene diſtanz von 360°, ſo gibt in allen Fällen der Reſt oder die Summe das geſuchte Punct des æquatoris, in welchen der Weg des Cometen den æquator ſchneidet.

Die

Die parallaxin eines Cometen obſervi-ren. Probl. 7

Wenn der Ort des Cometen ſich ſehr langſam und kaum mercklich in einem Tage verändert, ſo dehnet einen Faden dem horizont recht parallel aus, und obſerviret, ob nicht mit dem Cometen, wenn er noch ziemlich hoch über dem horizont ſtehet, zwey Sterne hinter demſelben Faden in einer geraden Linie zuſtehen kommen; dergleichen ſich unter ſo vielen Fix-Sternen gar leicht am Himmel finden werden. Nachmahls wenn der Stern untergehen will, haltet den Faden wiederum den horizont parallel, und gebt acht ob die vorigen Sterne wieder mit dem Cometen zugleich gerade hinter denſelben in eine Linie zu ſtehen kommen; geſchiehet ſolches, hat der Comete keine merckliche parallaxin, ſonſt aber iſt dieſelbe daraus offenbahr.

Schol. Es wird zwar bey dem Horizont der Ort des Cometen durch die refraction mercklich verrücket, weil aber dieſelbe refraction die Oerter der Fix-Sterne eben ſo ſtarck verändert, (§. 48) kan dennoch auf erklährte Weiſe gantz richtig erkannt werden, ob der Comete eine parallaxin habe oder nicht. Man wird aber gar ſelten dergleichen parallaxin eines Cometen mercken können.

§. 153. Was letzlich die neuen Sterne anlanget, weil dieſelbe währender Erſcheinung ihren Ort am Himmel nicht verändern, hat

man bey denſelben weiter nichts zu rechnen als aus der diſtanz von 2 neben-ſtehenden Fix-Sternen die Länge u. Breite (probl. 5 §. 40) ingleichen die declination und aſcenſion (probl. 6 §. 35 und probl. 2 §. 37.) Im übrigen aber alle Tage ſo lange ſie erſcheinen wohl acht zu geben, wie ſich ihre coleur und ſcheinbahre Gröſſe verändert.

Regiſter.

A.

Abſciſſa 59
Addition der Buchſtaben 5. ſeq.
Aequation der Zeit 548
Aequatio luminis 622
Aequinoctiorum obſervationes 563
 wie dieſe anzuſtellen 569
Algebraiſche Gleichung 109
 von dem erſten Grad ib. indeterminirte ib.
Algebraiſche Linien 110
Algeber 143
 wenn ſie erfunden ib.
Almucabula 143
Amplitudinem der Sterne obſerviren 460. 512
Analyſis der Alten 126
 wenn ſie erfunden ib. contemplativa ib. 129. problematica 127. 135 Fundament 128
 ſpecioſa 164. wer ſie angegeben ib. infinitorum 318
 wie ſie vor Alters tractiret 144. Proceſſ in arithmetiſchen Aufgaben 149
Angulus oriens 513. wie zu finden 518. occidens ib.
 elongationis ſ. ad terram 637 wie zu finden 651
 commutationis 637 wie zu finden 651
Anomalia eccentri 556 wie ſie zu finden 559
 coæquata 557 wie zu finden 562
 wie zu rechnen 587
Anomalia ſoluta 602
Approximation 38
 wie dieſelbe in der conſtruction der höhern Gleichungen zu gebrauchen 264
Apogæum ſolis obſerviren 584
 deſſen Veränderung 585
 Jährliche wie groß 586 mittlere ibid.
Arithmetica ſpecioſa 3

Ars rei cenſus 143
de la Coſe ibid.
Arcus diurnus 498. wie zu finden 499. nocturnus ib.
Argument der monathlichen Länge 603 der jährlichen Länge ib. wie zu finden 614
Argument der Breite des Monds finden 626
Aſymtoten 99
Aſcenſion der Sterne 473
der Bogen in der ecliptic 474 gerade/ der Sonnen wie zu rechnen 474. eines Sternes wie zu obſerviren 476. wie zu rechnen 278 ſeq. ſcheinbahre 531. 542
ſchieffe wie zu finden 485
Aſcenſionalis differentia 482
wie zu rechnen. ibid
Aufgang der Sonnen finden 500. der Sterne 502
Auge eines obſervatoris im Mond wie die Sonnen-Finſterniſſen obſerviret 767 ſeq.
Axis rectus 160. einer Kugel 365
Azimuth 453. wie zu obſerviren 459
BEwegung 149. wie ſie geſchiehet 165. der Sterne wodurch ſie gemeſſen wird 417. erſte Bewegung wie ſie zu obſerviren 448. wie ſie eingetheilet wird 448. der Sterne elliptiſch 552
derſelben Eigenſchafften ib ſeq der Sonnen 566 wie ſie zu obſerviren 567. ſtündliche wahre 589. um ihr centrum wie zu obſerviren 591. wie bald abſolviret wird 592. der Cometen paraboliſch 814
Biquadratum 19. biquadrat-Wurtzel extrahiren 25
Breite der Sterne finden 489. 494 gebrochene 535 ſcheinbahre 543. Gröſſe des Mondes obſerviren 628 variiret ib. der obern Planeten finden 652
Brüche in der Buchſtaben-Rechnung wie zu tractiren 16 reſolviren in ſeries infinitas 40. 45 aus denen Gleichungen wegſchaffen 240
Buchſtaben-Rechnung 3
CEnſus 9
Cenſi cenſus ibid
Ciſſois 62. Urſprung 66 Eigenſchafft 105. Natur 10. Beſchreibung 121

Circkel/ gröſſere 365. kleinere ib. Eigenſchafften 366
Circulus eccentricus 556
Conchois 62. Urſprung 63. Eigenſchafften 105. Natur 108
Beſchreibung 122
Conchoides parabolica 355
Coſſa 143
Conſtruction der Gleichungen 169 arithmetiſche 169
geometriſche 169 ſeq. 195. 213
der höhe en Gleichungen 263. ſeq. 274. exponential-
Gleichungen 362
Conjunction mittlere der Sonnen und des Mondes wie
zu berechnen 697 wahre ib. ſeq. ſcheinbahre 702
der untern Planeten und der Sonne rechnen 780
des Mondes und der Fix-Sterne wie zu rechnen 792
Cometen was ſie vor eine Bewegung haben 814
wie deren Ort auf dem globo zu verzeichnen 815 wie
deren Umkreiß zu finden ib was bey ihrer Bewe-
gung zu obſerviren 816. ſeq. wie ihr nodus zu finden
817 wie die parallaxis zu finden 819
Coſmicum ortum der Sterne finden 504
Cubus 19
Cubic-Wurtzel wie zu extrahiren 23
Culmination der Sterne obſerviren 447. 501. der Sonne
447. des Mondes ibid.
Cycloïs 62 Urſprung ib. generator. 63 Eigenſchafft 104
Natur 107. Beſchreibung 121
Data 127. wenn dergleichen geſchrieben 127
Declination der Sonnen 361 wie zurechnen 464 ſq.
ſcheinbahre 531 542 der Sterne obſerviren 467 der
Sterne wie zu rechnen 469. 472. der Planeten 472
Demmerung 546. variiret ib. wie zu berechnen 536. ſeq.
Deſcenſion wie zu finden 485. ſeq.
Diviſion der Buchſtaben 14
Dignität der Buchſtaben 19 deren Zeichen 20. 30. wie
dieſelbe in einander multipliciret werden 31. ſeq.
Diameter conjugata 60
Directrix linea 63
Differential Rechnung 316. wer ſie erfunden 318. fun-
dament 325. wie zu gebrauchen 326

Differentiale 320. deſſen Zeichen ib. wie zu finden 320 ſq.
Differentio differentialia 343. derſelben Rechnung 344
Dioptern 432 ſeq. teleſcopiſche 434
Differentiam meridianorum finden 546
Diſtanz zweyer Sterne meſſen 492. rechnen 493
der Sterne von der Sonnen wie zu finden 560. 589
den obern Planeten von der Sonnen finden 549. von der Erden 651
Diſtantia curtata wie zu finden 650
Eccentricität der Sonnen obſerviren 580 wie groß 583 veränderlich ibid.
Ellipſis 59. Urſprung 61. Eigenſchafften 75. Natur 106 Beſchreibung 115 ſeq. centrum finden 116. tangenten ziehen 117. focum finden ibid.
Elongation der Sonnen finden 348
Emerſiones Satellitum wozu derſelben obſervationes dienlich 804. des erſten Satellitis Jovis wie zu rechnen 805 807 ſeq. welche ſichtbar 813. wie ſie zu obſerviren ib.
Ephemerides emerſionum und immerſionum des erſten Satellitis Jovis wie zu machen 813
Epicyclois 62. Urſprung 63
Erdſchattens ſemidiameter 670 wie groß 671
Erd-Finſterniß 730. wie lang ſie dauret finden 742 ſq. Anfang und Ende rechnen 741 ſq. was dabey zu mercken 731 wie ſie zu berechnen ib. Gröſſe derſelben rechnen 735 ſq. wie ſie auf dem globo und Land-Charten vorzuſtellen 765. wie derſelben ſchema zu verzeichnen 766 gröſte Verfinſterung/ wenn ſie entſtehet 120. wie ſolche zu rechnen ibid.
Erden ſcheinbaren ſemidiameter im Monde finden 733
Exponenten 20. negativi 31
Exponential-Gröſſen 359. Rechnung ib. differentialia wie zu integriren 361
Exceſſus des Mondes 629. wie zu finden. 630
Familie der krummen Linien 110
Fluxion 320
Focus 60
Geometriſche Linien 56
Gleichungen 144. algebraiſche 109 Tranſcendental ib.

einfache 144. quadratiſche 144. 195. cubiſche 144. hö⸗ here 144.228. affectæ 144 211. wie zu finden 145.147. 167. indeterminirte 187. höhere vollkommene 228 wie ſie entſtehen 229. ihre Wurtzeln 229. Eigenſchaff⸗ ten 230. unvollkommene 228. wie vollkommen zu ma⸗ chen 238. ad rectam 268.266. ad circulum 265 267 ad ſectiones conicas 265. ad parabolam 269. ad elli- ſin 271 ad hyperbolam 272 ſeq.

Gleiche Gröſſen welche 325

Gröſſen würckliche (poſitivæ) 4. fehlende (negativæ) ib. ſind keine wahre Gröſſen ib. zweiffelhaffte (dubiæ) 5. einzelne (ſimplices) ib. Compoſitæ ib. determinirte 21 indeterminirte ib. beſtändige 318 veränderliche ib. in ſeries reſolviren 41 ſeq. wie derſelben Werth in einer Gleichung zu vermehren und zu verringern 233

Gräntzen der Gleichungen 248 ſeq.

Helicis Urſprung 64

Heliſcopium 442

Homogeneum comparationis 231. wie daſſelbe kleiner zu machen 246. ſeq.

Höhe der Sterne wie zu obſerviren 454. der Sonnen 455 520 des Mondes 455 des poli 456. des æquatoris 457

Hyperbola 59. Urſprung 61 ſq. gleichſeitige 62. Eigenſchaff⸗ ten 85. Natur 106 Beſchreibung 117 ſeq. diameter fin⸗ den 120. centrum finden ib. Zwerch⸗axe finden ib. pa- rameter finden ib. tangenten ziehen ib. ordinate ziehen 121. aſymtoten ziehen 121

Immerſiones Satellitum wozu deren obſervationes nutzen 804. des erſten Satellitis Jovis wie zu rechnen 805. 807 ſeq. welche ſichtbar 813 wie ſie zu obſerviren 813

Integral⸗Rechnung 344. iſt noch unvollkommen 345 Zeichen des integralis 346

Integration wie ſie geſchehe 346. ihr Gebrauch 347

Inſtrumenta aſtronomica 428. deren requiſita 429. mate- rie ib. wie ſie zu examiniren 436

Inclination der obern Planeten wie ſie zu finden 647 ſq.

Intervallum der obern Planeten 650

Irrational-Gröſſen 33 ſeq. Zeichen ib. Berechnung ib. ſq. in ſeries infinitas reſolviren 47. 51

Regel⸗

Kegelſchnitte 57. wer davon geſchrieben ibid. Arten mancherley 59. Urſprung 60. ſeq.
Krummer Linien Eigenſchafften 65 Verzeichnung 111
Latus rectum 60
Länge der Sonnen obſerviren 487. ſeq.
der Sterne finden 491. 494
gebrochene 533
des Tages finden 500
der Nacht 501
wahre, der Planeten wie zu finden 652. 665
ſcheinbahre Länge der Sterne 513
der Sonnen wie zu rechnen. 587
Linea ſinuum tangentium ſecantium 62 deren Urſprung 65 Zeichnung 124
Linien tranſcendentales 110. algebraiſche ibid.
Linea illuminationis 612. logarithmica ſ. logiſtica 62
ſpiralis ib. deren Urſprung 65
Loci reſoluti 127 geometrici 265. plani 266. ſolidi 266
Logarithmi wie durch die Integral-Rechnung zu finden 357
Logiſtica ſexagenaria 418
Locus lunæ fictus 613. 2do aequatus 619
Geocentricus 637. Heliocentricus 637 wie zu finden 549
Maximum 362. wie zu finden 327
Methodus Euclidea 320
Archimedea 138
Sluſiana
Backeriana 284
fluxionum 320
inverſa 345
Medium cælum 512. wie zu finden 514
Menſis plenus 613. vacuus ibid.
Minimum 326 wie zu finden 327
Micrometrum 429. wer ſie erfunden 437. mancherley Arten 438
Mittags-Linie / wenn am richtigſten zu finden 445. wie ſie fortzutragen 457
Mondes-Berechnnng iſt weitläufftig 597. warum ib.
Motum ſynodicum finden 598
periodicum 599
Apogæi des Mondes obſerviren 600

Mon-

Mondes Apogæum wie zu finden 601. 609 Anomalie wie zu finden 602. eccentricität wie groß 608. wie zu rechnen 602. proſtaphæreſin rechnen 609. locus primo æquatus 611
Monathliche Ungleichheit der Bewegung 611. wie zu finden 615
Monathliche eccentricität wie zu rechnen 615. wahrer Ort wie zu rechnen 622
Mondes Breite 625. wie zu rechnen 631. Ort in der ecliptic 634 parallaxis 635 wie groß 636
Mondes-Finſterniſſen / wenn ſie entſtehen 670. wie zu obſerviren 775 Gräntzen derſelben ib. wie weit ſie gehen ib. ob dergleichen entſtehen können / wie zu erforſchen 672 wie ſie zu berechnen 685. Anfang Mittel und Ende / wie zu rechnen 687. wie dieſelbe zu gebrauchen 776. ſchema derſelben wie zu verzeichnen 691
Mondes-Schatten ſemidiameter auf der Erden 733 Halbſchatten ſemidiameter 734
Natur der krummen Linien 105
Nodos des Mondes obſerviren 625. die Bewegung derſelben obſerviren 626. Ort derſelben rechnen ib. der obern Planeten finden 646. Bewegung derſelben 647
Nonageſimus 647
Obliquität der ecliptic wie zu obſerviren 462
Octans 429
Occultationes der Fix-Sterne vom Mond auf gewiſſe Oerter rechnen 749 ſeq wie ſie nach der Erden referiret werden 789. 791. in welcher diſtanz des Monds vom nodo dergleichen bey iedem Fix-Sterne möglich 791. den Anfang und das Ende derſelben rechen 794
Occultationes der kleinen Planeten vom Mond wie zu rechnen 802. der Fix-Sterne von denen kleinen Planeten unter einander ibid. durch ein ſchema dergleichen vorſtellen 796
Oppoſition der obern Planeten mit der Sonne obſerviren 638 mittlere des Mondes umb der Sonnen wie zu rechnen 678. reduction der Zeit derſelben 684
Ordinate 59

Palilicium wenn von dem Monde könne bedecket werden 790
Parabola 59. Urſprung 61. Eigenſchafften 67. Natur 106. parameter finden 111 diameter finden 112. axin finden 112. tangenten ziehen 113. focum finden ib. Beſchreibung 113. ſeq.
Parameter 60
Partes conjunctæ 388 ſeperatæ 388 media 388
Parallaxis wie zu rechnen 539. 540 ſq. wie zu obſerviren 540
Parallaxis orbis 637
Particula exſors 614. wie zu finden 616
Perpendicularis 60
Pfeil 59
Planeten der obern motum periodicum rechnen 640 mittlere Bewegung 641. eccentricität und aphelium finden 642. wie groß 645 Bewegung des apogæi 645 Länge und Breite rechnen 652. der untern weiteſte Entfernung von der Sonnen finden 659. aphelium finden 660 eccentricität finden 661. Motum periodicum finden 662. Breite 664. gröſte inclination 665 Länge und Breite wie zu rechnen 665. Neuen Bewegung 803 Ungleichheit derſelben, woher ſie entſpringet 805 ſeq wie zu berechnen 803
Potentzen der Buchſtaben 59
Potenz der hyperbel 101
Poli 365
Præceſſio æquinoctiorum 563. woher ſie entſtehet 564 wie ſie zu finden 565. wie groß die jährliche 566
Proſtaphæreſis 556 ſq. wie zu finden 558. der Sonnen wie groß 584. wie zu rechnen 585. nodorum des Mondes 629. wie zu finden ibid.
Punctum oriens 512 wie zu finden 516 ſq. occidens 513 wie zu finden 518
Quadrat 19. Wurtzel extrahiren 22
Quadratrix 62 Urſprung 64 Natur 107 Beſchreibung 123 Tſchirnhuſiana 65
Quadratur der parabel 349. des Circkuls 350
Quadrans aſtronomicus 429. deſſen Theile 430. Eintheilung 430. azimuthalis 437

Poli

Reduction der Gleichungen 147. 168 211. 251
Reduction des Mondes ad eclipticam 633. wie zu rechnen ib. der obern Planeten 648
Refraction der Sterne variiret 526. wie ſie zu finden 527 wie zu rechnen 529. 531. 532
Reflexio luminis 620
Regula centralis 264. 284
Scheitel-Punct 59
Scrupel der monathlichen Länge 613. wie zu finden 615
Series infinitæ 38 wie zu finden 39. ſeq
Seiten der ſphæriſchen Triangel / wenn ſie ſtumpff oder ſpitzig ſeyn müſſen 39 ſq.
Sexagenen 407. 418 Zeichnung 418
Sexageſimal-Rechnung 417. 421. 427
Sextans 429
Solidität eines coni wie zu finden 351
Solſtitium obſerviren 574
Sonnen-Zeit 450 wie ſie gerechnet wird ib. mittlere 545 wahre ib. mittlere in wahre verwandeln 519
Sonnen-Jahres-Länge wie zu finden 572. mittlere Bewegung 577. wie auf iede Zeit zu finden ib. Flecke 591 obſerviren 593. Gröſſe 595 diameter wie zu obſerviren 595 ſeq. Finſterniſſen 693. wenn ſie entſtehen ibid. ob dergl. in einen Jahr entſtehen können / finden 694 wie zu berechnen 696. Gröſſe wie zu rechnen 716. Anfang / Mittel und Ende wie zu rechnen 718. ſchema wie zu zeichnen 728. wie ſie zu obſerviren 777. wozu die obſervationes nutzen 778
Spiralis 62 Urſprung 64 Eigenſchafft 104 Beſchreibung 112
Sphæra 364
Sphæric ibid Grundſätze 366 ſeq.
Sphæriſche Winckel 364. wenn ſie ſtumpff oder ſpitzig ſeyn müſſen 391 Triangel 365. 371 Eigenſchafften 372. ſeq. 379. 392 Aufflöſung 381. ſeq. 400
Species emergens 423
Sterne neue 813. welche von dem Mond können bedecket werden 790
Subtraction der Buchſtaben 6
Surdeſolidum 19

Bayerische Staatsbibliothek München

Subtangens 60. wie zu finden 339 ſeq. in einer logarithmiſchen Linie 341
Subnormalis 60 wie zu finden 342 ſeq.
Summation der differentialium 345
Syntheſis 140. ſeq.
Tangens 59
Tabula ſexagenaria 421
Teleſcopia 442 wie bequem zu ſtellen 44
Tranſcendental-Linien 110
Tranſitus der untern Planeten durch die Sonne wie zu berechnen 779 ſeq. ob dergleichen möglich/ wie zu finden 781
Trigonometria ſphærica 365
Triangulum filare conſtruiren 446
Trochois 62
Variation des Mondes 620 wie zu finden 621
Uhren wie zu probiren 442
Umfang des coni wie zu finden 353
Untergang der Sonnen rechnen 500. der Sterne 503
Winckel der ecliptic mit dem coluro wie zu finden 521. mit dem verticali 523
Wurtzel 19. einfache 21. binomia 21. ſeq. multinomia ibid. wie zu extrahiren 22 binomia wie zu jeder dignität zu erheben 26. ſeq. wie ſie zu zeichnen 33 derer Gleichungen 145. wahre 229. falſche ib. imaginariæ ibid. der höhern Gleichungen/ wie zu finden 241. ſeq.
Zeichen der Gröſſen welche die bequemſten 2
Zeit Maaſſen 416. Zeichnung derſelben ibid.
Zeit des Tages finden 458. 505. 508. ſeq.
Zeit der Nacht finden 507
Zeit-Vergleichung dreyerley 544. wie ſie anzuſtellen 546. ſeq.
Zwerch-axe. 59

E N D E.

Bayerische Staatsbibliothek München

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Wiedeburg, Johann Bernhard,

Einleitung Zu der Höhern Mathesi darinn der Grund Zu der Buchstaben-Rechnung, Geometria Cvrvarvm, Analysi endlicher und unendlicher Grössen, Trigonometria Sphaerica und Astronomischen Rechnung Vor Anfänger Auf das deutlichste geleget

Jena 1726

Math.p. 742 s
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10083331-0
VD18 11641894